



用多线圈得到匀强磁场的设计

制作人：杨建朝 (PB02006014)
张承钰(PB02006029)

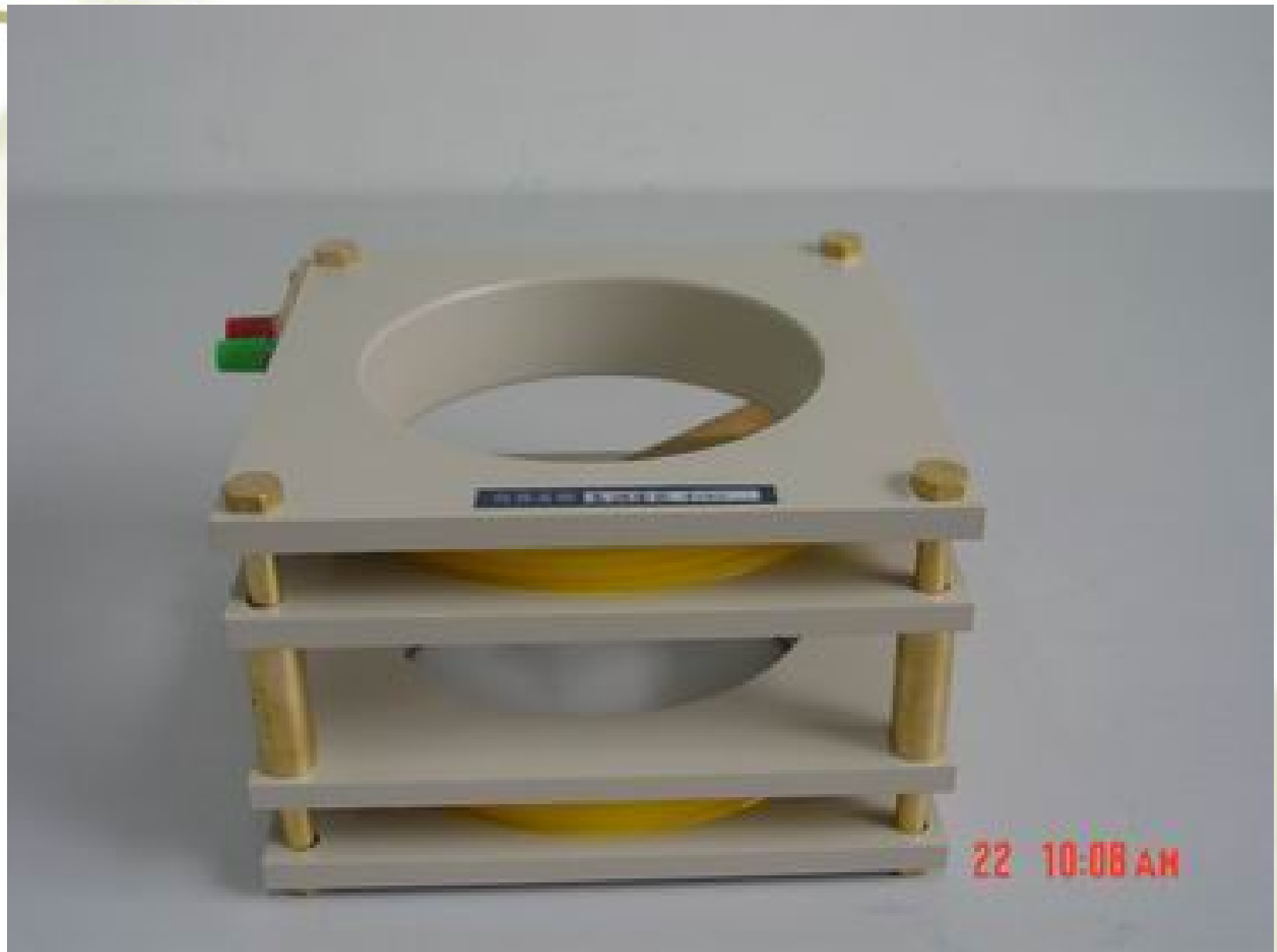
匀强磁场

在物理实验中，研究匀强磁场有重要作用。

制造匀强磁场一般使用亥姆兹线圈。

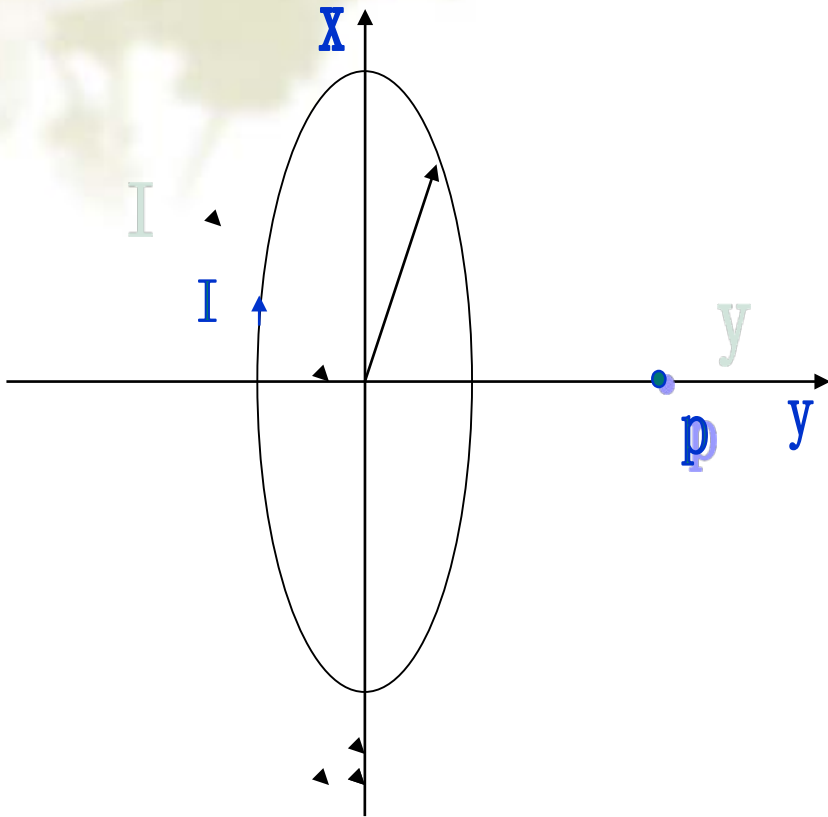






- ❖ 但亥姆霍兹线圈的匀强磁场精度较低
原因：可变因素只有线圈间距 d ，仅能使磁场表达式的马克劳林展开式的二阶导数为0
- ❖ 启发：想到如果给线圈增加可变因数，就有可能同时使二阶 四阶甚至更高阶的导数为0，从而能够提高磁场的均匀性

(一) 单线圈



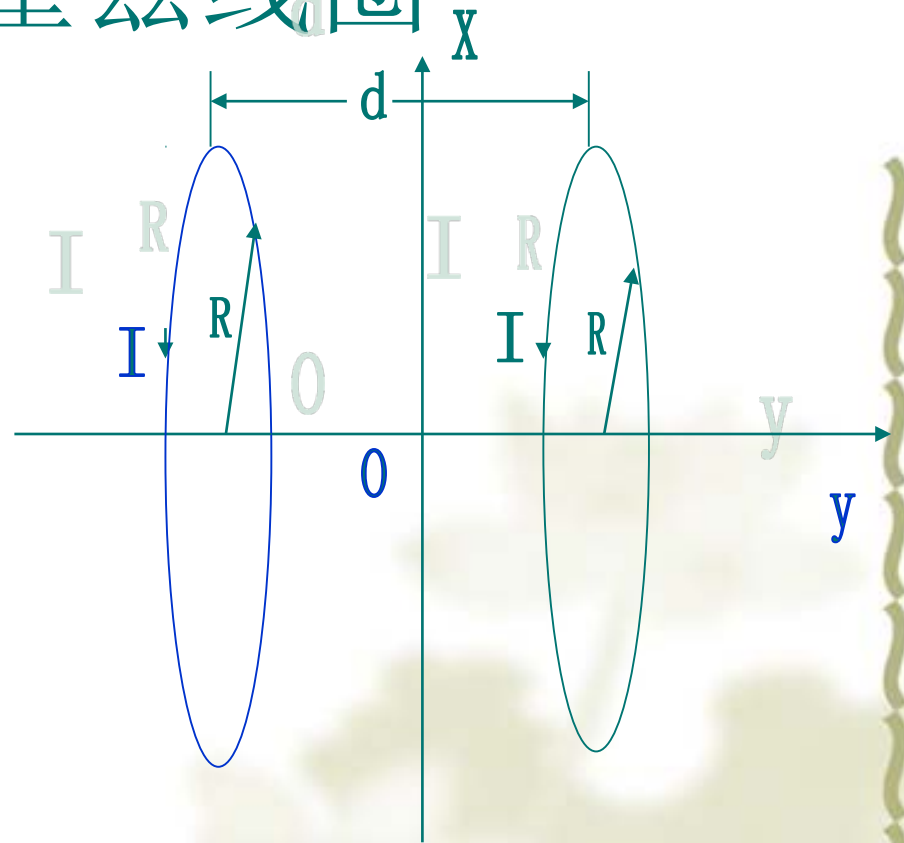
令单线圈的参数
 $I=1$, $R=1$ 。

由毕奥——萨伐尔定律得单线圈轴线P
点磁感应强度

$$B_x = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{2} (1 + x^2)^{-3/2}$$

(二)亥姆霍兹线圈

- ❖ 令两线圈的参数
 $I=1, R=1$



由叠加原理

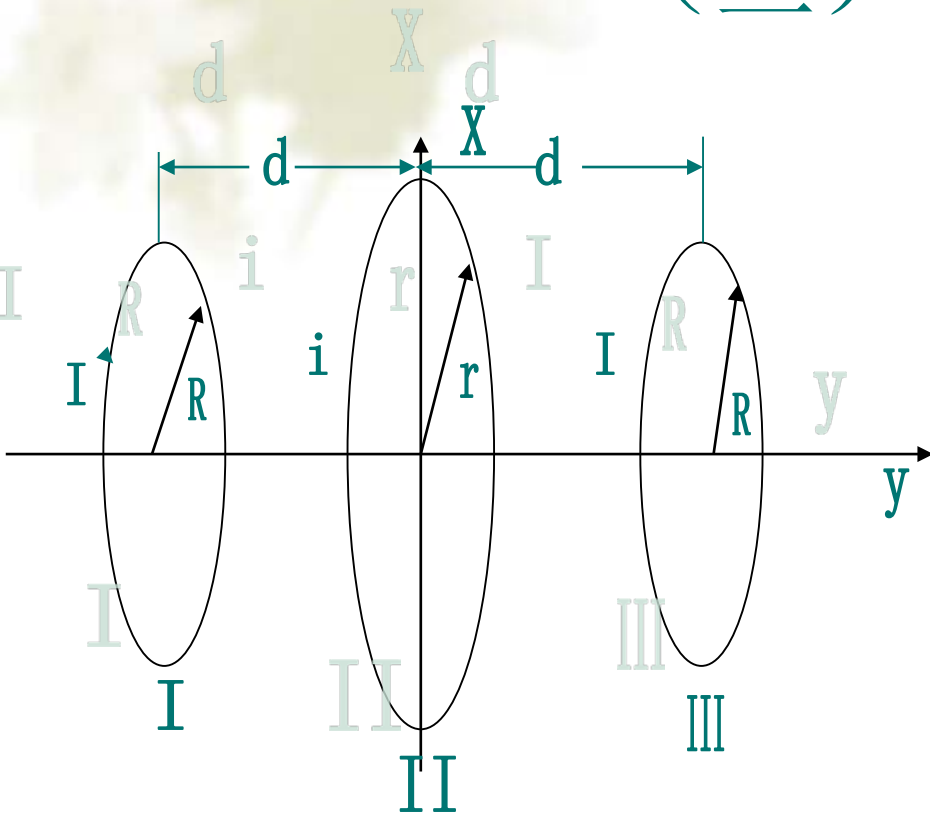
❖ 轴线上的磁场分量：

$$B_x = \frac{u_0}{2} \frac{IR^2}{[R^2 + (x + \frac{d}{2})^2]^{3/2}} + \frac{u_0}{2} \frac{IR^2}{[R^2 + (x - \frac{d}{2})^2]^{3/2}}$$

$$= \frac{u_0}{2} \left\{ [1 + (x + \frac{d}{2})^2]^{-3/2} + [1 + (x - \frac{d}{2})^2]^{-3/2} \right\}$$

❖ 令其马克劳林的2阶导数为0，得出d=1，，因此能准确到(x/r)的4阶小量。

(三) 3个线圈



- ❖ I线圈和III线圈的电流与半径应该完全相同
- ❖ II应放于I线圈和III线圈正中间。
- ❖ 令I线圈，III线圈参数 $I=1$ ， $R=1$

下面的问题是如何取*r*,*i*,*d*这三个参数？

❖ 空间点*P*(*x*,0,0)处的磁感应强度的*x*分量表达式，由叠加原理得：

$$B_x = \frac{u_0}{2} \{ [1 + (x - d)^2]^{-3/2} + \frac{i}{r} [1 + (x/r)^2]^{-3/2} + [1 + (x + d)^2]^{-3/2} \}$$

(6)

令它的马克劳林展开式的二阶导数，四阶导数为0，得到方程组：

$$2(1+d^2)^{-5/2} - 10d^2(1+d^2)^{-7/2} + i\frac{1}{r^3} = 0 \quad (7)$$

$$2(1+d^2)^{-7/2} - 28d^2(1+d^2)^{-9/2} + \quad (8)$$

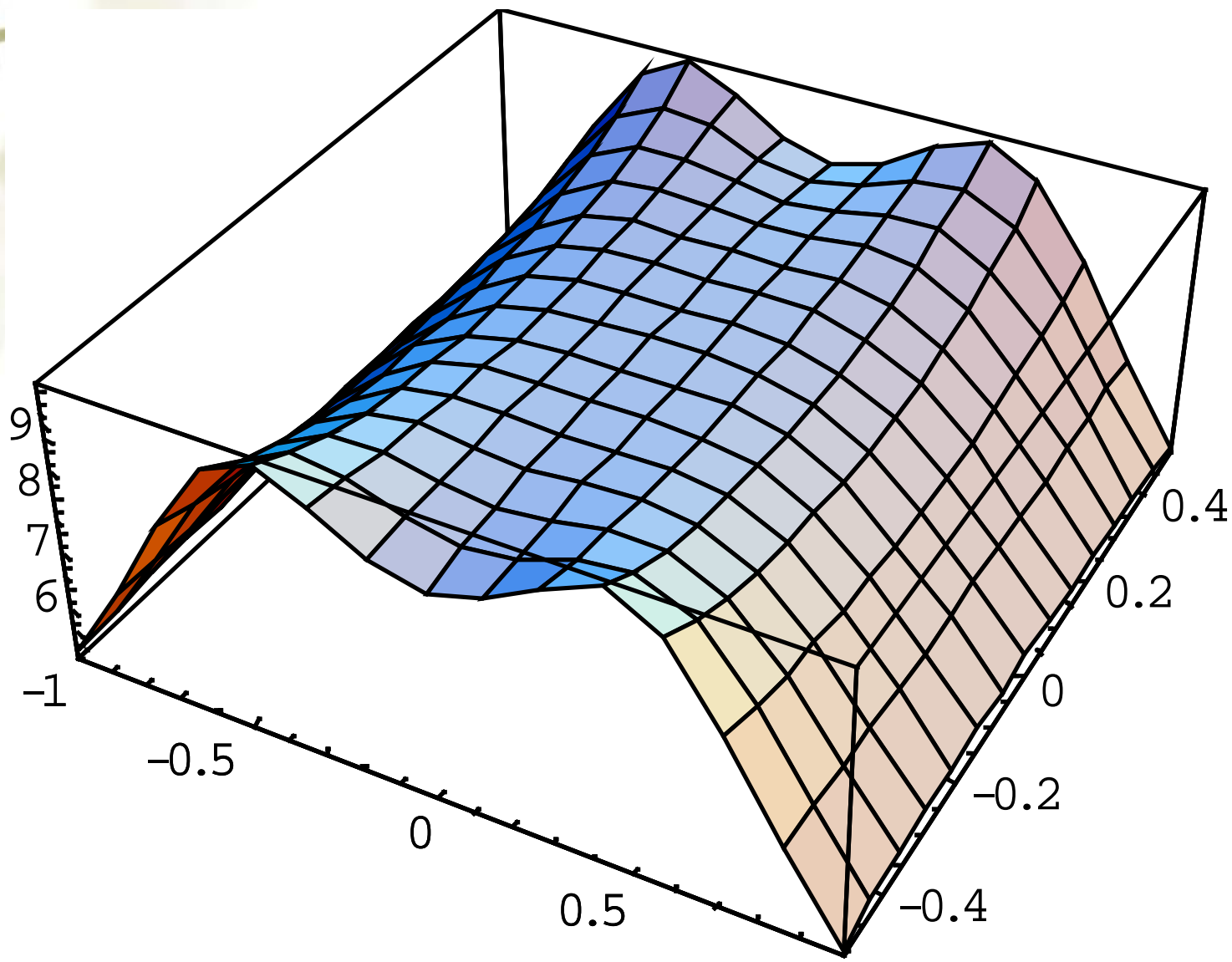
$$42d^4(1+d^2)^{-11/2} + i\frac{1}{r^5} = 0$$

- ❖ 理论上,我们可以从六阶导数为0再得到一个方程,联立可求得一组 r, i, d ,这样以来,磁场的均匀性可以精确到 (x/R) 的8阶小量,但方程组难以解出。
- ❖ 如果只列上面两个方程,则每给定一个 d 值,就能求出相应的 r, i 值

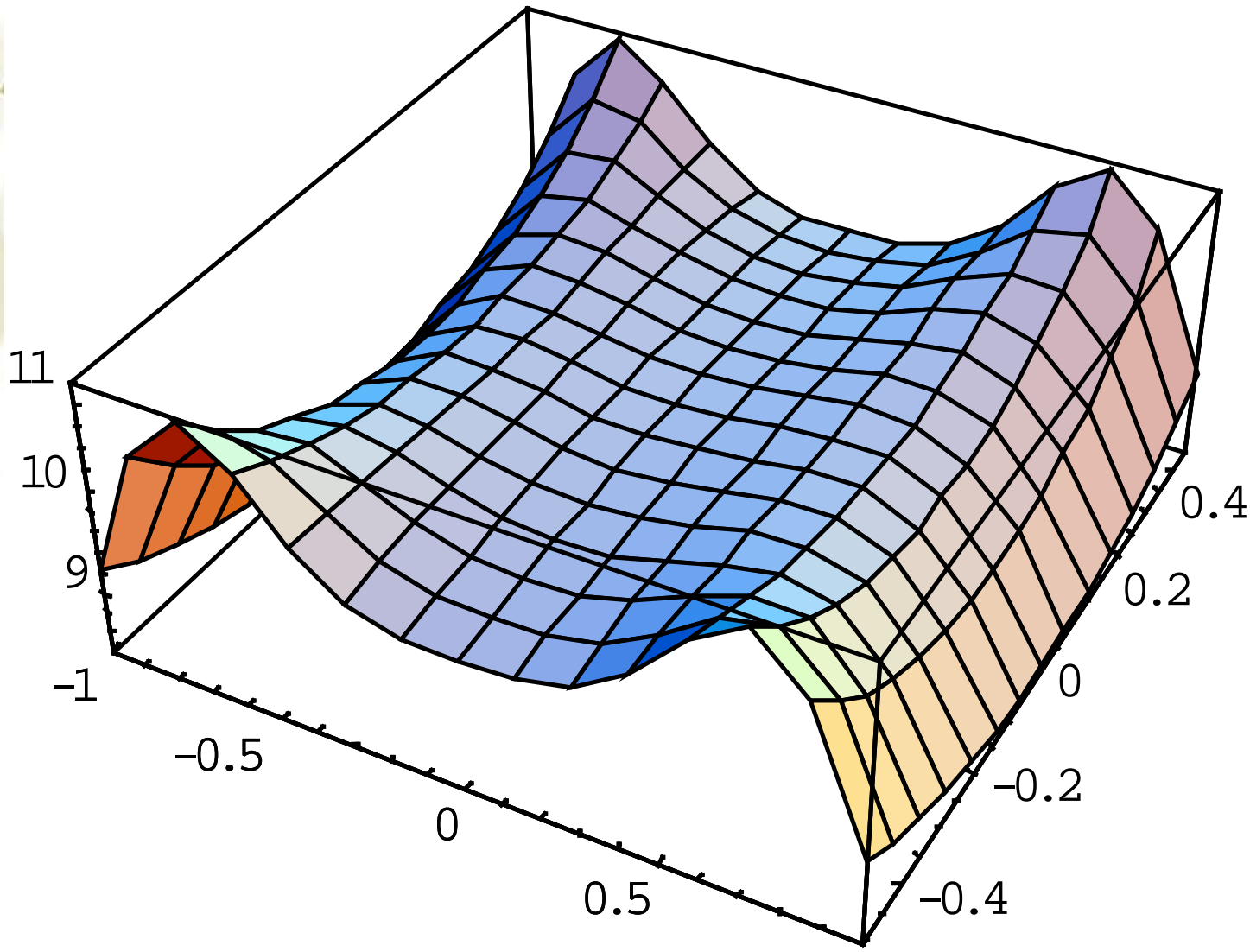
❖ 右面的表格中是我们取的一组 d 值和相应的 $i, 1/r$ 值

下面是其中部分取值的磁场分布图

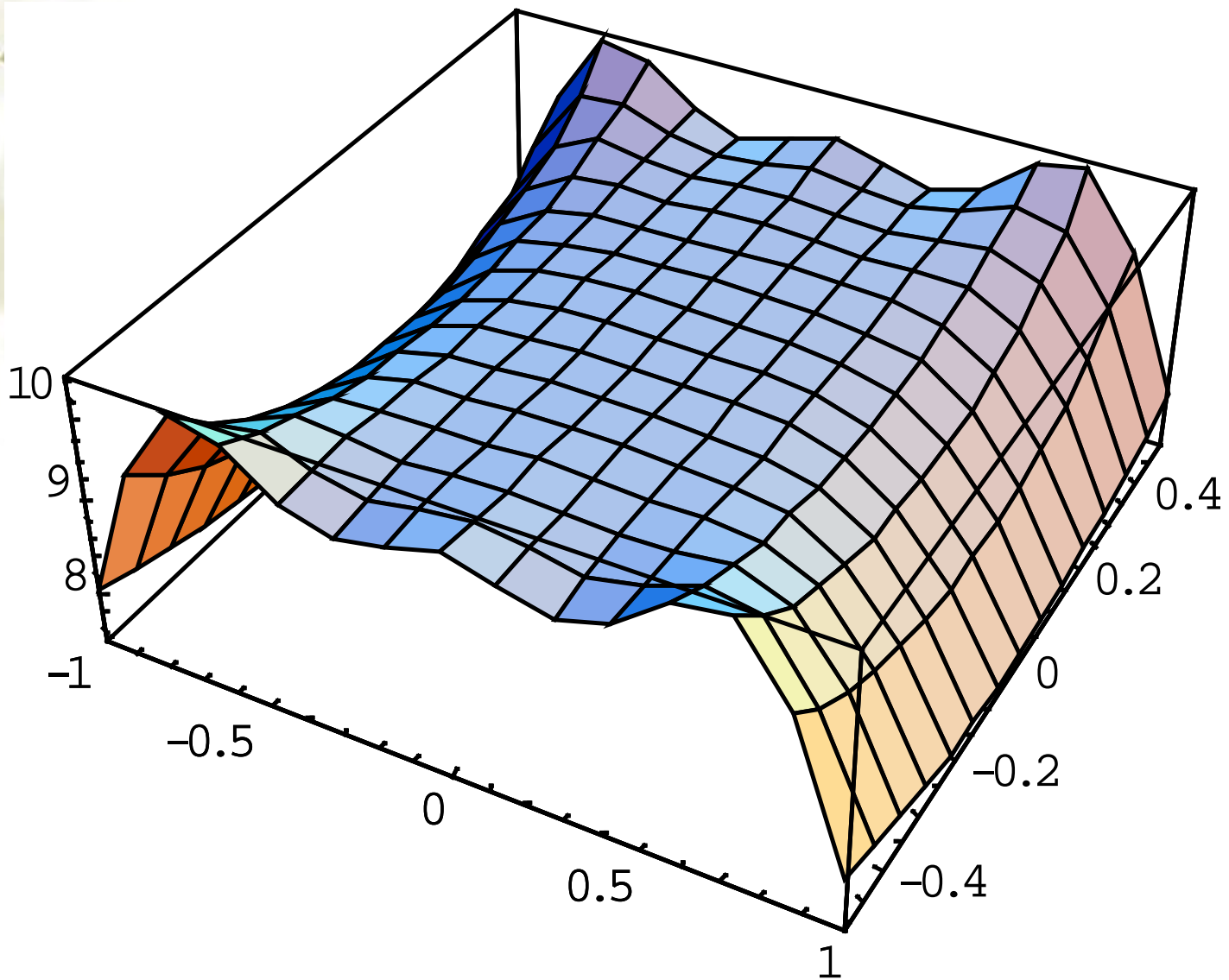
	1	2	3	4
d	0.7000	0.7500	0.8000	0.8500
i	0.2906	0.4840	0.7561	1.1459
1/r	1.3885	1.0547	0.8111	0.6231



4.亥姆霍兹线圈的轴线磁场分布图

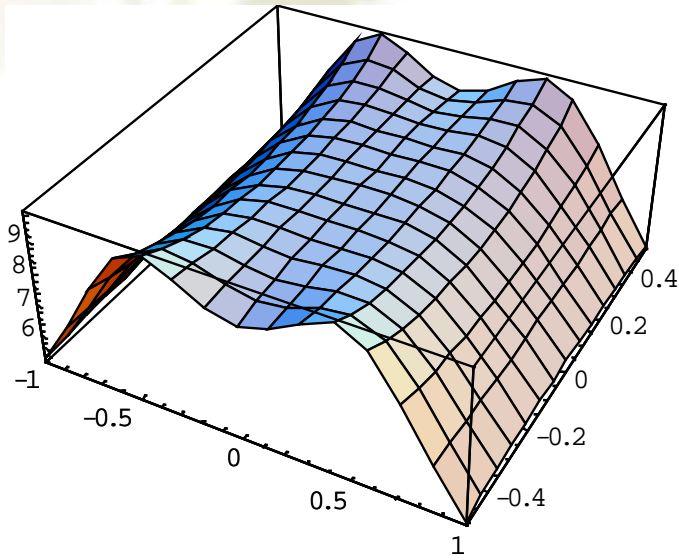


5. 三线圈在取参数 $d=0.800$ $i=0.7561$ $1/r=0.811$ 时, 轴线磁场分布

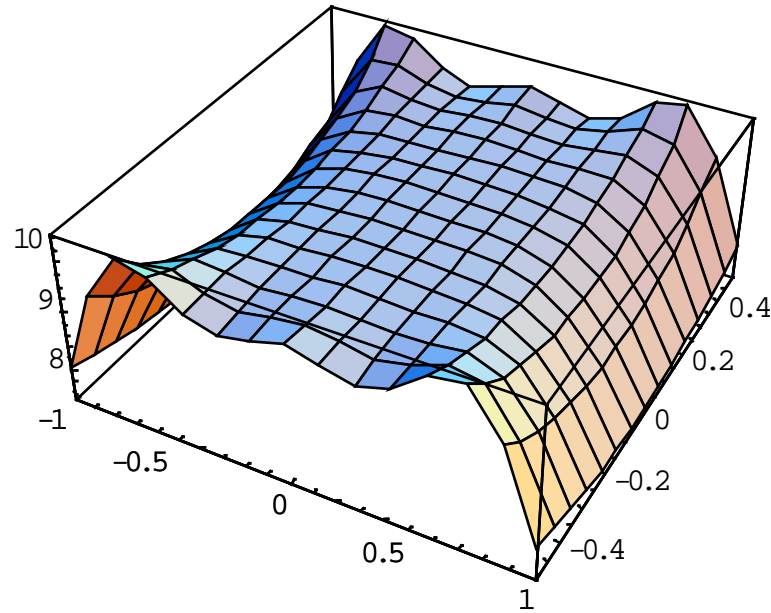


6. 三线圈在取参数
 $d=0.7500$ $i=0.4840$ $1/r=1.0547$

对比

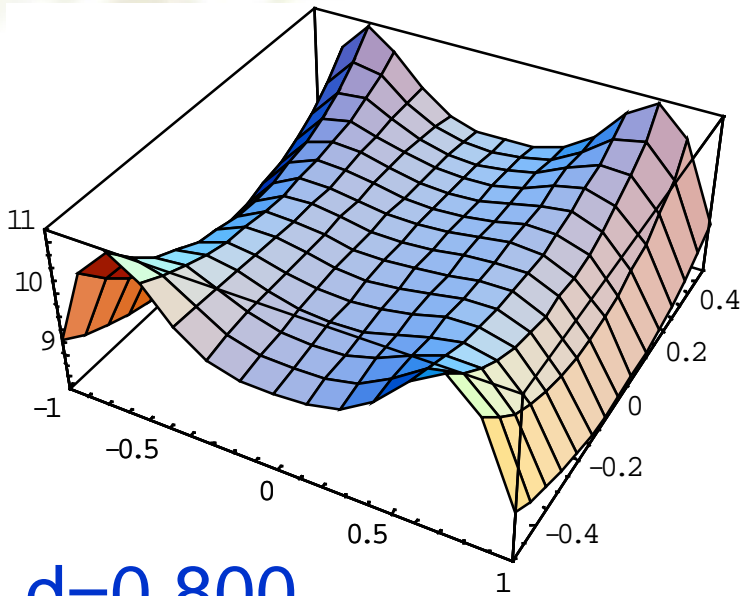


亥姆霍兹线圈
的轴线磁场分布图

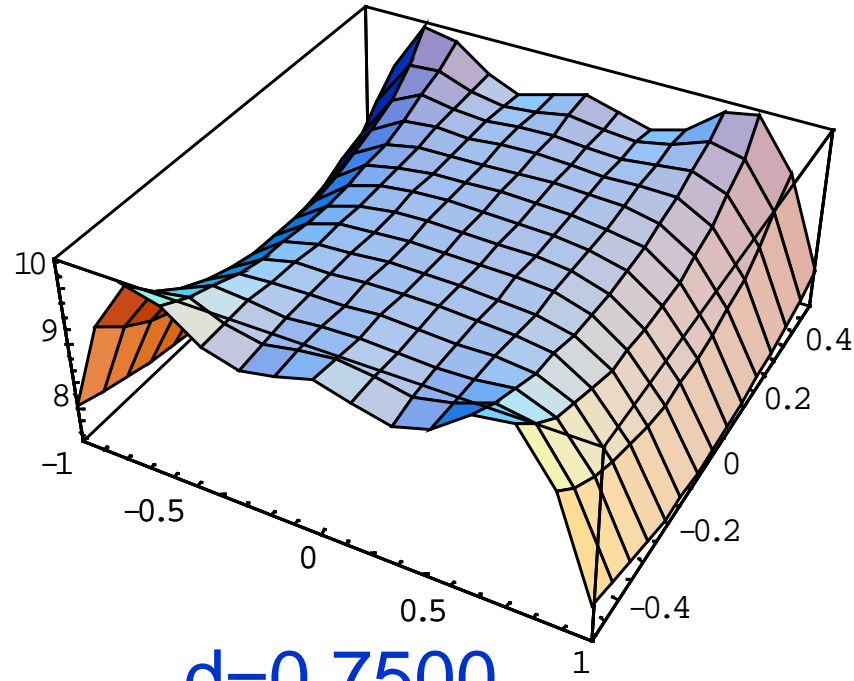


三线圈在取参数
 $d=0.7500$ $i=0.4840$
 $1/r=1.0547$

三线圈取不同参数时的对比



$d=0.800$
 $i=0.7561$
 $1/r=0.811$



$d=0.7500$
 $i=0.4840$
 $1/r=1.0547$

结论：

- 1 三线圈磁场在均匀性，均匀范围以及强度上都超过了亥姆线圈。
- 2 N 个线圈组的情况，可同理讨论。
- 3 三线圈选取的 d 是可以改变的，所以三线圈可以做更多的型号，适用性更好。
- 4 使用我们的计算结果，可以在实验室中制造出效果较好的三线圈！