第五章．稳恒电流的磁场

5.1.1 如图所示，AB 长度为 0.1 米，位于 A 点的电子具有大小为$v_0=1.0\times10^7$(米/秒)的速度。试问：

（1).磁感应强度的大小和方向应如何才能使电子沿图中半圆周从 A 运动到 B;

（2）.电子从 A 运动到 B 需要多长时间？

解：（1）由公式$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$要想使电子沿图示轨道作圆周运动$\vec{B}$必须垂直纸面向里才行。

由洛仑滋力公式$F=q\vec{v}\times\vec{B}$

$$F_{洛}=ev_0\ B \qquad （1）$$

$$F_{向}=\frac{mv_0{}^2}{R} \qquad （2）$$

由（1）（2）得：$ev_0B=\frac{mv_0 2}{R}$

$$B=\frac{mv_0}{eR}=\frac{9.1\times10^{-31}\times10^7}{1.6\times10^{-19}\times0.05}$$

$$=1.14\times10^{-3}\text{(特)}$$

(2) $t=\frac{T}{2}=\frac{2\pi R}{2v_0}=\frac{\pi R}{v_0}=\frac{\pi\times0.05}{10^7}$

$=1.57\times10^{-8}$

5.2.2　已知地面上空某处地磁场的磁感应强$B=4\times10^{-5}$（特），方向向北。若宇宙射线中有一速率$v=5\times10^7$（m/s）的 质子竖直向上通过此处，试问：

（1）　洛仑滋力的方向；

（2）　洛仑滋力的大小，并与该质子受到的万有引力相比较。

解：（1）由公式$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$判断质子所受洛仑滋力方向向西。

（2）$F_{洛}=qvB=1.6\times10^{-19}\times5\times10^7\times4\times10^{-5}$

$=3.2\times10^{-16}$N

$F_{重}=mg=1.67\times10^{-27}\times9.8$

$=1.64\times10^{-26}$N

$$\frac{F_{洛}}{F_{重}}=1.95\times10^{10}$$

故重力影响可忽略不计。

5.2.3 带电粒子穿过饱和蒸汽时，在它走过的路径上，过饱和蒸汽使凝结成小液滴，从而可以显示出它的运动轨迹来，这就是云室的原理。今在云室中有 $B=1000$（高斯）的均匀磁场，观测到一个质子的径迹是圆弧，半径 20 厘米，已知这粒子的电荷为1.6×10^{-19}库仑，质量为1.67×10^{-27}千克，求它的动能。

解： $r=\frac{mv}{qB}$

$$v=\frac{qrB}{m}$$

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\frac{q^2r^2B^2}{m^2}=\frac{(1.6)^2\times10^{-38}\times2^2\times10^{-2}}{2\times1.67\times10^{-27}}$$

$$=3.06\times10^{-13}\,\text{J}$$

$$=1.92Me$$

5.2.4 有一质子，质量是 0.5 克，带电荷$2.5\times10^{-8}Q$。此质点有一$6\times10^4\ {}^{m}\!/_{s}$的水平速度，要使它维持在一水平方向运动，问应加最小磁场的大小与方向如何？

解：要想使质点沿水平方向运动，必须有一力克服重力对它的影响。若使磁力$F_{洛}=q\vec{v}\times\vec{B}$与重力抵消，$\vec{F}_{洛}$必向上才行。由上式知为得到一个向上的$F_{洛}$，$\vec{B}$必在水平方向，要使$\vec{B}$的大小最小，$\vec{B}$必须在水平方向且与$\vec{v}$垂直才行。

其大小是：$mg=qvB$

$$B=\frac{mg}{qv}=-\frac{0.5\times10^{-3}\times9.8}{2.5\times10^{-8}\times6\times10^4}=3.27\,\text{T}$$

5.3.1 如图所示实线为载有电流 I 的导线。导线由三部分组成。AB 部分为$\frac{1}{4}$圆周，圆心为 O，半径为 a。导线其余部分为伸向无限远的直线。求 O 点的磁感应强度$\vec{B}$。

解：设$B_{直}$为两半无限长载流导线在 O 点产生的磁感应

强度，$B_{\frac{1}{4}圆}$ 是圆弧 AB 载流导线在 O 点产生的磁感应强度。

由毕-沙定律判断可知此三部分载流导线在 O 点产生的磁感应强度均垂直纸面向外，故用迭加原理求场强时把求矢量和变成求代数和。$\vec{B}$ 的大小为：

$$B = B_{直} + B_{\frac{1}{4}圆} = 2\frac{u_0 I}{4\pi a} = \frac{1}{4}(\frac{u_0 I}{2a}) = \frac{u_0 I}{2\pi a}(1+\frac{\pi}{4})$$

5.3.2　　电流 I 若沿图所示方向及导线形状流过时（直线部分伸向无限远）试求 O 点的磁感应强度。

解：利用迭加原理求 $\vec{B}$。

已知圆形电流在其中心处的 $B = \frac{u_0 I}{2R}$

直长导线的磁场公式 $B_{直} = \frac{u_0 I}{4\pi R}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$

则（a）　$B = \frac{3}{4}(\frac{u_0 I}{2R})$

已知 B 直的大小为 B 直=$\frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\mu_0 I}{\pi\alpha}$　方向向外。由毕一沙定律知 $B_{矩}$ 的方向向量里，其大小为 $B_{矩}=2B_a+2B_b$　由直长导线公式 B=$\frac{\mu_0 I}{4\pi r} = \left(\cos\partial_1 - \cos\partial_2\right)$

$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{b}{2}\right)}\left(\cos\partial_1 - \cos\partial_2\right)$，　B_0 为长为 α 的载流直导线在 O 点产生的磁感应强度 $\cos\alpha_1 = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = -\cos\alpha_2$

$\therefore B_0 = \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{b}{2}\right)} \times 2\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\mu_0 I}{\pi b} \bullet \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ 同理 $B_b = \frac{\mu_0 I}{\pi a}\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$，$B_b$ 为长为 b 的载流直导线在 O 产生的磁感应强度。

B$_{矩}=2\left(B_a+B_b\right)=\dfrac{2\mu_0 I}{\pi ab}\sqrt{a^2+b^2}$　　　　B=B−B=$\dfrac{\mu_0 I}{\pi a}\left(\dfrac{2}{b}\sqrt{a^2+b^2}-1\right)$

$\vec{B}$的方向垂直纸面向里。

5•3•7　电流 I=5$\left(安\right)$流过边长$a=30\left(厘米\right)$的正三角形导线。求电流在此三角形为底的正四面体的顶点处 P 的磁感应强度$\vec{B}_0$

解：　AB 边流在 P 点产生的$\vec{B}$垂直ΔABP 面。由称性知$\vec{B}_{总}$沿 oP 轴向上。

B$_1=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi\sqrt{\dfrac{3a}{2}}}2\cos\alpha_1\left(\alpha_1=60^0\right)=\dfrac{\mu_0 I}{2a\pi\sqrt{3}}$　　　　$B_{总}=3B_1\cos\alpha$

$\cos\alpha=\dfrac{\frac{1}{3}DC}{DP}=\dfrac{1}{3}$　　　$B=\dfrac{\sqrt{3}\mu_0 I}{6\pi a}=1.92\times10^{-6}\left(特斯拉\right)$

5•3•8　一密饶圆形线圈，直径是 40 厘米，导线通电流为 2.5 安，线圈中心处B_0=1.26$\times10^{-4}$ $\left(特\right)$，问这线圈有多少匝？

解线圈绕 N 匝，则$B_0=\dfrac{N\mu_0 I}{2R}$　　N=$\dfrac{3RB_0}{\mu_0 I}=\dfrac{2\times20\times10^{-2}\times1.26\times10^{-4}}{4\pi\times10^{-7}\times2.5}=16\left(匝\right)$。

5•3•9　　有一螺线管长 20 厘米，半径 2 厘米，密度 200 匝导线，导线中的电流是 5 安培，计算螺线管轴线上中点处的磁感应强度 B。

解：已知载流螺线管轴线上的场强公式为 B=$\dfrac{\mu_0}{2}nI(\cos\beta_1-\cos\beta_2)$

$\therefore B=\mu_0 nI\cos\beta_1=4\pi\times10^{-7}\times\dfrac{200}{0.2}\times5\times\dfrac{10}{\sqrt{10^2+2^2}}=6.61\times10^{-3}\left(特斯拉\right)$

5•3•10　　有一螺线管，半径 5 厘米，长是 50 厘米，导线通过的电流为 10 安，要想在其中心产生 0.1 特斯拉磁感应强度，试问：

（1）　这螺线管每单位长度应有多少匝？
（2）　所需导线总长为多少？

解：（1）B=$\mu_0 nI\cos\beta$　　　n=$\dfrac{B}{\mu_0 I\cos\beta}=\dfrac{0.1\times25.495}{4\pi\times10^{-7}\times10\times25}=8115\left(匝/米\right)$

(2) 总长 L=2$\pi r\bullet n\bullet l=2\pi\times5\times10^{-2}\times8115\times0.5=1275\left(m\right)$.

5•3•11　　两根导线沿半径方向被引到铁环上 B.C 两点。电流方向如图所示。求环中心 O 处的磁感应强度是多少？

解：两载流直线部分的延长线都通过 O 点由毕一沙定律 $d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\bullet\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$,，

知本题 $d\vec{l}\times\vec{r}=0$ 故二　直线在 O 点产生强度为 0. B1C 段电流在 O 点产生的磁感应强度 $\vec{B}_1$ 方向垂直纸面向外。B2C 段在 O 点产生的磁感应强度 $\vec{B}_2$，方向垂直纸面向里。由迭加原理求 $\vec{B}$，求矢量和变为求代数和。

$$dB_1=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1 dl\sin\frac{\pi}{2}}{r^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1 r}{r^2}d\varphi \qquad B_1=\int_0^{\varphi_1}\frac{\mu_0 I_1}{4\pi r}d\varphi=\frac{\mu_0 I_1}{4\pi r}\varphi_1$$

同理 $B_2=\frac{\mu_0 I_2}{4\pi r}\varphi_2$　　　　B=$B_1-B_2=\frac{\mu_0}{4\pi r}\left(\varphi_1 I_1-\varphi_2 I_2\right)$

1•2 两条电路为并联 $I_1R_1=I_2R_2$

$R_1=\rho\frac{l_1}{s}=\rho\frac{r\varphi_1}{s}$　　　　$\longrightarrow$

$R_2=\rho\frac{l_2}{s}=\rho\frac{r\varphi_2}{s}$

$\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}=\frac{\varphi_2}{\varphi_1}$

$\therefore I_1\varphi_1=I_2\varphi_2$

将此给果带入 B 式，故 B=0

5.3.12 将半径为 R 的无限长导体　管壁（厚度可忽略），沿轴向割去一宽度为 h（h<<R）的无限长缝后，沿轴向均匀的通有电流，其面密度为 i　。求轴线上的磁感应强度 $\vec{B}$。

解：根据场强的迭加原理，轴线上的磁感应强度 $\vec{B}$，等于截流面密度为 $\dot{i}$ 的整个管在轴上所产生的 $\overrightarrow{B_{管}}$ 与宽度为 h 的截流面电流密度为-i 导线在轴上产生的 $\vec{B_h}$ 的矢量和。但

前者在轴上的 $\overrightarrow{B_{管}}$ =0 故，

$$\vec{B}=\overrightarrow{B_{管}}+\vec{B_h}=\overrightarrow{B_h}$$

由于 h<<R,可以看成无限长直截流导体线在在 oo' 线上产生的场。

$$\therefore B_h=\frac{\mu_o ih}{4\pi R}=\text{B}$$

B 的方向垂直 oo' 与 h 组成的平面指向纸内。（如图 a 所示）

5.3.13 上题中若割去半个管壁时，半个管壁上沿轴割去半个管壁时，半个管壁上沿轴向均匀的磁感应强度 B 为多大？

解：如图所示，过 o 点，建立坐标系 oxy。该载流无限长半圆柱形导体管壁可看做有许多平行的无限长直载流导线所组成。在其横截面上与 y 轴对称的取两个宽度相等 dl1,dl,2,，窄条，它们在 O 点产生的磁感应强度分别为 $d\vec{\mathbf{B}}_1$，d$\vec{B}_2$ 其大小为 d B1=dB2= $\frac{\mu_o dI}{4\pi R}$

$dI=\frac{I}{\pi R}.dl$. 设电流方向垂直与纸面向 $d\vec{B}_1$，$d\vec{B}_2$ 方向见图。二者 y 分量抵消，只有 x 分量且同 fa 直只有分量。

$$dB\text{x}=\frac{\mu_o dI}{2\pi R}\cos\theta$$

$$=\frac{\mu_o I}{2(\pi R)^2}dl\cos\theta$$

$$\text{B}=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}dB\text{x}$$

$$=\frac{\mu_o I}{(\pi R)^2}*\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta Rd\theta$$

$$=\frac{\mu_o I}{2\pi R}*\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta d\theta=\frac{\mu_o I}{\pi^2 R}$$

5.3.14. 电流均匀地流过宽为 2a 的无限长平面导体薄板，电流强度为 Io 通过板的中线并与板面垂直的平面上有一点 p，p 到板的垂直距离为 x（见图 5.8.14(a)），设板厚度可略去不计求 p 点的磁感应强度 $\underset{B}{\longrightarrow}$。

解：建立坐标系 oxyz 如图所示，把薄板沿 z 方向. 分成宽为 dy 的无限长细条，每根细条截流为 $dI=\frac{I}{2a}dy$ 的无限长直导线，根据场的迭加原理，p 点的磁感应强度等于所有这些截流细条在 P 所产生的磁感应强度的矢量和。

在 y 轴上 o 点两侧对称的取宽为dy的两直导体条，它们在 p 点产生的磁感应强度分别为的$d\ B_1$. d$\vec{B}_2$（如图 a 所示）。

根据对称性分析，二者 x 分量相互抵消，只有 y 分量。

$$dB\text{y}=\frac{\mu_o dI}{2\pi r}\cos\theta$$

$$=\cos\theta\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

因此 p 点 B 的大小

$$\text{B}=2\int_o^a dBy=2\int_0^a\frac{\mu_0 Ix}{4\pi a}.\frac{dy}{x^2+y^2}$$

$$=\frac{\mu_0 Ix}{2\pi a}\int_0^a\frac{dy}{x^2+y^2}=\frac{\mu_0 Ix}{2\pi a}.\frac{1`}{x}tg^{-1}\frac{y}{x}1_0^a$$

$$=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}.tg^{-1}\frac{a}{x}\xrightarrow[B]{}\text{沿 y 方向。}$$

5.3.15.在半径为 R 的木球上紧密的绕由细导线，相邻线圈可视为互相平行，并以单层盖住半个球面（如图所示）。沿导线流过为 I，总杂数为 N。求次电流在球心处 O 产生的磁感应强度。

解：设单位弧长电流线圈杂数为 n，则

$$\text{n}=\frac{N}{\frac{2\pi R}{4}}=\frac{2N}{\pi R}$$

沿弧长取dl，则dl内的总电流为$dI=Indl$。没一个小圆带相当于一个电流环，已知电流环在其轴线上任意一点产生的磁感应强度公式为：

$$\text{B 圆}=\frac{\mu_0}{2}.\frac{Ir^2}{(a^2+r^2)3/2}$$

式中 a 为轴线上一点到圆的距离，r 为圆环的半径。有图（a）所示，$r=R\sin a,dl=Rda$。Dl 宽的圆环上电流为 nIdl。半径为 r，宽为 dl 的圆环在球心 O 点产生的磁

,

感应强度dB环

$$dB\text{环}=\frac{\mu_0}{2}\bullet\frac{r^2\bullet nIdl}{R^3}$$

$= \frac{\mu_0 nI \sin^2 \alpha d\alpha}{2}$

B= $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dB$ 环=（表示垂直）

$= \frac{\mu_0 nI}{2} \bullet \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 nI}{2} \bullet \frac{\pi}{4} = \frac{\mu_0 NI}{4R}$

5.3.16　有一电介质薄盘，其表面均匀带电，总电量为 Q ，盘半径为 a 。盘绕垂直于盘面并通过圆心的轴转动，每秒 n 转，求盘中心处的磁感应强度 B 。

解：薄盘转动相当于一个载流圆盘，根据圆线圈在其圆心处产生的磁感应强度公式：　$\frac{\mu_0 I}{2R}$ 。半径 r 、宽 dr 环在中心　点产生的磁场为：

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2r} \qquad dI = \sigma n 2\pi\, r dr$$

$$\sigma = \frac{Q}{\pi a^2}$$

由迭加原理

$$B = \int_0^a dB = \int_0^a \frac{\mu_0 \sigma n 2\pi r dr}{2r} = \mu_0 \pi \sigma n \int_0^a dr$$

$$= \mu_0 \pi \frac{Q}{\pi a^2} na = \frac{\mu_0 Q n}{a}$$

一半径为 R 的非导体球面均匀带电，面密度为 σ ，若该球以通过球心的直径为轴用角速度 ω 旋转，求在球心的磁感应强度 B 。

解：利用圆形电流在轴线上产生的磁场公式：

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \frac{r^2 dI}{R^3}$$

（　）

如　图　所　示　$dI = \sigma \bullet ds$　台

$\bullet f$

（　）

ds　台

$= 2\pi R^2 \sin\theta d\theta$

（　）

$r = R \sin\theta$

$$f=\frac{\omega}{2\pi}$$

将（ ）式代入（ ）得：

$$dI=\sigma ds\text{台}\bullet f=\sigma\bullet 2\pi R^2\sin\theta d\theta\frac{\omega}{2\pi}$$

$$B=\int_0^{\pi} dB=\frac{\mu_0}{2}\int_0^{\pi}\frac{r^2\bullet\sigma\omega R^2\sin\theta d\theta}{R^3}$$

$$=\frac{\mu_0\sigma\omega R}{2}\int_0^{\pi}\sin^3\theta d\theta$$

$$\therefore=\frac{\mu_0\sigma\omega R}{2}[-\frac{\sin^2\theta\cos\theta}{3}|_0^{\pi}+\frac{2}{3}\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta$$

$$B=\frac{\mu_0\sigma\omega R}{2}\bullet\frac{2}{3}[-\cos\theta]|_0^{\pi}$$

$$=\frac{2\mu_0\sigma\omega R}{3}$$

如图所示载流无限长直导线的电流为 ，试求通过矩形面积$CDEF$的磁通量。（$CDEF$与直线共面）

解：已知无限长载流直导线的磁场公式：$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$\vec{B}$的方向垂直纸面向里。将矩形面积分成与CF平行的矩形小条且取其法向向里为正。

$$d\phi=\vec{B}\bullet d\vec{s}=Bds=Bidr$$

则：

$$\phi=\int_a^b d\phi=\int_a^b\frac{\mu_0 Ildr}{2\pi r}\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\int_a^b\frac{dr}{r}$$

$$=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

二无限长载流直导线与一长方形框架位于同一平面内（如图所示），已知$a=b=c=10$（厘米），$l=10$（米），$I=100$（安）。求通过框架的磁通量。

解：取框架平面法线方向背离读者

$$d\phi_1=B_1 ldr$$

$$\phi_1=\int_0^{a+b}\frac{\mu_0 Il}{2\pi r}dr=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$

同理$\phi_2=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{b+c}{c}$

$$\phi=\phi_1+\phi_2=2\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$
$$=\frac{4\pi\times10^{-7}\times10^2\times10}{\pi}\ln 2=2.77\times10^{-4}(\text{韦伯})$$

有一电子在垂直于一均匀磁场方向做一半径为厘米的圆周运动。电子的速度是10^6米　秒。问此圆轨道内所包含的总磁通量是多少？

解：$evB=\frac{mv^2}{er}$　　　　电子质量$m=9.1\times10^{-31}$千克

$$B=\frac{mv}{er}$$
$$=\frac{9.1\times10^{-31}\times10^6}{1.6\times10^{-19}\times1.2\times10^{-2}}=4.74\times10^{-4}(\text{特})$$

$$\phi=\pi r^2\bullet B=\pi\times(1.2)^2\times10^{-4}\times4.74\times10^{-4}$$

2.14×10^{-7}(韦伯)

电缆由一导体圆柱和一同轴导体圆筒构成。使用时，电流I从一导体流去，从另一导体流回，电流都是

均匀的分布在横截面上。设圆柱的半径r_1,圆筒的半径分别为r_2和r_3（见附图），r 为到轴线的垂直距离。求 r 从 0 到∞的范围内，各处的磁感应强度 B.

解：由于磁场的对称性分布，可用安培环路定理求解。

（1）$0<r<r_1$；$j_1=\frac{I}{\pi r_1}$　　　$I'=j_1 s=\frac{I}{\pi r_1^2}\bullet\pi r^2$

$\oint_L \vec{B}\bullet d\vec{l}=u_0 I'$　取 L 的环绕方向与I'成右手螺旋关系。

$$B\bullet 2\pi r=u_0 I'=u_0\frac{Ir^2}{r^2}$$

$$B=\frac{u_0}{2\pi r_1^2}Ir$$

（2）$r_1<r<r_2$;

$\oint_L \vec{B}\bullet d\vec{l}=u_0 I$　　　$B=\frac{u_0 I}{2\pi r}$

（3） $r_2 < r < r_3$;

$\oint_L \vec{B} \bullet d\vec{l} = u_0(I - I'')$ 　　　由于内圆柱与外圆筒电流流向相反故相减。

$$I'' = \frac{I}{\pi(r_3^2 - r_2^2)} \bullet \pi(r^2 - r_2^2) = \frac{r^2 - r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} I$$

将 I'' 代入上式

$$B \bullet 2\pi r = u_0 (I - \frac{r^2 - r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} I)$$

$$B = \frac{u_0 I}{2\pi r} (l - \frac{r^2 - r_2^2}{r_3^2 - r_2^2}) = \frac{u_0 I}{2\pi r} (\frac{r_3^2 - r^2}{r_3^2 - r_2^2})$$

（4） $r_3 < r < \infty$

$\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = 0$ 　　　　$\therefore B = 0$

5.5.5　矩形截面的螺旋环，如图所示。

（1）求环内磁感应强度的分布；　　（2）证明通过螺旋环截面的磁通量

$$\Phi_B = \frac{u_0 NIh}{2\pi} \ln \frac{D_1}{D_2}$$

解：（1）根据环路定理 $\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = B \oint dl = u_0 NI$ 　　$B = \frac{u_0 NI}{2\pi r}$

（2） $\Phi_B = \iint_S \vec{B} \bullet d\vec{s}$ 　　取 $\vec{B}$ 方向与 $d\vec{s}$ 方向一致。

$$\Phi_B = \int_{R_2}^{R_1} Bhdr = \int_{\frac{D_2}{2}}^{\frac{D_1}{2}} \frac{u_0 NI}{2\pi r} hdr = \frac{u_0 NIh}{2\pi} \ln \frac{D_1}{D_2}$$

5.5.6　一根很长的直长铜导线，载有电流 10 安培。在导线内部做一平面 S（如图所示）。试计算通过每米导线内的 S 平面的磁通量。

解：根据对称性分析，距铜线中心轴线相等的 r 处 B 的大小是相等的，$\vec{B}$ 的

方向与 I 成右手螺旋在铜导线的切线方向。取积分路径与 $\vec{B}$ 同方向，根据安培

环路定理有：

$$\oint_L \vec{B} \bullet d\vec{l} = u_0 I'$$

设导线半径为 R_0 $I'=\dfrac{\pi r^2}{\pi R^2}I$ 将 I' 代入上式

$$B\bullet 2\pi r=u_0\frac{r^2}{R^2}I \qquad B=\frac{u_0 Ir}{2\pi R^2}$$

$$\Phi=\iint\vec{B}\bullet d\vec{s}=\int_0^R Bdl=\int_0^R\frac{u_0 Ir}{2\pi R^2}dr=\frac{u_0 I}{4\pi}$$

$=\dfrac{4\pi\times 10^{-7}\times 10}{4\pi}=10^{-6}$（韦伯）

5.5.7 一无限大导体平面，以面电流密度 $\bar{i}$ 均匀流有电流。求空间一点的磁感应强度 B。

解：根据对称性分析可知，无限大均匀载流平面两侧距面等远处 $\vec{B}$ 的大小相等方向相反，它们都平行于电流平面且与 $\bar{i}$ 垂直，如图所示。

取环路 ABCD，OA=OD AB，CD 平行于平面。

由环路定理得：

$$\oint_L\vec{B}\bullet d\bar{l}=u_0 ih \qquad AB=OO'=CD=h$$

$$2B\bullet h=u_0 ih \qquad B=\frac{u_0}{2}i$$

可见空间一点 B 的大小与点到载流平面的距离无关，是常数。$\vec{B}$ 的方向在面的右边 $\vec{B}$ 与平面平行由 A 指向 B 如图

示。在面左边 $\overrightarrow{B}$ 也与平面平行由 C 指向 D 由图所示。

5.5.8 厚度为 2d 的无限大导体平板，电流密度 $\overrightarrow{j}$ 沿 Z 方向 均匀流过导体，求空间磁感应强度 $\overrightarrow{B}$ 的分布。

解:厚度为 2d 的无限大导体平板其磁场的对称性特点与无限大平面相似。建立坐标系 OXYZ，O 在板的中部。以 O_1O_2 为对称轴取回路 ABCD 如图所示。

$O_1A=O_1D=O_2B=O_2C$ AB=CD=h.

(1)当 $O_1A>d$ 时,求得的是板外的磁场分布情况。

有环路定理

$$\oint_1 \vec{B} \bullet \vec{dl} = \mu_0 \quad j2dh.$$

$$2\ B\ h=\mu_0\ j2dh.$$

$$B=\mu_0\ jd$$

B 为常数，与距板远近无关。左右两边分别为匀强磁场。在 y>0 的空间, $\vec{B}$ 的方向指向 X 轴负方向. 在 y<0 的空间 $\vec{B}$ 的方向指向 X 轴正方向.

(2)当 $0_1A<d$ 时,求得是在板内场强的分布

$$\oint_{l'} \vec{B} \bullet \vec{dl} = \mu_0\ j2yh \qquad y<d.$$

$$2Bh=\mu_0\ j2yh \qquad B=\mu_0\ jy$$

$\vec{B}$ 的方向 :y>0. $\vec{B}$ 与 X 轴正方向相反.

Y<0 $\vec{B}$ 与 X 轴正方向相反同.

$\vec{B}$ 的大小与 XOZ 平面的距离 y 成正比.

5.5.9 在半径为 5 米的无限长金属圆柱内部挖去一半径为 r=1.5(米)的无限长圆柱体. 两柱体轴线平行,轴间距离 a=2.5(米). 今在此空心导体上通以电流 5 安培,电流沿截面均匀分布. 求此导体空心部分轴线上任一点的 $\vec{B}$.

解:由叠加原理可知,空心部分轴线上任一点 O’的磁感应强度 $\vec{B}$ 等于半径为R的截流圆柱在O’点所产生的磁感应强度 $\vec{B_1}$ 与通反向电流半径为r 的圆柱在 O’点产生的磁感应强度 $\vec{B_2}$ 的矢量和—

$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} \qquad (1)$$

由安培环路定理求 $\vec{B_1}$:L 为半径=a 的圆.

$\oint_L \mathrm{B}_1 \bullet d\vec{l} = \oint_L \mathrm{B}_1 \bullet \mathrm{dl} = \mathrm{B}_1 \bullet 2\pi a = \mu_0 \frac{I\pi a^2}{\pi(R^2 - r^2)}$

$B_1 = \frac{\mu_0 Ia}{2\pi(R^2 - r^2)} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 5 \times 2.5}{2 \times \pi [5^2 - (1.5^2)]}$=1.1$\times 10^{-7}$（特） $\vec{B}_1$方向：与 I 成右手螺旋关系。

求$\vec{B}_2$：以 r 为半径的小圆住体以相同电流密度反向通过其上时，由于对称分析其在 O`产生的$\vec{B}_2$=0

$\therefore \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \vec{B}_1$

5.6.1 有一电子射入磁感应强度为$\vec{B}$的均匀磁场中，其速度$\vec{v}_0$与$\vec{B}$方向成α角。试证它沿螺旋线运动一周后在磁场方向前进 l 为：

l=$\frac{2\pi m v_0 \cos\alpha}{eB}$# 试中 m 为电子的质量。

证： l=$v_{\parallel} T$ （1） $v_{\parallel} = v_0 \cos\alpha$ 求 T=?

EvB=$\frac{mv^2}{R}$ R=$\frac{mv}{R}$ T=$\frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{eB}$ （2）

将（2）代入（1） l=$v_{\parallel}$T=$v_{\parallel} \frac{2\pi m}{eB} = \frac{2\pi m v_0 \cos\alpha}{eB}$

5.6.2 把 2.0$\times 10^3$电子伏特的一个正电子射入磁感应强度$\vec{B}$为 0.1 特斯拉的均匀磁场中，其速度矢量与$\vec{B}$成89°角，路径成螺旋线，其轴在$\vec{B}$的方向。试求这螺旋线运动的周期 T，螺距 h 和半径 r。

5.6.3 解：已知电子动能$E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$\therefore v\sqrt{\frac{2E_K}{M}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 10^3}{9.1 \times 10^{-31}}}$ =2.68 $\times 10^7$（米/秒）

$$u_{//}=u\cos 89^{\circ}$$=2。68×10^{7}×0.0175=4。7×10^{5}（米/秒）

v⊥=vsin89°=2.68×10^{-7}×0.9998=2.68×10^{7} （米/秒）

T=$\frac{2\pi m}{eB}=\frac{2\pi\times 9.1\times 10^{-31}}{1.6\times 10^{-19}\times 0.1}$ =3.57×10^{-10} （秒）。

h=$v_{//}T=4.7\times 10^{-5}\times 3.57\times 10^{-10}=1.68\times 10^{-4}$(米)

r=$\frac{Tv}{2\pi}=\frac{3.75\times 10^{-10}\times 2.68\times 10^{-7}}{2\pi}$=1.52×$10^{-3}$（米）

5.6.3 一迴旋加速器 D 形电极周围的最大半径 R=60（厘米），用它来加速质量为 1.67×10^{-27}千克，电荷为 1.6×10^{-19}库仑的质子，要把质子从静止加速到 4.0×10^{6}电子伏特的能量。 （1）所需的磁感强度 B； （2）设两 D 形电极间距离为 0.1 厘米，电压为 2.0×10^{4}，其间电场是均匀的，求加速到上述能量所需要的时间。

解： （1）v=$\sqrt{\frac{2E_m}{m}}$

$$=\sqrt{\frac{8\times 10^{6}\times 1.6\times 10^{-19}}{1.67\times 10^{-27}}}$$

=2.77×10^{7} （米/秒）

$$\frac{mv^2}{R}=qvB$$

B=$\frac{mv}{qR}=\frac{1.67\times 10^{-27}\times 2.77\times 10^{7}}{1.6\times 10^{-19}\times 0.6}$

=0.48（特）

(2) 过电场缝的次数 n=$\frac{Em}{qU}$

n=$\frac{Em}{qU}=\frac{4\times 10^{6}\times 1.6\times 10^{-19}}{1.6\times 10^{-19}\times 2\times 10^{4}}=200$(次)

电子转一圈过缝两次，故转圈数$n_0=\frac{n}{2}$=100(圈)

T=$\frac{2\pi R}{v}=\frac{2\pi\times 0.6}{2.77\times 10^{7}}=1.36\times 10^{-7}$(秒)

t=n_0T=100$\times 1.36\times 10^{-7}$=1.4$\times 10^{-5}$(秒)

5•6•4* 粒子选择器是由相互正交的匀强电场和匀强磁场组成的。现有一束具有不同速度的带负电粒子，垂直于 E 和 B 的方向进入速度选择器。若U=300(伏)，d=10(厘米)，B=300(高斯)。试计算穿过速度选择器的粒子的速度。带电粒子的带电符号及质量大小是否影响选择器对它们速度的选择？

解：由洛仑兹力关系$\vec{F}=q(\vec{E}+v\times\vec{B})$，在本题的条件下有 F=q（E-vB）。

当 F=0 时粒子则穿过 S 上的小孔，由上式得：

qE=qvB

v=$\frac{E}{B}$

即只有 v 的大小等于$\frac{E}{B}$的粒子才能穿过孔，其它速率的粒子则不能穿过小孔，故能达到选择的作用。

v=$\frac{E}{B}=\frac{Ed}{dB}=\frac{U}{dB}$

=$\frac{300}{0.1\times 3\times 10^{-2}}=10^{5}$(米/秒)

粒子带电正负及其质量大小不影响对它的选择。

5•6•5* 一质谱仪的构造原理如附图所示，离子源 S，产生质量为 M 电荷为 q 的离子，离子产生出来时速度很小，可以看做是静止的。离子产生出来后，经过电压 U 加速，

进入磁感应强度 B 的均匀磁场，沿着半圆周运动而到达记录它的照相底片 P 上，测得它在 P 上的位置到入口处的距离为 X。试证明着离子的质量为；M=$\frac{qB^2X^2}{8U}$。

证：由 qU=$\frac{1}{2}$Mv^2 得 v=$\sqrt{\frac{2qU}{M}}$ (1)

又由 qvB=$\frac{Mv^2}{R}$ 得 v=$\frac{qBR}{M}=\frac{qBX}{2M}$ (2)

(1)=(2) $\frac{qBX}{2M}=\sqrt{\frac{2qU}{M}}$

$\therefore \quad M=\dfrac{qB^2X^2}{8U}$.

5•6•6　在霍尔效应实验中，宽 1.0 厘米，长 4 厘米，厚 1.0×10^{-3} 厘米的导体，沿长度方向载有 3 安培的电流，当磁感应强度为 1.5 特斯拉的磁场垂直地通过该导体时，产生 1.0×10^{-5} 伏的横向霍尔电压（在宽度两端）。试由这些数据求：

（1）　载流子的漂移速率；

（2）　每立方厘米载流子的数目；

（3）　假设载流子是电子，试就一给定的电流和磁场方向，在图中画出霍尔电压的极性。

解：（1）v 为电子漂移速度。

$$eE_H=evB \qquad v=\frac{E_H}{B}=\frac{E_H l}{lB}=\frac{U_H}{lB}$$

$$=\frac{1\times10^{-5}}{10^{-2}\times1.5}=6.7\times10^{-4}(\text{米}/\text{秒})$$

(2) $n=\dfrac{I}{evld}=\dfrac{3}{1.6\times10^{-19}\times6.7\times10^{-4}\times10^{-2}\times10^{-5}}=2.8\times10^{29}(\text{个}/\text{米}^3)$

(3) 假设 I 沿 Y 的方向，B 沿 X 向，则霍尔电压的极性如图所示。

5•6•7　高 h 宽 W 的铜条内通有电流 I（在附图中以×号表示）。在这铜片的垂直方向上施加一个磁感应强度为 $\vec{B}$ 均匀磁场。

（1）　试计算铜片中电子的漂移速率 v（形成电流的定向速率）；

（2）　作用在电子上磁力 F 的大小和方向；

（3）　为了抵消磁场的效应，铜片中应加均匀电场 $\vec{E}$ 的大小和方向如何？

（4）为了产生此电场 E，那铜片导体两侧之间电压为多少？电压应加于导体的哪两边？

（5）如果外界不加电场，则有些电子将被推到铜片的一边，因而在铜片的高度方向上最终将产生一均匀电场 E_H，这个电场的大小和方向如何？

已知：单位体积内电子的数目 n=1.1×10^{29}（个/米^3），

h=0.02(米)，w=0.1（厘米），I=50（安），B=2（特）。

解：（1）$I=nevs=nevhw$

$$v=\frac{I}{nehw}$$

$$=\frac{50}{1.1\times10^{29}\times1.6\times10^{-19}\times2\times10^{-2}\times10^{-3}}$$

$=1.4\times10^{-4}$（米/秒）

（2） $F=evB=1.6\times10^{-19}\times1.4\times10^{-4}\times2$

$=4.5\times10^{-23}$（牛）

（3）当电力与磁力大小相等方向相反时即电场抵消了磁场的效应。

$$E=\frac{F}{e}=\frac{4.5\times10^{-28}}{1.6\times10^{-29}}=2.8\times10^{-4}\ （伏/米）$$

外加电场场强 $\bar{E}$ 的方向应向下。

（4）$U=Eh=2.8\times10^{-4}\times2\times10^{-2}$

$U=5.6\times10^{-6}$

电压应加在导体上下两边。上端电位高，下端电位低。

（5）$eE_H=eVB$

$E_H=VB=1.4\times10^{-4}\times2$

$=2.8\times10^{-4}$（伏/米）

这时电场称霍尔电场，$\bar{E}_H$ 方向也应向下。

5.7.1　两根相距 15 厘米的无限长平行指导线。电流方向相反大小相等 $I_1=I_2$=200（安）。求第一根导线上长为 1.5 米一段所受第二根导线的力。

解：由无限长导线的磁场公式得：

$$B_2=\frac{u_0I}{2\pi a}$$　方向如图所示.

由安培力公式：$dF_1=Id\bar{l}\times B_2$

$$F_1=\int_0^{1.5}\frac{u_0I^2}{2\pi a}dl=\frac{u_0I^2}{2\pi a}l\Big|_0^{1.5}=1.5\frac{u_0I^2}{2\pi a}$$

$$=\frac{1.5\times4\pi\times10^{-7}\times4\times10^4}{2\pi\times15\times10^{-2}}$$

$=8\times10^{-2}$（牛）

$\vec{F}_1$的方向如图所示。

5.7.2　在如图所示的均匀磁场中（$\vec{B}$垂直纸面向内），试证明：通过相同稳恒电流I的直导线AC与任意曲线ADC所受磁力相等。

证：在A建立坐标系oxy。在ADC上任一点取电流元$Id\vec{l}$，其电流元受力大小$dF = BIdl$方向如图所示。将$d\vec{F}$分解到xy坐标方向有：

$$dF_x = -BIdl\sin\theta = -BIdy$$

$$dF_y = Bdl\cos\theta = BIdx$$

积分得

$$F_x = BI\int_0^0 dy = 0$$

$$F_y = BI\int_0^{AC} dx = BI\,\overline{AC}$$

$$\therefore\ \vec{F}_{ADC} = F_y\hat{j} = BI\ \overline{AC}\ \hat{j}$$

而载流直线$\overline{AC}$所受的力，又安培公式得

$$\vec{F}_{AC} = BI\,\overline{AC}\hat{j}$$

$$\therefore\ \vec{F}_{ADC} = \vec{F}_{AC}$$

5.7.3　如图所示的正方体，每边长 0.5 米，放在 0.6 特斯拉的均匀磁场方向平行于x轴。线$abcdeo$所通过的电流是 4 安培，方向如图所示。求作用于ab, bc, cd, de, eo各段上力的大小和方向。

解：$\vec{F}_{ab} = I\overline{ab}B(-\hat{k}) = 4\times0.5\times0.6(-\hat{k})$

$=-1.2\hat{k}$（牛）。

$$\vec{F}_{bc} = I\overline{bc}B\sin45^\circ(-\hat{j}) = 4\times0.5\sqrt{2}\times0.6\times\frac{1}{\sqrt{2}}(j)$$

$=-1.2\,j$（牛）。

$$\vec{F}_{cd} = ICDB(\cos45^\circ\hat{j} + \cos45^\circ\vec{k})$$

$$= 4\times0.5\sqrt{2}\times0.6\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{j}+\hat{k})$$

$=1.2(\hat{j}+\hat{k})$（牛）。

$$\vec{F}_{de}=I\overline{de}B(-\hat{j})=4\times0.5\times0.6(-\hat{j})$$

$=-1.2\vec{j}$（牛）

$$\vec{F}_{eo}=0$$

5.7.4　横截面积 $S=2.0$（毫米）^{2} 的铜线，弯成如图所示形式其中 OQ 和 DO’段固定在水平方向不动，QBCD 段是边长为 q 的正方形三边，可以绕 OO’转动。整个导线放在均匀磁场 $\vec{B}$ 中，$\vec{B}$ 竖直向上。已知铜的密度 $\rho=8.9$（克/ 厘米^3），当这铜线中的电流为 10Q 时，在平衡情况下，QB 段和 CD 段与竖直方向夹角为 15°。求磁感应强度 $\vec{B}$ 的大小。

解：由安培定律知，载流导线在磁场中要受力。QB 边与 CD 边受力大小相等方向相反，方向与 OO’轴平行，对 OO’轴的力矩为零。BC 边受磁力为 $F_{BC}=I_aB$。线框平衡时

$\vec{L}_{电磁}+\vec{L}_{重力}=0$　　　$L_{电磁}=L_{重力}$　二者力矩方向相反。求对 OO’力矩：（参考侧视图）

$$L_{电磁}=F_{BC}\bullet a\cos a=\mathrm{I}a^2B\cos a$$

$$L_{重力}=as\rho g(a\sin a+2\frac{a}{2}\sin a)=2a^2s\rho\sin a$$

平衡时：$\mathrm{I}a^2B\cos a=2a^2s\rho\sin a$

$$B=\frac{2s\rho g}{I}tga=\frac{2\times2\times10^{-6}\times8.9\times10^3\times9.8}{10}tg15^\circ=94\times10^{-4}(特)=94(高斯)$$

5.7.5 一半径 R=0.2（米）的圆形线圈，通有电流 I=10（安）位于 B=1（特）的均匀磁场中，线圈平面与磁场方向垂直。线圈为刚性，且无其它力作用。试求：

（1）线圈 a,b,c,d 各处一厘米长电流元所受的力。

（2）半圆 abc 所受合力如何？

（3）线圈如何运动？

解：（1）$F_a=F_b=F_c=F_d=ILB=10\times10^{-2}\times1=0.1(牛)$

由安培力公式知，a,b,c,d 各点力的方向沿圆周径向方向向外。

（2）建坐标系 oxy，在 abc 半圆上任取一小元段 $d\vec{l}$，其上受力 $d\vec{F}$，如图所示。

将 $d\vec{F}$ 分解在坐标 xy 上。　　$dF_x=dF\sin\theta$　　　$dF_y=dF\cos\theta$

在 abc 半圆上由对称性可知其对应元段上的 dF_y 互相抵消，在 y 方向合力 $F_y=0$，

故合力只有 x 方向 $\therefore F=F_x=\int dF_x=\int_0^{\pi} IBLdl\sin\theta$， $dl=Rd\theta$

$$=\int_0^{\pi} IBR\sin\theta d\theta=IBR\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta=(-\cos\theta)|_0^{\pi}=2IBR=2\times10\times1\times0.2=4(\text{牛})$$

方向与 x 方向相同。

（3）整个线圈受合力为零，和力矩为零，故不动。

5.7.6　载由电流 I_1 的直长导线，旁边有一平面圆形线圈，线圈半径为 r，圆心到直线的距离为 l，线圈和直长导线在同一平面内（见附图）。求 I_1 作用在圆形线圈上的力。

解：线圈所在处 $\vec{B}$ 的方向垂直纸面向里，各电流元受力方向均沿径向向外，其大小由安培力公式得。

$$dF=I_2Bdl=\frac{\mu_{\circ_1}I_1I_2rd\theta}{2\pi(l+r\cos\theta)}\bullet dl=rd\theta$$

建坐标系 Oxy，由对称性分析可知作用在圆线圈上 y 方向力的分量互相抵消，故作用在整个线圈上的合力只有 x 方向的投影，其大小为：

$$F=2\int_0^{\pi} dF_x=2\int_0^{\pi}\frac{\mu_\circ I_1I_2r\cos\theta}{2\pi(l+r\cos\theta)}d\theta$$

$$=\frac{\mu_cI_1I_2}{\pi}\left[\int_0^{\pi}\frac{l+r\cos\theta}{l+r\cos\theta}d\theta-\int_0^{\pi}\frac{ld\theta}{l+r\cos\theta}\right]$$

$$=\frac{\mu_cI_1I_2}{\pi}\left[\pi-\frac{2l}{\sqrt{l^2-r^2}}tg^{-1}\left(\sqrt{\frac{l-r}{l+r}}tg\frac{\theta}{2}\right)\right]|\frac{\pi}{0}$$

$$=\frac{\mu_cI_1I_2}{\pi}\left[\pi-\frac{2l}{\sqrt{l^2-r^2}}\bullet\frac{\pi}{2}\right]$$

$$=\frac{2l}{\sqrt{l^2-r^2}}\left(1-\frac{l}{\sqrt{l^2-r^2}}\right)$$

5.7.7 如图所示，一半径为 R 的无线长半圆面导体，其上电流与其轴线上一无线长直导线的电流等值而反向，电流 I 在半圆柱面上均匀分布。求：

（1）轴线上导线单位长度所受的力；

（2）若将另一无线长直导线（通有大小方向与半圆柱面相同的电流 I）替代圆柱面，产生同样的作用力，改导线应放在何处？

解：（1）建坐标系 Oxy。首先求半圆柱面导体在 O 点产生的磁感应强度。如截面图所示，半圆柱面横截面单位长度的电流为

$i=\dfrac{I}{\pi R}$ • 取对称的元段 $dl=dl_1=dl_2$ 则 $dB_1=dB_2=\dfrac{\mu_0 dI}{2\pi R}=\dfrac{\mu_0 idl}{2\pi R}$

$d\vec{B}_1, d\vec{B}_2$ 和 x 轴夹角相等（如图所示）。由对称分析，By=0，故 $\vec{B}$ 只有 x 方向分量

$$dB_x=\frac{\mu_0 iRd\theta}{2\pi R}\cos\theta$$

$$B=\int dB_x=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\mu_0 i\cos\theta d\theta}{2\pi}$$

$$=\frac{\mu_0 i}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta d\theta$$

$$=\frac{\mu_0 i}{\pi}\sin\theta\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\mu_0 i}{\pi}=\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

由安培力公式得 $F=Bll+\dfrac{\mu\ I}{\pi^2 R}\times I=\dfrac{\mu_0 I^2}{\pi^2 R}$

$\vec{F}=\dfrac{\mu_0 I^2}{\pi^2 R}\hat{j}$（即力为斥力）

（2）二相互平行放置的无限长直导线通反向电流时，相互作用力斥力。只有将直导线放在坐标原点的左侧才能使位于原点的载流导线受到方向指向 y 轴的作用力。二直导线相互距离 d 可通过下式计算：

$$=\frac{\mu_0 I^2}{\pi^2 R}=\frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}\qquad \therefore d=\frac{\pi R}{2}$$

既另一导线应放在 y=$-\dfrac{\pi R}{2}$ 处

5-7-8 将一均匀分布着面电流的无限大栽流面放在均匀磁场中，放入后平面两侧的磁感应强度分别为 $\vec{B}_1$ 与 $\vec{B}_2$（如图所示），求该载流面上单位面积所受的磁场力的大小及方向。

解：一无限大栽流平面产生的 $\vec{B}$ 有环路定理得：

$\oint_L \vec{B}\bullet d\vec{l}=\mu_0 ih$　I 为栽流平面的面电流密度。

$$Bh+Bh=\mu_0 ih$$

B=$\dfrac{\mu_0}{2}$

题中图是一个横截面图，当中间平面电流方向垂直纸面背离读者时（图上已画出 x 轴正方向），在板的右方 $\vec{B}$ 与 x 轴方向一致，在板的左方 $\vec{B}$ 与 x 轴方向。

当外磁场的磁感应强度 $\overline{B}$ 与 x 轴方向一致时，则场强迭加结果如题图所示。

$B_1 = B_0 + B_{左}$　　　　$B_1 = B_0 - B$（1）

$\vec{B}_2 = \vec{B}_0 + \vec{B}_{右}$　　　　$B_2 = B_C + B$（2）

由（1），（2）两式得：$B_0 = \dfrac{B_2 + B_1}{2}$

B $= \dfrac{B_2 - B_1}{2}$　　　　$i = \dfrac{B_2 - B_1}{\mu_0}$

在载流平面上沿 Z 轴方向取长 dl，沿 x 轴方向取宽 da，则其面积 ds=dl*da。则面元 ds 所受的安培力

$\vec{F} = idadlB_0(-j)$

$\vec{F} = idsB_0(-j)$

所以单位面积所受的力

$$\frac{\vec{F}}{ds} = iB_0(-\hat{j}) = (\frac{B_2 - B_1}{\mu_0}) \times (\frac{B_2 + B_1}{2})(-\hat{j}) = -\frac{B_2^2 - B^2{}_1}{2\mu_0}\,\vec{j}$$

5-7-9　一电流计的线圈有 50 匝，其中所包围的面积为 6 平方厘米。线圈摆动区中的 B 植为 0.01 特斯拉，并沿径向分布。弹簧流转常数 k=0.10 达因厘米/度。若通以 1 毫米的电流，问此线圈的偏转角是多大？

解：$M_{电阻} = M'_{铁}$

nISB=ka

a=$\dfrac{nISB}{k} = \dfrac{50 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^{-4} \times 10^{-2}}{0.1 \times 10^{-5} \times 10^{-2}}$=30(度)。

5-7-10　一电流计的线圈所包围的面积是 60 平方厘米。共 200 匝，其中通电流 1×10^{-5} 安培，放在 0.1 特斯拉的均匀磁场中。其所受的最大转矩是多少？

解：线圈在磁场中受力矩公式为：$\vec{M}=\vec{P}_m\times\vec{B}$。

M 最大时

M= $p_m B=nISB=200\times10^{-5}\times60\times10^{-4}\times0.1=1.2\times10^{-6}$（牛*米）。

5-8-1 有一线圈直径 8 厘米，共 12 匝，通电流 5 安培，将次线圈置于磁感应强度为 0.6 斯特拉的
均匀磁场中。

试求：

（1） 作用在线圈上的最大转矩；

（2） 线圈平面在什么位置是转矩是（1）中的一半？

解： （1）$\vec{M}=\vec{p}_m\times\vec{B}$

$\vec{M}_{最大}=p_m B=nISB=12\times5\times\pi（4\times10^{-2})^2\times0.6=0.181$（牛*米）。

（2）$M=\dfrac{1}{2}M_{最大}=p_m B\sin a$

$$\frac{1}{2}p_m B=p_m B\sin a$$

$$\therefore\sin a=\frac{1}{2}\qquad a+30^\circ 或 a=150^\circ$$

既线圈法线与$\vec{B}$成30°角时 M 为$M_{最大}$的一半

5-8-2 将一无限长导线中部折成一个边长 a 及 b 的开口矩形（如附图），并使此导线通过强度为 I 的电流，

令在中心 O 点处 放一检验，要使线圈的法线方向平行与纸面，已测得需加在

线圈上的扭力矩 M=70（达力·厘米）。求检验线圈的磁距。

已知 I=1.0 $\times10^{-7}$ （安），

a=0.4（米），

b=0.3（米）

解：由本章第 3 节 6 题已知 O 点的

B=$\dfrac{\mu_0 I}{\pi a}$ （$\dfrac{2}{b}\sqrt{a\ \ +b^2}-1$

B= $\frac{4\pi\times10^{-7}\times10^{-3}}{\pi\times0.4}\left(\frac{2\times0.5}{0.3}-1\right)$

$=\frac{7}{3}\times10^{-9}$(特)

$M_{最大}$=P$_n$B

P$_m$= $\frac{M_{最大}}{B}=\frac{7\times10^{-6}}{\frac{7}{3}\times10^{-9}}=3\times10^{-3}$（安•米^2）

5•8•3　一半径 R=0.10（米）的半圆形闭合线圈，载有电流 I=10（安）放在均匀外磁场中，磁场方向与线圈平面平行（见附图)。磁感应强度 B=5.0×10^3（高斯）　。

（1）求线圈所受力矩的大小，

（2）在这力矩的作用下线圈转 90^0（即转到线圈平面与 $\vec{B}$ 垂直）求力矩所做的功。

解：（1）$\vec{M}=\vec{P}_m\times\vec{B}$　　$\vec{P}_m$=IS$\hat{n}$ 显然 $\hat{n}$ 与 $\vec{B}$ 垂直。

$\vec{M}$ 的方向如图所示，M 的大小为：

M=I SBsin$\frac{\pi}{2}$=ISB=I•$\frac{1}{2}\pi R^2 B$

=10×$\frac{1}{2}$ π(0.1)^2 ×5×10^{-1}

=7.9×10^{-2}(牛•米)

（2）设 α 为线圈在力矩作用下转动的角度，　θ 为线圈法线与 $\vec{B}$ 的夹角。$\alpha=\frac{\pi}{2}-\theta$

M=IBSsinθ

=IBScosα

A=$\int_0^{\frac{\pi}{2}} M\bullet d\alpha=\int_0^{\frac{\pi}{2}} IBS\cos\alpha d\alpha=$ IBSsin$\alpha\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

=IBS=10×5×$10^{-3}\times10^{-4}\times\frac{1}{2}\pi(0.1)^2$

=7.9×10^{-2}(焦耳)

5●8●4　边长 L 为的正方形线圈（如附图所示），载有电流 I，轴线上一点 P 距 O 点为 x，试证当 x＞＞L 时，P 点的磁感应强度 B 的大小为：

B=$\dfrac{\mu_0 IL^2}{2\pi x^3}=\dfrac{\mu_0 P_m}{2\pi x^3}$

证：由直导线的求磁感应强度的公式得：

B=$\dfrac{\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$

载流线圈一个边在 P 点产生的场强。

B=$\dfrac{\mu_0 I}{4\pi r}\bullet 2\cos\alpha_1$　　$\cos\alpha_1=\dfrac{\frac{L}{2}}{\left[x^2+(\frac{L}{2})^2\right]^{\frac{1}{2}}}$

由对称分析可知，四个边在 P 点产生的 $\vec{B}$，其垂[ ]直分量应为零。

故 B=4B$_x$=$4\times\dfrac{\mu_0 I}{4\pi r}\bullet 2\cos\alpha_1\sin\alpha$

$=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\quad\dfrac{L^2}{x^2+\frac{L^2}{4}}$　　$\sin\alpha=\dfrac{\frac{L}{2}}{\left[x^2+(\frac{L}{2})^2\right]^{\frac{1}{2}}}$

$=\dfrac{\mu_0 IL^2}{2\pi\left[x^2+(\frac{L}{2})^2\right]^{\frac{3}{2}}}$　　r=$\left[x^2+(\frac{L}{2})^2\right]^{\frac{1}{2}}$

当 x＞＞L 时

B=$\dfrac{\mu_0 IL^2}{2\pi x^3}=\dfrac{\mu_0 P_m}{2\pi x^3}$

第六章　电磁感应与暂态过程

6●2●1 有一无限长螺线管，每米有线圈 800 匝，在其中心放置一个圆形小线圈，其匝数为 30，半径为 1.0 厘米，且使其轴线与无限长螺线管轴线平行。若在 $\dfrac{1}{100}$ 秒内，使螺线管中电流均匀地从 0 增到 5 安培，问圆形小线圈中感应电动势为多大？

解：已知螺线管内部产生的磁感应强度为：

B=$\mu_0 ni$

通过圆形小线圈的磁通匝链数为：

$\phi=\mu_0 ni\bullet n'\quad \pi r^2$

感应电动势的大小为：

$$\varepsilon=\frac{d\phi}{dt}=\mu_0 n n'\quad \pi r^2\frac{di}{dt}$$

$$=4\pi^2\times10^{-7}\times800\times30\times10^{-4}\times\frac{5}{\frac{1}{100}}$$

$=4.74\times10^{-3}$（伏）

6.2.2 一无限长螺线管每厘米有２００匝，载有电流１．５安，螺线管直径为３．０厘米，在管内放置一个直径为２．０厘米的密绕１００匝的线圈Ａ，且使其轴线与无限长螺线管的轴线平行。在０．０５秒内使螺线管中的电流匀速降为０，然

今在中心０点处放一 检验线圈，要使线圈的法线方向平行于纸面，已测得需加在线圈上的扭力矩 M=70（达因`厘米）。求检验线圈的磁矩。

已知 I=1。0×10^{-3}（ 安），a= 0。4（米）， b= 0。3（米），

解：由本章第 3 节 6 题已知 0 点的 B=$\frac{\mu I}{\pi a}\left(\frac{2}{b}\sqrt{a^2+b^2}-1\right)$

$$B=\frac{4\pi\times10^{-7}\times10^{-3}}{\pi\times0.4}\left(\frac{2\times0.5}{0.3}-1\right)$$

$=\frac{7}{3}\times10^{-9}$ （特）

M 最大=P×B

P=M 最大/B=$\frac{7\times10^{-6}}{\frac{7}{3}\times10^{-9}}=3\times10^{3}$ （安•米^2） 。

5-8-3. 一半径 R=0。10（米）的半圆形闭合线圈，载有电流 I=10（安）放在均匀外磁场中，磁场方向与线圈平面平行。磁感应强度 B=5。0×10^{3}（高斯）。

（1） 求线圈所受力矩的大小和方向，

（2） 在这力矩的作用下线圈转 90 度（即转到线圈平面与 $\xrightarrow[B]{}$ 垂直）求力矩所作的功。

解：（1）$\xrightarrow[M]{}=\xrightarrow[P]{}\times\xrightarrow[B]{}$ $\xrightarrow[P_m]{}$=ISN，显然 N 与 B 垂直。$\xrightarrow[M]{}$

的方向如图示，M 的大小为：

M=ISB $\sin\frac{\pi}{2}$=ISB=I$\bullet\frac{1}{2}\pi R^2 B$

=$10\times\frac{\pi}{2}(0.1)^2\times5\times10^{-1}$

=7.9×10^{-2}(牛$\bullet$米)

(2) 设α为线圈在力矩作用下转动的角度，θ为线圈法线与 B 的夹角.

$\alpha=\frac{\pi}{2}-\theta$

M=IBS$\sin\theta$

=IBS $\cos\alpha$

A=$\int_0^{\frac{\pi}{2}} M\bullet d\alpha=\int_0^{\frac{\pi}{2}} IBS\cos\alpha d\alpha=IBS\sin\alpha\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

=IBS=$10\times5\times10^3\times10^{-4}\times\frac{\pi}{2}(0.1)^2$

=7.9×10^{-2} （焦耳）。

5-8-4 边长为 L 的正方形线圈（如附图示），载有电流 I，轴线上一点 P 距 O 点为 X，试证当 X$\geq L$时，P 点的磁感应强度 B 的大小为：

$$B=\frac{\mu_0 I l^2}{2\pi x^3}=\frac{\mu_0 P_m}{2\pi x^3}$$

证： 由直导线的求磁感应强度的公式得：

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$$

载流线圈一个边在 P 点产生的场强。

$B_1=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}\bullet2\cos\alpha_1$ $\qquad\cos\alpha_1=\frac{l/2}{\left[x^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$

由对称分析可知，四个边在 P 点产生的$\vec{B}$，其垂直分量应为零。

故 $B=4B_x=4\times\frac{\mu_0 I}{4\pi r}\times2\cos\alpha_1\sin\alpha$

$$=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\frac{l^2}{x^2+\frac{l^2}{4}}$$

$$=\frac{\mu_0 I l^2}{2\pi\left[x^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$\sin\alpha=\frac{l/2}{\left[x^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \qquad r=\left[x^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

当 x〉〉l 时， $B=\frac{\mu_0 I l^2}{2\pi x^3}=\frac{\mu_0 P_m}{2\pi x^3}$