

第 9 教学节段教学设计方案

| | | | |
|-----------|---|-----|-------|
| 主题 名称 | § 3-3 介质存在 时的高斯定理 | 课时数 | 45 分钟 |
| 教学主要内容 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 电位移矢量的引入，表达式 2. 介质存在时的高斯定理的表述及表达式 3. 介质存在时的高斯定理的应用 | | |
| 教学目标要求 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 掌握电位移普遍表达式以及特殊表达式； 2. 了解介质存在时高斯定理的推导； 3. 理解介质存在时高斯定理的表述 4. 掌握介质存在时高斯定理的应用 | | |
| 教学重点及难点 | <p>教学重点： 电位移矢量的定义；介质存在时高斯定理的表述以及应用。</p> <p>教学难点： 通过对称性分析，用高斯定理求 \bar{D} 和 \bar{E} 的方法</p> | | |
| 教学方法与教学手段 | <p>教学方法： 课堂讲授，结合课堂讨论、提问、启发</p> <p>教学手段： PPT 配合传统板书 flash 动画演示</p> | | |

教学过程设计要点

一、新知识的引入

欲求介质中 \vec{E} \longrightarrow 则需 \vec{E}' ($\because \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$) \longrightarrow 需 $q'(\rho', \sigma')$ \longrightarrow 需 \vec{P}
($\oint_s \vec{P} \cdot d\vec{s} = -q'$, 或 $\rho' = -\nabla \cdot \vec{P}$ 、 $\sigma' = P_n$) \longrightarrow 需知 \vec{E} ($\because \vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$), 返回,
出现循环。

表明: 极化原因 (\vec{E}_0 : 自由电荷激发的外场、 \vec{E} : 总场) 和极化效果 (\vec{E}' : 由束缚电荷 q' 激发) 之间有反馈联系。

一般地, \vec{P} 未知, q' 也难以求出, 实验中 q' 不易测量, 因而求其中任一物理量皆困难, 需另辟途径, 这就是本节将要学习的介质中的高斯定理。

二、新知识的讲解

(一) 介质中的高斯定理

1、介质中的高斯定理的表达式

介质存在时, 场源有两部分: $\left\{ \begin{array}{l} q_0: \text{自由电荷, 激发 } \vec{E}_0 \\ q': \text{极化电荷, 激发 } \vec{E}' \end{array} \right.$

对应的场的高斯定理有: $\left\{ \begin{array}{l} \oint_s \vec{E}_0 \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{s\text{内}} q_0 \\ \oint_s \vec{E}' \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{s\text{内}} q' \end{array} \right. ,$

而 $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$, 则总场的闭面通量为:

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_s (\vec{E}_0 + \vec{E}') \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum_{s\text{内}} q_0 + \sum_{s\text{内}} q' \right)$$

该式即介质中高斯定理。但该式的右端极化电荷 q' 不易实验上测量, 应回避它。

为此，运用 $\sum_{s内} q' = -\oint_s \vec{P} \cdot d\vec{s}$

代入上式，得 $\oint_s (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{s} = \sum_{s内} q_0$

引入辅助物理量：电位移矢量

$$\vec{D} \equiv \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

则介质存在时的高斯定理表示为：

$$\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = \sum_{s内} q_0$$

2、对 $\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = \sum_{s内} q_0$ 的讨论

① $\phi_D = \oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s}$ 仅与其内自由电荷有关，与极化电荷无关；

②用 \vec{D} 描述电场， \vec{D} 线起自正自由电荷，止于负自由电荷；

③当问题具有某种对称性时，可由高斯定理求解，物理思路是：

先求 $\vec{D} \rightarrow$ 再求 $\vec{E} \rightarrow$ 再追究极化电荷分布等。

(二) 电位移矢量

1、对电位移矢量的理解

$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ 是辅助物理量，无物理意义。

\vec{D} 是 \vec{E} 、 \vec{P} 不同量之叠加， \vec{D} 与 \vec{P} 同量纲；

ϕ_D 仅由 $\sum_{s内} q_0$ 表示，并不意味着 \vec{D} 仅与 $\sum_{s内} q_0$ 有关， \vec{D} 还与极化电荷有关。

2、特殊情形下 \vec{D} 的表达式

①对于真空中

$$\vec{P} = 0, \text{有 } \vec{D} = \vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

介质存在时的高斯定理 $\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = \sum_{s\text{内}} q_0$

\Rightarrow 真空中静电场的高斯定理: $\oint_s \vec{E}_0 \cdot d\vec{s} = \frac{\sum_{s\text{内}} q_0}{\epsilon_0}$

$\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = \sum_{s\text{内}} q_0$: 静电场高斯定理的普遍形式

②对于各项同性线性介质中

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}, \text{ 有 } \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi_e \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E}$$

式中

$$\epsilon_r = 1 + \chi_e \dots \dots \text{相对介电常数, 无量纲, } \chi_e \geq 0, \epsilon_r \geq 1;$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \dots \dots \dots \text{绝对介电常数, 与 } \epsilon_0 \text{ 同量纲。}$$

$$\text{常用关系: } \vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E} = \frac{\chi_e}{\epsilon_r} \vec{D}$$

对于各项同性线性介质, 除介质参数外, $\vec{E}, \vec{P}, \vec{D}$ 三者知其一即可求出其它。

③对于导体中

因为 $\vec{E} = 0, \vec{P} = 0$, 故 $\vec{D} = 0$

3、比较 \vec{E} 、 \vec{P} 、 \vec{D} 三物理量的闭面通量

$$\begin{cases} \oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = q_0 \\ \oint_s \vec{P} \cdot d\vec{s} = -q' \\ \oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} (q_0 + q') \end{cases}$$

其中: 普适关系为: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

特殊关系为：

$$\begin{cases} \vec{D} = \epsilon \vec{E} = \frac{\epsilon_r}{\chi_e} \vec{P} \\ \vec{P} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E} = (1 - \frac{1}{\epsilon_r}) \vec{D} \end{cases}$$

(三) 介质中的高斯定理的应用

当问题对称性分析，可利用介质中的用高斯定理求 \vec{D}

先求出 $\vec{D} \rightarrow$ 可求 $\vec{E} \rightarrow$ 可求 $\vec{P} \rightarrow$ 可求极化电荷分布

用高斯定理求 \vec{D} 的步骤：

①对称性分析

②选择合适高斯面

球对称：同心球面；轴对称：同轴圆柱面；面对称：与平面垂直的圆柱面

③求出 $\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s}$, 确定 $\sum_{s内} q_0$

④由 $\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = \sum_{s内} q_0$ 求解 \vec{D} , 进而求解 \vec{E}

讲解一个例题（球对称问题）

教学板书设计

一、 介质中的高斯定理表达式

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_s (\vec{E}_0 + \vec{E}') \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} (\sum_{s内} q_0 + \sum_{s内} q')$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad \oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = \sum_{s内} q_0$$

二、 电位移矢量

1、对电位移矢量的理解

① $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ 是辅助物理量，无物理意义。

| | |
|---------------|---|
| <p>教学板书设计</p> | <p>② ϕ_D 仅由 $\sum_{s内} q_0$ 表示，但 \bar{D} 不仅与 $\sum_{s内} q_0$ 有关，还与极化电荷有关。</p> <p>2、特殊情形下 \bar{D} 的表达式</p> <p>①对于真空中：</p> $\bar{D} = \bar{D}_0 = \varepsilon_0 \bar{E}_0$ <p>②对于各项同性线性介质中</p> $\bar{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \bar{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \bar{E} = \varepsilon \bar{E}$ $\bar{P} = \varepsilon_0 \chi_e \bar{E} = (\varepsilon - \varepsilon_0) \bar{E} = \frac{\chi_e}{\varepsilon_r} \bar{D}$ <p>③对于导体中： $\bar{D} = 0$</p> <p>3、比较 \bar{E}、\bar{P}、\bar{D} 三物理量的闭面通量</p> $\left\{ \begin{array}{l} \oint_s \bar{D} \cdot d\bar{s} = q_0 \\ \oint_s \bar{P} \cdot d\bar{s} = -q' \\ \oint_s \bar{E} \cdot d\bar{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} (q_0 + q') \end{array} \right.$ <p>三、介质中的高斯定理的应用</p> <p>先求出 $\bar{D} \rightarrow$ 可求 $\bar{E} \rightarrow$ 可求 $\bar{P} \rightarrow$ 可求极化电荷分布</p> |
| <p>作业与思考</p> | <p>思考题：</p> <p>教材 122 页：3-2</p> <p>作业：</p> <p>教材 123 页：3-6；3-9；3-10；3-11</p> |

