第六章　　磁介质

7.1.1.一均匀磁化的电磁棒，直径为25毫米，长为75毫米，其总磁矩为12000安3.米^2。求棒中的磁化强度M.

解：由$\overrightarrow{M}$的定义式有：$\overrightarrow{M}=\dfrac{\sum\vec{P}_{mi}}{\Delta_i}$

$$\overrightarrow{M}=\frac{P_{总}}{\Delta_i}=\frac{12000}{\pi(\frac{25}{2})^2*10^{-6}*75*10^{-3}}$$

$$=3.3*10^3 \text{（安/米）}$$

7.1.2.半径为R的磁介质球被均匀磁化，磁化强度为$\overrightarrow{M}$与Z轴平行(如图所示)。用球坐标表示出这个介质球面上的面磁化电流密度$\vec{i}''$，并求出这样分布的磁化电流所提供的点磁矩$\overrightarrow{P_m}$。

解：$\vec{i}'=(\overrightarrow{M_2}-\overrightarrow{M_1})*\hat{n}$　　$\hat{n}$是介质球面的外法

向单位向量。$\vec{M}_2=\vec{M}, M_1=0$

∴　　$\vec{i}'=\vec{M}\times\vec{n}=M\sin\theta\hat{\Phi}$

面磁化电流可看作是相互平行的圆电流,圆电流所在平面与Z轴垂直。宽度为dl的面磁化电流产生的磁 距为：$d\vec{p}_m i'dl\cdot S\hat{k}$。

上式中S为磁化电流i'所围成的面积S=πr^2。S的法向与z轴一致故用其单位矢量$\hat{k}$表示。整个球面上所有元d$\hat{P}_m$的方向均指向k ，故矢量和变为求代数和。

$$P_m=\int dP_m=\int_0^{\pi} i'\pi r^2 dl \text{（dl=Rd}\theta\text{ R为介质球的半径，r=R sin}\theta\text{）}$$

$$p_m=\int_o^{\pi} M\sin\theta\cdot\pi R^2\sin^2\theta\cdot Rd\theta$$

$$=\pi R^3 M\int_o^{\pi}\sin^3\theta d\theta=\frac{4}{3}\pi R^3 M$$

写成矢量式 $\vec{p}_m=\dfrac{4}{3}\pi R^3\vec{M}$

由于是均匀磁化，不可用积分求解，而用式

$P_m=MV=\dfrac{4}{3}\pi R^3 M$

7.1.3 在磁化强度为$\vec{M}$ 的均匀磁化介质中，挖去 一 球形空穴。证明：空 球表面上磁化电流对球心 0 的磁感应强度为$\vec{B}=-\frac{2}{3}\mu_{\circ}\vec{M}$

证明：由式$\vec{i}'=\vec{M}\times\vec{n}$判断出磁化电流$\vec{i}$ 的方向如图所示，应为是球形空穴，上式中$\vec{n}$为球面指向球心 0 点的法向单位 矢。$\vec{i}$ 的大小为

$$\vec{i}=M\sin(\pi-\theta)=M\sin\theta 。$$

空穴表面的磁化电流可看作是许多平行的圆形电流。宽度为 dl 的磁化电流在空穴中心 0 点产生的 d$\vec{B}'$

$$\mathrm{d}\,\vec{B}'=\frac{\mu_{\circ}r^{2}i'dl}{2R^{3}}\hat{k}$$

式中 R 为球形空穴半径，r 为圆形磁化电流半径，为 z 的单位矢。由于所有圆形磁化电流在 0 点产生的均与反向，故把求矢量和变成求代数和。

$$B'=\int dB'=\frac{\mu_{\circ}}{2}\int_{\circ}^{\pi}\frac{\mathrm{R}^{2}\mathrm{Sin}^{2}\theta\cdot M\sin\theta R\mathrm{d}\theta}{R^{3}}$$

$$(r=R\mathrm{Sin}\,\theta,\ dl=R\cdot d\theta)$$

$$=\frac{\mu_{\circ}M}{2}\int_{\circ}^{\pi}\sin^{3}\theta d\theta=\frac{2}{3}\mu_{\circ}M$$

写成矢量式：

$$\mathrm{B}\,\vec{B}'=-\frac{2}{3}\mu_{\circ}\vec{M}$$

《 证明完毕》

7.1.4 螺绕环中心周长为 10 厘米，环上均匀密绕线圈为 200 匝，线圈中通过电流为 0.1 安，试求：

（1） 若管内充满相对磁导率$\mu_r=4200$的介质，求管内B的和H是多少？

（2） 求磁介质内由导线中电流产生的B_0和由磁化电流产生的$B^{'}$各是多少？

解：（1）在环内任取一点，过该点作一与环同心的圆周。半径为r。由对称性可知圆周上各点$\vec{H}$大小相等，方向沿切向。由磁介质的安培环路定理得：

$$\oint_L \vec{H}\bullet d\vec{l}=\sum I_0$$

$$H\bullet 2\pi r=NI_0$$

$$H=\frac{NI_0}{2\pi r}=\frac{200\times 0.1}{0.1}=200(\text{安/米})$$

$$B=\mu H=\mu_0\mu_r H=4\pi\times 10^{-7}\times 4200\times 200=1.05\text{（特）}$$

（2）$\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}^{'}$

由于 $\mu_r>1$　　　　$\therefore B=B_0+B^{'}$

$$B_0=\mu_0 nI_0=4\pi\times10^{-7}\times\frac{200}{0.1}\times0.1$$
$$=2.5\times10^{-4}(\text{特})$$

$$B^{'}=B-B_0=1.05-2.5\times10^{-4}=1.05\ (\text{特})$$

7.1.5　一铁环中心线的周长为 30 厘米，横截面积为 1.0 厘米 ^{2}，在环上紧密地绕有线圈 300 匝。当导线中通有电流 32 毫安时，通过环的磁通量为 2.0*10 $^{-8}$ 韦伯。试求：

（1）　铁环内部磁感应强度 B 的大小；
（2）　铁环内部磁场强度 H 的大小；
（3）　铁的绝对磁导率 μ 和磁化率 x_m；
（4）　铁环的磁化强度 M 的大小。

解：（1）$B=\dfrac{\Phi}{S}=\dfrac{2\times10^{-6}}{1\times10^{-4}}=2\times10^{-2}$　（特）

（2）由有磁介质时的安培环路定理

$$\oint_L \vec{H}\bullet d\vec{l}=NI_0$$

$$H=\frac{NI_0}{L}=\frac{300\times32\times10^{-3}}{0.3}=32(\text{安}/\text{米})$$

（3）
$$B=\mu H$$
$$\mu=\frac{H}{B}=\frac{2\times10^{-2}}{32}=6.25\times10^{-4}(\text{韦}/\text{安}\bullet\text{米})$$

$$\mu_r=\frac{\mu}{\mu_0}=\frac{6.25\times10^{-4}}{4\pi\times10^{-7}}=49$$
$$x_m=\mu_r-1=496$$

（4）$M=x_m H=496\times32=1.59\times10^4$（安/米）

7.1.6　在螺绕环上密绕线圈 400 匝，环的平均周长是 40 厘米。当导线中通有电流 20 安时，测得环内磁感应强度是 1.0 特斯拉。计算环的圆截面中心处的下列各量：

（1）磁场强度；
（2）磁化强度；

（3）磁化率；

（4）磁化面电流和相对磁导率。

解：（1）由有磁介质时的安培环路定理

$$u_{r1}R_1 = u_{r2}(b - R_1)$$

$$R_1 = \frac{\mu_{r2}b}{\mu_{r1} + \mu_{r2}}$$

$$H_1 = \sigma E\frac{\mu_{r2}b}{\mu_{r1} + \mu_{r2}}$$

$$B_1 = \mu_0\sigma E\frac{\mu_{r1}\mu_{r2}b}{\mu_{r1} + \mu_{r2}}$$

$$H_2 = \sigma E(b - \frac{\mu_{r2}b}{\mu_{r1} + \mu_{r2}}) = \sigma E\frac{\mu_{r1}b}{\mu_{r1} + \mu_{r2}}$$

$$B_2 = \mu_0\sigma E\frac{\mu_{r1}\mu_{r2}b}{\mu_{r1} + \mu_{r2}}$$

7.1.9 同轴电缆由两同心导体组成，内层是半径为 R_1 的导体圆柱，外层是半径分别为 R_2. R_3 的导体圆筒，两导体内电流等量而反向，均匀分布在横截面上，导体的相对磁导率为 μ_{r1}，两导体间充满相对磁导率为 μ_{r2} 的不导电的均匀介质。求 $\vec{B}$ 在各区域中的分布。

解：由于对称性分析知在半径相等处 H 大小相等，方向与电流方向成右手螺旋。可用有介质时的安培环路定理求得 $\vec{H}$，再由 $\vec{B}$，$\vec{H}$ 之间的关系式求得 $\vec{B}$ 的分布。

r 〈 R_1： $\oint_L \vec{H} \bullet d\vec{l} = \frac{J}{\pi R_1^2}\pi r^2$

$$H \bullet 2\pi r = \frac{r^2}{R_1^2}I$$

$$H = \frac{rI}{2\pi R_1^2}$$

$$B = \mu_0\mu_{r1}H = \frac{\mu_1\mu_{r1}rI}{2\pi R_1^2}$$

R_1 〈 r 〈 R_2： $\int_l \vec{H} \bullet d\vec{l} = I$ $\qquad H = \dfrac{I}{2\pi r}$

$$B = \mu_0 \mu_{r2} H = \frac{\mu_0 \mu_{r2} I}{2\pi R}$$

R_2 〈 r 〈 R_3： $\oint_l \vec{H} \bullet d\vec{l} = I - \dfrac{\pi(r^2 - R_2^2)}{\pi(R_3^2 - R_2^2)} I$

$$H = \frac{(R_3^2 - r^2)I}{2\pi r(R_3^2 R_2^2)}$$

$$B = \mu_0 \mu_{r1} H = \frac{\mu_0 \mu_{r1}(R_3^2 - r^2)I}{2\pi r(R_3^2 - R_2^2)}$$

r 〉 R_3： $\oint_L \vec{H} \bullet d\vec{l} = 0$ $\qquad H = 0 \qquad$ B=0

各区域 $\vec{B}$ 的方向与内层导体圆柱中的电流方向成右手螺旋。,

7.1.10　一绝对磁导率为 μ_1 的无限长的圆柱形直导线，半径为 r_1 其中均匀的通过电流 I_0 导线外包一层绝对磁导率为 μ_2 的圆筒形不导电磁介质，外半径为 R_2。试求：

7.1.2　如图所示，相对磁导率为 μ_r 的磁介质与真空交界，真空一侧是匀强磁场，磁场强度为 $\vec{B}$，其方向与界面法线夹角为 θ，若在界面某点为球心以 R 为半径作一球面，求 S 面上 H 的通量为多少？并求磁感应强度沿着矩形路径积分的数值。

解：（1）
$$\oiint_S \vec{H} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{H}_1 \cdot d\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{H}_2 \cdot d\vec{S}$$
$$= \iint_{S_1} \frac{\vec{B}_1}{\mu_0} \cdot d\vec{S} + \iint \frac{\vec{B}_2}{\mu} \cdot d\vec{S}$$

S_1 为上半球面的面积，S_2 为下半球面的面积。由于 $\vec{B}$ 线连续所以

$$\iint_{S_1} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = B_{1n} S_0 \qquad \iint_{S_2} \vec{B}_2 \cdot d\vec{S} = -B_{2n} S_0$$

s_0 为球面与介质面所交的截面积，$\hat{n}$ 为 s_0 的法向单位矢，方向向上。因而有：

$$\oint\!\!\oint_s \vec{H}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\iint_{S_1}\vec{B}_1\cdot d\vec{S} + \frac{1}{\mu}\iint \vec{B}_2\cdot d\vec{S}$$

$$= S_0\left(\frac{B_{1n}}{\mu_0} - \frac{B_{2n}}{\mu}\right) \qquad B_{1n} = B_{2n}$$

$$= \pi R^2 B\cos\theta\,\frac{\mu-\mu_0}{\mu\mu_0}$$

$$= \frac{\pi R^2 B\cos\theta(\mu_r - 1)}{\mu_0\mu_r}$$

（2）$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = B_{1t}l - B_{2t}l \qquad \because B_{2t} = \frac{\mu}{\mu_0}B_1$

$$\therefore \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = Bl\sin\theta - Bl\sin\theta\,\frac{\mu}{\mu_0}$$

=（1− μ_r ）$Bl\sin\theta$

7.3.1　铁环轴线直径（平均直径）为 15 厘米，截面积为 7 厘米^2，在环上均匀密绕线圈 500 匝。试问：

（1）当电流为 0.6 安，铁的相对磁导率 $\mu_r = 800$ 时，铁心中磁通量是多少？

（2）当铁中磁通量等于 48000 麦克斯韦，$\mu_r = 1200$，此时线圈中通过多大的电流？

解：（1）$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = NI$

$$H = \frac{NI}{\pi D} = \frac{500\times 0.6}{\pi\times 0.15} = 637(\text{安}/\text{米})$$

B=u。u$_r$ H=4 $\pi\times 10^{-7}\times 800\times 637 = 0$。64

Φ =BS=0.64$\times 7\times 10^{-4} = 4.48\times 10^{-4}$（韦）

1 韦伯=10^{8}麦克斯韦。

48000 麦克斯韦。

B= $S\frac{\Phi}{} = \frac{4.8\times 10^{-4}}{7\times 10^{-4}} = 0.68$ （特）

H= $\frac{B}{u_{。}u_r} = 455$ （安/米）

$H\pi D = NI$

$I=\dfrac{H\pi D}{N}=\dfrac{455\times\pi\times0.5}{500}=0.43$ （安）

7•3•2　在平均半径为 0.1米，横截面积为 6×10^{-4} 米 的铸钢圆环上，均匀密绕 200 匝线圈内通入 0.63安的电流时，钢环中的磁通量为 3.24×10^{-4} 韦伯，当电流增大至 4.7 安时，磁通为 6.18×10^{-4} 韦伯。求两种情况下钢环的绝对磁导率。

解：　（1）　$\oint_L \overline{H_1}\bullet d\,\bar{l}=NI_1$

$$H_1=\frac{NI_1}{2\pi r}=\frac{200\times0.63}{2\pi\times0.1}=200\text{（安）}$$

$$u_1=\frac{B_1}{N_1}=\frac{\Phi_1}{H_1S}=\frac{3\ 24\times10^{-4}}{200\times6\times10^{-4}}$$

$=2.7\times10^{-3}$（享/米）

（2）　$H=\dfrac{NI_2}{2\pi r}=\dfrac{200\times4.7}{2\pi\times0.1}=1.5\times10^{3}$（安/米）

$$u_2=\frac{B_2}{H_2}=\frac{\Phi_2}{H_2S}=\frac{6.18\times10^{-4}}{1.5\times10^{3}\times6\times10^{-4}}=6.9\times10^{-4}\text{（享/米）}$$

7•3•3 教材中表（7-2）列出铸钢磁性材料的实验数据（当 H=0 时 B=0）试画出这两种材料的起始磁化曲线（取 10 个点即可）

解：磁化曲线如图所示。

7•3•4　一个环形线圈，其匝数为 300，铁心中的磁感应为 0.9 韦/米^2，铁环的平均周长为 0.45 米。试求

（1）　铁心材料为铸铁时，线圈中的电流；

（2）　铁心材料为高硅钢时，线圈中的电流。

（提示：查教材中表 7-2）

$H_1=\dfrac{B}{\mu}$　　　　$H_2=\dfrac{B}{\mu_0}$

将 $H_1 H_2$ 代入上式

$$\frac{B}{\mu}(L-l_1)+\frac{B}{\mu_0}l_1=NI$$

$$\mu=\frac{B(L-l_1)}{NI-\frac{B}{\mu_0}l_1}=\frac{0.18\times0.6}{1500-\frac{0.18}{4\pi}\times10^7\times10^{-2}}=\frac{108\times10^{-3}}{68}=1.59\times10^{-3}(\text{亨/米})$$

7.5..2 有一均匀磁路（如图所示），其中心线长度为 50 厘米，横截面积为 1.6×10^{-3} 米^2，所用材料为高硅钢片，线圈匝数为 500 匝，电流为 300 毫安。求该磁路的磁动势和磁通量。

解：磁动势 $\xi_m=IN=0.3\times500=150$(安匝）

$$H=\frac{NI}{L}=\frac{150}{0.5}=300(\text{安/米})$$

由教材表 7-2 查得 B=1(特)

$$\Phi=BS=1\times1.6\times10^{-3}=1.6\times10^{-3}(\text{韦})$$

7.5.3 把上题的硅钢片此路截去一小段（如图所示），出现长度为 1 毫米的空气隙，仍然维持磁通不改变，求该磁路所需的磁动势。若匝数不变求电流 I 为多少？

解：根据磁路串联公式

$$H_1l_1+H_2l_2=NI \qquad (1)$$

由于磁通量与上题同，H_1 的大小也与上体同故

$$H_1l_1=150(\text{安匝}) \qquad (2)$$

$$B_1=B_2=1(\text{特})$$

$$H_2=\frac{B_2}{\mu_0}=\frac{10^7}{4\pi}=8\times10^5(\text{安/米})$$

$$H_2l_2=8\times10^5\times10^{-3}=8\times10^2(\text{安}\cdot\text{匝}) \qquad (3)$$

将（2)、(3）式代入（1）

$$NI=H_1l_1+H_2l_2=(150+8\times10^2)=950(\text{安匝})$$

若匝数不变则

$$I=\frac{950}{500}=1.9(\text{安})$$

7.5.4 如图所示磁路由硅钢片做成。磁路截面均为 S=10 (厘米^2)，铁部分总

长 $l=l_1+l_2=40$(厘米)，两个气隙总长$l_0=0.5$(厘米)，线圈总匝数为 500，磁通

$\Phi=14\times10^{-14}$（韦）时，求线圈中的电流为多少？

解：$B=\dfrac{\phi}{S}=\dfrac{14\times14^{4}}{10\times10^{-4}}=1.4$（特）

由教材上 7-2 查得 H=1300（安/米）

$H_{气}=-\ \dfrac{B}{\mu_0}=\dfrac{1.4\times10^{7}}{4\pi}=1.1\times10^{6}$（安/米）

$\xi_m NL=H_{高硅}\bullet L+Hl_0$（安/米）

$=1300\times0.4+1.1\times10^{6}\times5\times10^{-4}$

$=1.07\times10^{3}$（安匝）

$I=\dfrac{\xi}{N}=\dfrac{1070}{500}=2.1$（安匝）

7.5.5 有一磁铁各部分

尺寸已在图中标出，单位为厘米，

整个铁心厚度为 5 厘米，磁路由高硅纲片迭成。

其上绕习惯圈ϕ200 匝，当 时，问所需电流是多少？

解：

磁路中心线如图所示

$l_1=l_3=18.5-\dfrac{1}{2}(3+4)=15$（厘米）

$l_2=24-\dfrac{1}{2}(6+2)=20$（厘米）

$l_0=0.5$（厘米）

$l_4=l_2-l_0=19.5$（厘米）

横截面积

$S_1=5\times6=30$（厘米^2)

$S_2=5\times3=15$（厘米^2)

$S_3=5\times2=10$（厘米^2)

$S_4=S_0=5\times4=20$（厘米^2)

各段磁路的 B 值：

B$_{1}=\frac{\phi}{S_1}=\frac{1.8\times10^{-3}}{30\times10^{-4}}=0.6$（特）　　B$_{2}$ $_{1}=\frac{\phi}{S}=\frac{1.8\times10^{-3}}{30\times10^{-4}}=0.6$（特）

B$_{3}$ $_{1}=\frac{\phi}{S_3}=\frac{1.8\times10^{-3}}{10\times10^{-4}}=1.8$　（特）　B$_{4}$ $_{1}=\frac{\phi}{S_4}=\frac{1.8\times10^{-3}}{20\times10^{-4}}=0.9$（特）

由教材中表 7-2 查得高硅钢片中各段 H：

H$_1=111$（安/米）

$H_2=540$　（安/米）

$H_3=14700$（安/米）

H$_4=235$（安/米）

H$_0=\frac{B_0}{\mu_0}=\frac{0.9\times10^7}{4\pi}=7.2\times10^5$（安/米）

$\xi_m=NI=H_1l_1+H_2l_2+H_3l_3+H_4l_4+H_0l_0$

$=111\times15\times10^{-2}+540\times20\times10^{-2}+147\times15+235\times19.5\times10^{-2}$

$7.5\times10^5\times5\times10^{-3}$

$=16.6+108+2205\_45.8+3600=6000$（安匝）

$I=\frac{\delta_m}{N}=\frac{6000}{200}=30$（安）

由磁动势的公式计算过程可知硅刚片的第三段（已达饱和）及气隙段占了磁动势的大部分。

7．5．6 证明两磁路并联时的磁组服从下式：

$$\frac{1}{R_m}=\frac{1}{R_{m1}}+\frac{1}{R_{n'2}}$$

证：有一磁路如图所示

$\delta_m=\Phi R_{m0}+\Phi_1R_m$　　（1）

$\delta_m=\Phi R_{m0}+\Phi_2R_m$　　（2）

上式中 R_{m0} 为中部绕线圈的铁心磁组。

R_{m1} 为左边铁心磁路的磁组。

R_{m2} 为右边铁心磁路的磁组。

假设有一如图（a）的磁路，磁动势亦为 δ_m 铁心的磁组亦为 R_{m0}，磁路的磁通亦为 Φ，则有：

$\delta_m = \Phi R_{m0} + \Phi R_m$　　　　　　（3）

由（1）（2）（3）式有：

$\Phi R_m = \Phi_1 R_{m1} = \Phi_2 R_{m2}$

$\therefore \quad \Phi_1 = \dfrac{\Phi}{R_{m1}} \bullet R_m$　　　　　　（4）

$\Phi_1 = \dfrac{\Phi}{R_{m2}} \bullet R_m$　　　　　　（5）

而 $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$　　　　　　（6）（由 7。5。6 图所示）

将（4）（5）带入（6）得：

$$\Phi = \frac{\Phi}{R_{m1}} \bullet R_m + \frac{\Phi}{R_{m2}} \bullet R_m$$

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_{m1}} + \frac{1}{R_{m2}}$$

说明等效磁组 R_m 的倒数等于原并联磁路两段磁组的倒数和。

[证毕]

7．5．7 电磁铁形状如图所示 N=1000 匝，l=2（毫米）磁路的 a.b.c 三段长度与截面都相等，

气隙的磁组是它们每段的 30 倍，当线圈中电流为 1.8 安时，气隙中的磁场强度为多少？（忽略漏磁通及左右边框的磁组）

$$I = \frac{(3H_{AF} + H_{BE})l}{N} = \frac{(3\times 90 + 60)\times 10^{-2} \times 15}{10^3} = 50 \text{（毫安）}$$

7-6-1 一导线弯成半径为 5 厘米的圆形，当其中通有 100 安的电流，求圆心的电磁场能量密度 ω_{m_0}。

解：圆形电流中心处产生的磁感应强度为

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$\omega_m = \frac{1}{2}BH = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2}\bullet\frac{\mu_0 I^2}{4R^2} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times10^4}{8\times25\times10^{-4}} = 0.63$$（焦耳/米^3）。

7-6-2 一同轴线由很长的两个同轴圆筒构成。内筒半径为 1 毫米，外筒半径为 7 毫米。有 100 安的电流由外筒流去内筒流回。两筒厚度可忽略（筒之间介质 $\mu_r = 1$），求：

（1）两筒之间的磁能密度分布；

（2）单位长度（1 米）同轴线所储磁能。

解：

（1） 内外筒之间 $H = \dfrac{I}{2\pi r}; B = \mu_0\mu_r H = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$$\therefore \omega_m = \frac{1}{2}\vec{B}\bullet\vec{H} = \frac{1}{2}BH = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 i^2} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times10^4}{8\pi^2 r^2} = \frac{1.6\times10^{-4}}{r^2}$$（焦耳/米^3）

（2） 单位长度同轴线所储总磁能：

$$W = \int_V d\omega_m = \int_{R_1}^{R_2}\omega_m\bullet 2\pi r dr = 1.6\times10^{-4}\bullet 2\pi\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = 1.6\times10^{-4}\bullet 2\pi\ln\frac{R_2}{R_1} = 1.6\times10^{-4}\times2\pi\times1.95 = 1.9\times10^{-3}$$
（焦耳）

7-6-3　　一无限长直导线截面各处的电流密度相等，总电流为 I。试证：每单位长度导线内所贮藏的磁能为 $\dfrac{\mu_0 I^2}{16\pi}$。

证： 导线内的磁场强度 H=$\dfrac{rI}{2\pi R^2}$

则场能密度 $\omega_m = \dfrac{1}{2}\vec{B}\bullet\vec{H} = \dfrac{1}{2}\mu_0 H^2$（认为导线内 $\mu_r = 1$）

$$W = \int_0^R \omega_m du = \int_0^R \frac{\mu_0 r^2 I^2}{8\pi^2 R^4}\bullet 2\pi r\bullet dr = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi R^4}\int_0^R r^3 dr = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$$

[证毕]

=2.2（伏）

（2）由 $R_1=(\frac{N_1}{N_2})^2 R_2 和 R_2=(\frac{N_3}{N_4})^2 R$

故输入端电阻

由 $R_1=(\frac{N_1}{N_2})^2\bullet(\frac{N_3}{N_4})^2\bullet R=10^2\times10^2\times10=100$（千欧）

（3）输入端电流

$$\mathrm{I}_1=\frac{U_1}{R_1}=\frac{220}{100\times10^3}=2.2$$（毫安）

8-8-6 一个理想变压器付边有两个绕组，它们与原边匝数比分别为 $K_1=5,K_2=6$，如果付边复阻抗 $Z_1'=(1+j)$（欧），$Z_2'=(1-2j)$（欧），问原边呈现的复阻抗 Z 多大？

解：Z_1' 在原边呈现的阻抗

$$Z_1'=K_1^2Z_1'=5^2\times(1+j)=25+25j$$

Z_2' 在原边呈现的阻抗

$$Z_2=K_2^2Z_2'=6\times(1-2j)=36-72j$$

复阻抗 Z_1 和 Z_2 在原边是并联联接，故原边复阻抗为

$$Z_{12}=\frac{Z_1\bullet Z_2}{Z_1+Z_2}=\frac{(25+25j)\times(36-75j)}{25+25j+36-72j}=(34.9+12.2j)$$（欧）