

第三章 静电场中的电介质自测题一

3. 1 下面说法是否正确，试说明理由。

(1) 高斯面内若不包围有自由电荷，则面上各点的 D 必为零。

(2) 高斯面上各点 D 为零，则面内必不存在自由电荷。

(3) 高斯面上各点 E 为零，则面内自由电荷电量的代数和为零，极化电荷电量的代数和亦为零。

(4) 高斯面的 D 通量仅与面内自由电荷的电量有关。

(5) D 仅与自由电荷有关。

3. 2 在一均匀介质球外放一点电荷 q (见图)，问高斯面 S_1, S_2 上有 E 通量， D 通量各等于多少？

3. 3 在球形电容器中间同心地放一介质球壳(未充满电容空间)，其相对介电常数 $\epsilon_r = 2$ 的介质，试画出充电后介质内外的 E 线与 D 线。

3. 4 下列公式中，哪此是普遍成立的？哪些是有条件地成立，试指出其成立的条件。

(1) $D = \epsilon_0 E + P$

(2) $D = \epsilon E$

(3) $D = \epsilon_0 E_0$

(4) $D = \epsilon_0 E$

(5) $P = \chi \epsilon_0 E$

(6) 介质中某点 P 的电位 $U_P = \int_P^{P_0} E \cdot dl$ (P_0 为电位参考点)。

(7) 在介质中有两相距为 r ，电量为 q_1, q_2 的点电荷，它们所受的作用力大小为 $\frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon r^2}$ (ϵ 为介质的绝对介电常数)。

(8) 导体外极近一点的场强 $E = \frac{\sigma_0}{\epsilon} \hat{n}$ 。

3. 5 试证明式 (3.48) 中， D_1, D_2 及法线单位矢 \hat{n} 三者共面。

3. 6 试用电介质的边界条件得证 § 5.3 中，介质中的空腔的有关结论。

第三章 静电场中的电介质自测题二

3. 2. 1 偶极矩为 $p=ql$ 的电偶极子，处在场强为 E 的外电场中， P 与 E 的夹角为 θ 。

(1) 若 E 是均匀的， θ 为什么值时，电偶极子达到平衡？此平衡是稳定平衡还是不稳定平衡？

(2) 如果 E 是不均匀的，电偶极子能否达到平衡？

3. 2. 2 两偶极子 p_1 和 p_2 在同一直线上，它们之间距离 r 比它们自己的线度大很多，

证明：它们之间的相互作用力的大小为 $F = \frac{3p_1p_2}{2\pi\epsilon_0r^4}$ ，力的方向是 p_1 与 p_2 同方向时互相吸引，反方向时互相排斥。

3. 2. 3 一电偶极子处在外电场中，其电偶极矩为 $p = ql$ ，其所在处的电场强度为 E 。

(1) 求电偶极子在该处的电位能；

(2) 在什么情况下电偶极子的电位能量最小？其值是多少？

(3) 在什么情况下电偶极子的电位能最大，其值是多少？

3. 2. 4 一电偶极子，由 $q = 1.0 \times 10^{-6}$ (库) 的两个异号电荷所组成，这两个电荷相距为 $l = 2.0$ (厘米)，把这电偶极子放在 1.0×10^5 牛顿/库仑的均匀外场中。

(1) 外电场作用于电偶极子上的最大转矩是多大？

(2) 把偶极子从原来的位置 ($\theta = 0$) 转到最大转矩时，外力所作的功是多大？

3. 4. 1 一平行板电容器面积为 S ，两板间距离为 d ，中间充满均匀电介质，已知当一板自由电荷为 Q 时，整块介质的总偶极矩为 p ，求电容器中的电场强度。

3. 4. 2 一半径为 R ，厚度为 d 的均匀介质圆板 ($R \gg d$) 被均匀极化，其极化强度为 P ，且 P 平行于板面 (如图所示)，求极化电荷在圆板中心产生的电场强度。

3. 4. 3 在图中 A 为一块金属，其外部充满均匀介质，相对介电常数为 ϵ_r ($\epsilon_r = 1 + \chi$)，已知交界面上某点的极化电荷面密度为 σ' ，求该点的自由电荷面密度。

3. 4. 4 求一均匀极化的电介质球表面上极化电荷的分布，已知极化强度为 P ，如图所示。

3. 4. 5 图中沿 x 轴放置的介质圆柱，底面积 S ，周围是真空，已知介质内各点极化矢

量 $P = Kxi$ (K 为常数)。

(1) 求圆柱两底面上的极化电荷面密度 σ'_a 及 σ'_b ；

(2) 求出圆柱内体极化电荷密度 ρ' 。

3. 4. 6 平行板电容器充满了极化率为 χ 的均匀电介质，已知充电后金属板上的自由电荷面密度为 $\pm\sigma_0$ ，求电容器的电容 C 与没有电介质时的电容 C_0 之比。

3. 4. 7 一空气平板电容器，面积 $S=0.2$ (米²)， $d=1.0$ (厘米)，充电后断开电源，其电位差 $U_0 = 3 \times 10^3$ (伏)；当电介质充满两板间以后，则电压降至 1.0×10^3 伏，试计算：

(1) 原电容 C_0 ；

(2) 每一个导体板上的电量 Q ；

(3) 电介质放入后的电容 C ；

(4) 两板间的原电场强度 E_0 ；

(5) 放电电介质后的电场强度 E ；

(6) 电介质每一面上的极化电荷 Q' ；

(7) 电介质的相对介电常数 ϵ_r [提示： $\epsilon_r = C/C_0$]。

3.4.8 两相距为 5.0 毫米的平行导体板间均匀充满相对介电常数 $\epsilon' = 3.0$ ($\epsilon_r = 1 + \chi$) 的电介质，其介质内的电场强度是 10^6 伏/米，试求：

(1) 在导体板上的面电荷密度 σ_0 ；

(2) 在电介质面上的极化面电荷密度 σ' 。

3. 4. 9 在相对介电常数为 ϵ_r ($\epsilon_r = 1 + \chi$) 的电介质中有一强度为 E 的均匀电场，在介质内有一球形空腔。求球面上的极化电荷在球心产生的电场强度 E' 。

3. 5. 1 两平行导体板相距 5.0 毫米，带有等量异号电荷，面密度为 20 微库/米²，其间有两片电介质，一片厚为 2.0 毫米， $\epsilon_{r_1} = 3.0$ ；另一片厚为 3.0 毫米， $\epsilon_{r_2} = 4.0$ 。略去边缘效应，求各介质内的 E ， D 和介质表面的 σ' 。

3. 5. 2 一无限大均匀介质平板，厚度为 d ，相对介电常数为 ϵ_r ，其中有密度均匀的自由电荷，体密度为 ρ_0 ，求介质板内、外的 E 、 D 、 P 。

3. 5. 3 如图所示，一平行板电容器两极板相距为 d ，面积为 S 、其中放有一层厚为 t 的电介质，相对介电常数为 ϵ_r ，介质两边都是空气。设两极板间电位差为 U ，略去边缘效应。试求：

- (1) 介质中的电场强度 E ，电位移 D 和极化强度 P ；
- (2) 极板上的电量 Q ；
- (3) 极板和介质间隙中的场强 E_0 ；
- (4) 电容 C 。

3. 5. 4 在上题中，设平板电容器中没有放介质时，用电源给其充电，当电压为 U_0 时，拆去电源，然后将介质板插入（其厚度为 t ，相对介电常数为 ϵ_r ），求此情况下：

- (1) 极板上的电量 Q ；
- (2) 介质中的 E ， D ；
- (3) 两极板间的电位差 U 及电容 C 。

3. 5. 5 如图所示，一平行板电容器两极板相距为 d ，其间充满两种电介质，相对介电常数为 ϵ_{r1} 的介质所占的面积为 S_1 ，相对介电常数为 ϵ_{r2} 的介质所占的面积为 S_2 ，略去边缘效应，证明，其电容为

$$C = \frac{\epsilon_0(\epsilon_{r1}S_1 + \epsilon_{r2}S_2)}{d}$$

3. 5. 6 如图所示，三块正方形金属板 A ， B ， C 每边长 10 厘米，厚 3.0 毫米，各板间用 0.5 毫米厚、相对介电常数 $\epsilon_r = 5.0$ 的电介质隔开，外层的两板相互连接，并连到 b 点，中间的板接到 a 点，试求：

- (1) 当 a 点对 b 点维持一正电压时，划出各板上电荷的分布以“+”、“-”符号表示；
- (2) a ， b 间的电容。

3. 5. 7 两平板 ($S=200$ (厘米²)) 浸在煤油中，其间距 $d=A$ (毫米)，如果两板充电到电位差 $U=150$ (伏)，问其相互作用力是多少？(煤油的相对介电常数 $\epsilon_r=2$)。

3. 5. 8 如图所示，一导体球带是 $q = 10^{-8}$ (库仑)，半径 $R=10$ (厘米)，导体外面有两种均匀介质，一种介质 $\epsilon_{r1}=5$ ，厚度 $d=10$ (厘米)，另一种介质为空气， $\epsilon_{r2}=1.0$ ，充满其余整个空间，试求：

- (1) 求离球心 O 为 5、15、25 厘米处的电场强度和电位移矢量；
- (2) 求离球心 O 为 5、15、25 厘米处的电位；
- (3) 求第一种电介质两界面上的极化电荷面密度 σ' ；
- (4) 划出 $D(r)$, $E(r)$, $U(r)$ 各曲线；
- (5) 画出电力线和电位移线图。

3. 5. 9 一金属球带有电量 Q , 其半径为 a , 球外有一内半径为 b 的同心金属球壳, 球壳接地, 球与壳间充满介质, 其相对介电常数与到球心的距离 r 的关系为 $\epsilon_r = \frac{K+r}{r}$, 式中

K 是常数, 证明: 在介质中, 离球 S 为 r 处的电位 $U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 K} \ln \frac{b(r+K)}{r(K+b)}$ 。

3. 5. 10 球形电容器由半径为 R_1 的导体球和与它同心的导体球壳构成, 壳的内半径为 R_2 , 其间有两层均匀介质, 分界面的半径为 r , 相对介电常数分别为 ϵ_{r_1} 和 ϵ_{r_2} (见附图)。

- (1) 求电容 C ;
- (2) 当内球带电荷为 $-Q$ 时, 求各介质表面上极化电荷密度 σ' 。

3.5.11 有一平行板电容器, 板间距离为 2.0 厘米, 其中有一个 1.0 厘米厚的玻璃 ($\epsilon_r = 7.0$, 击穿场强为 50 千伏/厘米), 其余为空气 (击穿场强为 30 千伏/厘米), 今在两极板间加上 40 千伏电压, 此电容器是否会击穿? 将玻璃取出, 使极板间全部是空气, 问电容器在上述的电压下是否会被击穿?

3. 5. 12 圆柱形电容器是由半径为 R_1 的导线和与它同轴的导体圆筒构成的, 圆筒内半径为 R_2 , 长为 L , 其间充满相对介电常数为 ϵ_r 的介质 (如图)。设沿轴线单位长度上导线的电荷为 λ_0 , 圆筒的电荷为 $-\lambda_0$, 略去边缘效应。试求:

- (1) 两极的电位差 U ;
- (2) 介质中的电场强度 E 、电位移 D 、极化强度 P ;
- (3) 介质表面的极化电荷面密度 σ' 。

3. 5. 13 两共轴的导体圆筒, 内筒外半径为 R_1 , 外筒内半径为 R_2 ($R_2 < 2R_1$), 其间有两层均匀介质, 分界面的半径为 r , 内层相对介电常数为 $\epsilon_{r_2} = \epsilon_{r_1}/2$, 两介质的介电强度 (即击穿场强) 都是 E_M 当电压升高时, 哪层电介质先击穿? 证明: 两筒最大的电位差

$$U_M = \frac{1}{2} EMr \ln R_2^2 / rR_1$$

3. 6. 1 如附图所示, 由两层均匀电介质充满的圆柱形电容器的截面, 两电介质的相对介电常数分别为 ϵ_{r_1} 和 ϵ_{r_2} ; 设沿轴线单位长度上, 内、外圆筒的电荷为 λ 与 $-\lambda$ 。

- (1) 问 D 及 E 在介质的分界面处是否连续?
- (2) 求此电容器单位长度的电容。

3. 6. 2 分界面左、右两侧电介质的相对介电常数分别为: $\epsilon_{r_1}=3$ 和 $\epsilon_{r_2}=7$ 。设在分界面左侧的场强大小为 $E_1=1000$ 伏/米, 与法线成 45° 角, 且指向右侧, 求分界面右侧的场强 E_2 。

3. 6. 3 相对介电常数为 ϵ_r 的均匀介质与真空的交界面为一平面已知真空中均匀场强 E_0 与界面法线夹角为 θ , 试计算:

- (1) 以界面上一点为球心, R 为半径的球面上场强 E 的总量;
- (2) 如图所示, l 为两边与界面平行的一矩形积分路径, 试计算沿 l 的 D 的环路积分 $\oint D \cdot dl$ 。

3. 6. 4 如图所示, A 在介质中离电介质边界极近的一点, 已知电介质外真空中的场强为 E_0 其方向与界面法线夹角为 α_0 , 试求:

- (1) A 点的场强大小与方向;
- (2) A 点附近介质的极化面电荷密度。

[介质的相对介电常数为 ϵ_r]

3. 7. 1 将平行板空气电容器充电至电位差 U , 然后断开电源, 电容器极板的面积为 S , 极板间的距离为 d , 两极板竖直放置着。使电容器有一半浸在相对介电常数 ϵ_r 的液体中, 试求:

- (1) 电容 C ;
- (2) 极板上自由电荷密度 σ_0 的分布;
- (3) 两极板间空气中及介质中的电场强度;
- (4) 浸在液体中的电容器的能量比原电容器的能量减少多少?

3. 7. 2 平行板电容器极板的面积为 200 厘米², 极板间的距离为 1.0 毫米, 在电容器内有一块玻璃板 ($\epsilon_r=5$) 充满两极板间的全部空间, 求在下面的情形下, 若将玻璃板移开,

电容器的能量的变化：

(1) 将电容与电动势为 300 伏的电源相连；

(2) 充电后，将电源断开再抽出玻璃板。

3. 7. 3 电量为 Q_0 的导体球，置于均匀无限大的电介质中，已知介质的相对介电常数 ϵ_r ，导体球半径为 R ，求储藏在电介质中的能量密度。

3. 7. 4 在 3.5.5 题中，当两金属极板上的自由电荷为 $\pm Q_0$ 时，分别求两种介质中的能量密度及总能量。

第三章 静电场中的电介质自测题

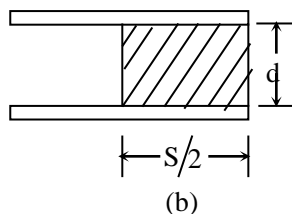
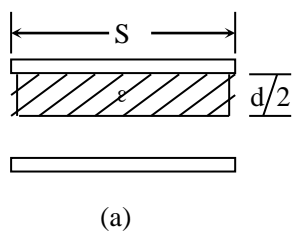
1、讨论题

- (1) 将平行板电容器两极板接在电源上以维持其间电压不变。用介电常数为 ϵ 的均匀电介质将它充满，极板上的电荷量为原来的几倍？电场为原来的几倍？若充电后拆掉电源，然后再加入电介质，情况如何？

该题涉及下列知识点：平行板电容器的电容，匀强电场中场强与电位差的关系，电介质对电容器的影响等。

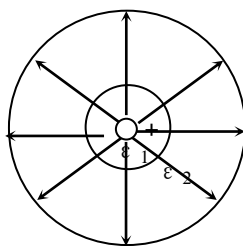
- (2) 如图所示，平行板电容器极板面积为 S ，间距为 d ，试问：

- ① 将电容器接在电源上，插入厚度为 $d/2$ 的均匀电介质板（图 a），介质内外电场之比为多少？它们和插入电介质之前电场之比为多少？
- ② 在问题①中，若充电后撤去电源，再插入电介质板，情况如何？
- ③ 将电容器接在电源上，插入面积为 $S/2$ 的均匀电介质板（图 b），介质内外电场之比为多少？它们和未插入电介质之前电场之比为多少？
- ④ 在问题③中，若充电后撤去电源，再插入介质板，情况如何？
- ⑤ 图 a, b 中电容器的电容各为真空时的几倍？



该题涉及下列知识点：电位差的计算，电位移与电场强度的关系，电荷守恒定律，电介质对电容的影响，电容的计算等。

- (3) 正电荷被两种不同的介质包围着，图中的场线是 \vec{E} 线还是 \vec{D} 线？通过两个球面的电位移通量是否相同？



该题涉及下列知识点：高斯定理及含义， \mathbf{E} 线与 \mathbf{D} 线的特点， \mathbf{D} 与 \mathbf{E} 的关系等。

(4) 在电场中的电介质极化后，先把它分截开为两半，然后撤去电场，问这两个半截的电介质是否带电？

该题涉及下列知识点：分子电距，电介质极化的微观机制等。

(5) 以 \mathbf{E}_0 表示真空中的电场强度，表 \mathbf{E} 示介质中的电场强度，表 \mathbf{D} 示电位移矢量，采用 MKSA 单位制。①在什么情况下 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon_0 \mathbf{E}_0$

②在什么情况下 $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ ，且 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}_0$

③在什么情况下 $\mathbf{D} \neq \epsilon \mathbf{E}$ ，且 $\mathbf{D} \neq \epsilon_0 \mathbf{E}_0$

该题涉及下列知识点： \mathbf{D} 与 \mathbf{E} 的一般关系及 \mathbf{D} 与在 \mathbf{E} 真空及在各向同性介质中的特殊关系等。

(6) 能否让电介质带上自由电荷？能否让导体带上束缚电荷？

该题涉及下列知识点：电介质，导体的电结构，电介质极化的微观机制等。

(7) 在静电场中的电介质和静电场中的导体表现出有何不同的特征？

该题涉及下列知识点：导体的电结构，静电平衡条件，静电感应，电介质的电结构，极化的微观机制，退极化场等。

(8) 电介质的极化和导体的静电感应，两者的微观过程有何不同？

该题涉及下列知识点：金属，电介质的电结构，电介质极化的微观机制等。

(9) 有一种电介质的介电系数随电场而改变（例如，酒后醇甲钠），如果以这种电介质做电容器的绝缘层，那么，电容器的电量与电位差是否仍成正比？

该题涉及下列知识点：电容器电容定义式，电介质对电容的影响等。

(10) 在平行板电容器之间分别放入一电介质板与一金属板，它们对电容器的影响是否相同？设板的厚度为两极板距离的一半。

该题涉及的知识点为：导体静电平衡的条件，电介质对电容器电容的影响，电容器的串并联等。

(11) 我们希望制备一个以油为电介质，电容为 C 的平板电容器。当两极板间电位差等于或低于某一最大电位差 U_m 的情况下，它不发生电弧而能安全工作。可是因为设计师设计得不够好，电容器偶尔发生电弧。试问使用同样的电介质并在 C 与 U_m 保持不变的条件下，你将如何重新设计这个电容器？

该题涉及下列知识点：平行板电容的表达式，平行板电容器两板电位差与场强关系等。

(12) 下述情况中，电能的变化有何不同/

① 当电量保持不变时（即除去电源后），把电容器的电容减小（例如把两极板分开或抽出电介质）。

② 当电压保持不变时（即接着电源时），把电容器的电容减小。

该题涉及下列知识点：带电电容器储能公式，能量守恒与转化等。

(13) 把充电后的平板电容器的两板分开，一次是在电容器与电源连接着的时候分开，另一次是在电容器带电后先去掉电源，然后再分开，问在哪一次时做功较大/设分开的距离相同。

该题涉及下列知识点：能量守恒与转换定律，电容器储能公式，平行板电容器的电容等。

(14) 有一带正电的肥皂泡，吹大到使它的半径为原来的两倍，问电能有什么变化？电荷的存在对于吹泡有帮助还是有妨碍？

该题涉及的知识点有：电场的能量，能量守恒与转换定律等。

(15) 比较自能，互能，电位能，静电能，电场能和电容器储能？

该题涉及下列知识点：上述各种能量的定义及能量守恒与转化定律等。