第一章　真空中的静电场

目的:

1、掌握库仑定律的矢量表示式和库仑定律的适用条件。理解和掌握静电力的迭加原理;

2、理解并掌握电场强度和电势的概念及它们之间的关系，学会从已知电荷分布求场强和电势的方法;

3、理解电场的性质。掌握反映静电场性质的基本定理——环路定理和高斯定理。并能运用高斯定理求解具有对称性带电体周围空间的场强分布问题。

ζ 1-1　电荷

电荷是物质的一种属性。电荷有且只有两种；同种电荷互相排斥，异种电荷互相吸引。

为了区别两种电荷，人们规定其中一种电荷为正电荷 ，另一种为负电荷，所以电荷量可作为代数量来运算。

电荷守恒定律：在一个与外界无电荷交换的封闭系统中，无论进行什么样的过程，该系统的正负电荷的代数和始终保持不变

ζ 1 – 2　库仑定律

点电荷模型：当带电体本身的线度比起带电体之间的距离小得多，以致带电体的形状和体积对相互作用力的影响可以忽略不计时，就可以把这样的带电体看成是带电荷的几何点，简称点电荷。

真空中两个相对静止的点电荷之间的相互作用力由库仑定律确定,库仑定律数学表达式为：

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{r_0}$$

$\vec{r_0}$表由施力电荷指向受力电荷的单位矢，当q_1、q_2同号时, $q_1q_2>0$,$\vec{F}$与$\vec{r_0}$ 同向，表示为斥力; 当 q_1、q 异号时, $q_1q_2<0$ ，$\vec{F}$与$\vec{r_0}$ 反向表示为引力。

库仑定律是指两个点电荷之间静电作用力的规律。注意：两个电荷必须是点电荷，对某个坐标系而言，施力电荷必须是静止的，受力电荷可以是静止的也可以是运动的。

静电力的迭加原理:作用在每一个点电荷上的总静电力等于其它各点电荷单独存在时作

用于该点电荷的静电力的矢量和。

点电荷组与点电荷 q_0之间的静电力公式：

$$\vec{F}=\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{r_{i0}}$$

电荷连续分布的带电体与点电荷q_0之间的静电力公式:

$$\vec{F}=\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r^2}\vec{r_0}$$

应用以上两式进行计算时要注意静电力的矢量性，注意迭加是矢量迭加。

ζ1－3 电场强度

静止电荷在周围空间存在着一种特殊形式的物质——静电场，静止电荷间的相互作用力就是通过静电场来传递的。

静电场的性质表现在：

１、静电场对置于场中的其它带电体有力的作用；２、当带电体在电场力的作用下移动时，电场力对它要作功。

在本章，将从这两个性质出发引入描述静电场的两个基本物理量——电场强度和电势。

电场强度矢量：在电场中某点的电场强度矢量定义为单位正电荷在该点所受电场力，即：

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}$$

单位：牛顿／库仑（Ｎ／Ｃ）也常用伏特／米（Ｖ／m)。

真空中点电荷的场强： $\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r_0}$

$\vec{r_0}$ 是矢量，其方向由源点（即点电荷所在点）指向场点， r 为源点到场点之间的距离，ε_0 为真空中的介电常数，也称为真空中的电容率．其值为 ε_0＝８．８５× 10^{-12} 库仑／牛米 顿．。

场强迭加原理：一组点电荷在某点产生的场强等于各点电荷单独存在时在该点产生的场强的矢量和，真空条件下： $\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{r_{i0}}$

点电荷组的场强：

式中 r_i 为第 i 个点电荷至场点的距离，$\overrightarrow{r_{i0}}$ 的方向自第 i 个点电荷指向场点。

电荷连续分布的带电体的场强：

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r^2}\vec{r_0}$$

对于连续分布的体电荷有 dq=ρdV ρ 为电荷元的体密度。

对于连续分布的面电荷有 dq=σdV σ 为电荷元的面密度。

对于连续分布的线电荷有 dq=λdV λ 为电荷元的线密度。

求电荷连续分布带电体的场强的方法：设想把带电体分割成无限多个电荷元 dq，每个电荷元可以看成是一个个点电荷，求出各点电荷在场点的场强，根据迭加原理，场点的合场强就是这些电荷元单独存在时在该点的场强的矢量和。数学上归纳为对带电体的求和或积分。

电偶极子：两个等量异号的电荷相距为 L,当所考虑的场点到它们的距离 r 远大于 L 时，这样的电荷系统称为电偶极子。

电偶极矩矢量：$\vec{p}=q\vec{L}$,$\vec{L}$ 的方向由负电荷指向正电荷。

几种电荷连续分布的带电体周围空间的场强分布：

1、均匀带电球面 $\overrightarrow{E_{内}}=0$ $\overrightarrow{E_{外}}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r_0}$

2 、均匀带电球体 $\overrightarrow{E_{内}}=\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\vec{r_0}$ $\overrightarrow{E_{外}}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r_0}$

3 、无限长均匀带电直线 $\vec{E}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{r_0}$

4 、无限大均匀带电平面 $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}$

5 、两无限大均匀带电平面且电荷面密度等值异号的平行平板之间：$\vec{E}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$

电场线：为了形象化、直观化的描述电场的分布，我们可以在电场中描绘出一系列的曲线，

使这些曲线上每一点的切线方向都与该点处的场强 $\overrightarrow{E}$ 的方向一致，这样的曲线叫电场线。

$E=\frac{\Delta N}{\Delta S_{\perp}}$ 即在电场中任一点处，通过垂直于 $\overrightarrow{E}$ 的单位面积的电场线数等于该点处 $\overrightarrow{E}$ 的量值，这样可用电场线的疏密来形象地表示电场中场强的大小. 电场线密的地方场强大，疏的地方场强小。

静电场中电场线的性质：

1、不形成闭合线，不中断，而起自于正电荷，止于负电荷。

2、任何两条电场线不会相交，这说明静电场中每一点的场强只有一个方向。

§1－4　高斯定理

电通量：表征电场线通过电场中任一曲面情况的物理量，它正比于通过这曲面的电场线数，通过面元 ΔS 的电通量 $\Delta\Phi_e$ 定义为该点场强的大小 E 与△S 在垂直于场强方向上的投影面积 $\Delta S'=\Delta S\cdot\cos\theta$ 的乘积，即：$\Delta\Phi_e=E\cdot\Delta S\cdot\cos\theta=\overrightarrow{E}\cdot\Delta\overrightarrow{S}$

θ表示面元 $\Delta\overrightarrow{S}$ 的法线方向（即 $\Delta\overrightarrow{S}$ 的方向）与电场强度 $\overrightarrow{E}$ 之间的夹角。

电通量是代数量。随场强 $\overrightarrow{E}$ 与面元矢量 $\Delta\overrightarrow{S}$ 的夹角θ的不同，电通量有正负之分。

对有限曲面 S，通过整个曲面 S 的电通量 Φ 就是所有面元上的电通量的代数和，即面积分：

$$\Phi_e=\iint_s\overrightarrow{E}\cdot d\overrightarrow{s}=\iint_s E\cdot ds\cdot\cos\theta$$

如果是封闭曲面，则其电通量为：$\Phi_e=\oint\!\!\!\!\oint_s\overrightarrow{E}\cdot d\overrightarrow{S}=\oint\!\!\!\!\oint_s E\cdot dS\cdot\cos\theta$

对于闭合曲面而言，通常规定外法线矢量为正。

高斯定理：静电场中任一闭合曲面 S 的电通量 Φ_e 等于被曲面所包围的电荷的代数和 $\sum q_i$ 除以 ε_0 ,而与闭合面外的电荷无关.用公式表示:

$$\Phi_e=\oint\!\!\!\!\oint_s\overrightarrow{E}\cdot d\overrightarrow{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$$

式中 $\sum q_i$ 为闭合面内所有电荷的代数和。

高斯定理是静电场的基本规律之一。根据高斯定理，由已知电荷分布可求电场分布，但这一方法的前提条件是电荷分布已知，且要求对称分布，其关键是对电场分布的对称性作出正确的分析，在此基础上选择合适的高斯面，以使场强 E 能从积分号中提出，或者在某些面上通量等于零。

§1-5 静电场的环路定理

静电场的环路定理：静电场中场强沿任意闭合环路的线积分恒等于零。

即：

$$\oint_L \overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{L} = 0$$

式中 L 为任意闭合曲线。场强 $\overrightarrow{E}$ 的环流等于零，是静电场的又一个基本规律，它说明静电场是一种保守场，在静电场中移动电荷时，电场力所作的功与路径无关。

§1－6 电势 电势差

电势能：静电场与重力场相似都是保守场，或者称为势场。可以在场中引进“势能”的概念，电荷在电场中任一给定位置就具有一定的势能，称为电势能。场中 a 点与 b 点的电势能差等于将试探电荷从 a 点沿任一路径移到 b 点过程中，电场力所作的功。即

$$W_{ab} = W_a - W_b = A_{ab} = \int_a^b q_0 \overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{L}$$

式中 W_a、W_b 为 a、b 两点处 q_0 与产生电场的电荷系统间具有的电势能。当电场力做正功时，$A_{ab}>0$，则 $W_a>W_b$ 电势能减少，当电场力做负功时 $A_{ab}<0$，则 $W_a<W_b$ 电势能增加。

电荷 q_0 在场中某点的电势能，在数值上等于把 q_0 从该点移到参考点时，电场力所作的功，理论上通常取无限远处的电势等于零，则 q_0 在 a 点的电势能

$$W_a = \int_a^{\infty} q_0 \overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{L}$$

在国际单位制中，电势能的单位是焦耳（J）.

电势：是表征静电场性质的一个物理量，场中某一点电势在数值上等于把单位正电荷从该点沿任意路径移到电势参考点过程中，电场力所作的功：

$$\varphi = \int_a^{\infty} \overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{L}$$

电势也可以表述为单位正电荷在该点的电势能。在国际单位制中，电势的单位是伏特（V）.

电势迭加原理：一组点电荷在某点产生的电势等于各点电荷单独存在时在该点产生的电势的代数和。真空条件下：

点电荷的电势： $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r}$

点电荷组的电势：
$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

电荷连续分布的带电体的电势：
$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r}$$

求电势的两种方法：

1、根据电势的定义式，由已知场强分布求电势分布。

2、以点电荷的电势公式为基础，根据电势的迭加原理，由已知的电荷分布求电势分布。

§1－7　场强与电势的微分关系

等势面：电场中电势相等的点连成的曲面叫做等势面。

等势面的性质：

1、在等势面上任意两点间移动电荷时，电场力不作功。

2、等势面处处与电场线正交。

3、电场线总是从电势较高的等势面指向电势较低的等势面。

4、若在画等势面时规定相邻两等势面的电势相等，则由等势面的相关疏密程度可以看出场强的大小，密的地方场强大，疏的地方场强小。

场强与电势的微分关系：电场中某点的场强等于该点电势沿等势面法线方向（即场强方向）的方向导数的负值，负号表示场强方向沿电势降落的方向.

即：
$$\vec{E} = -\frac{\partial\varphi}{\partial n}\vec{n}$$