

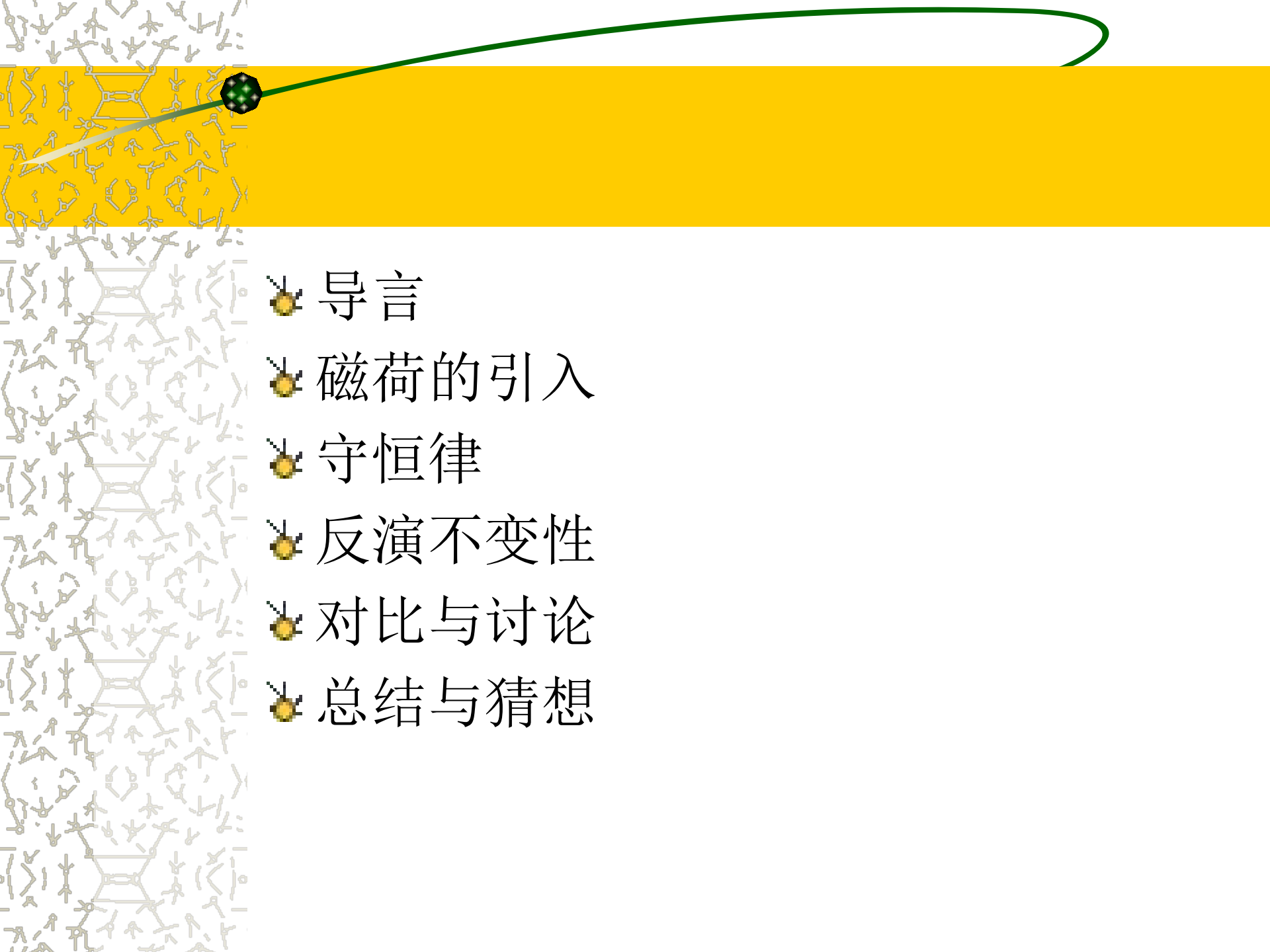


# Maxwell电磁理论的对称性

刘东文 PB02000823

指导老师：程福臻

章江英

- 
- 🔦 引言
  - 🔦 磁荷的引入
  - 🔦 守恒律
  - 🔦 反演不变性
  - 🔦 对比与讨论
  - 🔦 总结与猜想



# 导言

- 对称性原理是贯穿于物理学规律中的概括性最高的法则之一.
- 基于对称性原理向Maxwell电磁理论引入磁荷，磁流和磁单极子.
- Maxwell电磁理论在新的意义下具有完美的对称性.

## 磁荷的引入

设  $\rho_m$  和  $\mathbf{j}_m$  分别为磁荷密度和磁流密度，则修正后的 Maxwell 方程组为

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{j}_m - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = \rho_m \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}_e + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{cases}$$

此时 Maxwell 方程组具有完整的对称性.

# 守恒律

## ▪ 电荷守恒定律

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) = 0 \quad \Longrightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{j}_e = -\frac{\partial \rho_e}{\partial t}$$

## ▪ 磁荷守恒定律

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = 0 \quad \Longrightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{j}_m = -\frac{\partial \rho_m}{\partial t}$$

# 反演不变性

## ■ (电磁) 共轭变换CM

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_e \rightarrow -\rho_e \\ \rho_m \rightarrow -\rho_m \\ \mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r} \\ t \rightarrow t \end{array} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{j}_e \rightarrow -\mathbf{j}_e \\ \mathbf{j}_m \rightarrow -\mathbf{j}_m \\ \mathbf{E} \rightarrow -\mathbf{E} \\ \mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B} \end{array} \right. \quad \nabla \rightarrow \nabla, \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t}$$

## ■ 空间反演P

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_e \rightarrow \rho_e \\ \rho_m \rightarrow \rho_m \\ \mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r} \\ t \rightarrow t \end{array} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{j}_e \rightarrow -\mathbf{j}_e \\ \mathbf{j}_m \rightarrow -\mathbf{j}_m \\ \mathbf{E} \rightarrow -\mathbf{E} \\ \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{B} \end{array} \right. \quad \nabla \rightarrow -\nabla, \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t}$$

## ■ 时间反演T

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_e \rightarrow \rho_e \\ \rho_m \rightarrow \rho_m \\ \mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r} \\ t \rightarrow -t \end{array} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{j}_e \rightarrow -\mathbf{j}_e \\ \mathbf{j}_m \rightarrow -\mathbf{j}_m \\ \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E} \\ \mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B} \end{array} \right. \quad \nabla \rightarrow \nabla, \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -\frac{\partial}{\partial t}$$

- Maxwell电磁理论具有（电磁）共轭变换不变性，空间反演不变性和时间反演不变性。
- Maxwell电磁理论在CMPT联合反演下不变。

## 对比与讨论

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_0 \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}_0 + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{无源}} \left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{array} \right.$$

对称性破缺的根源是：迄今还未发现与电荷对应的孤立磁荷，因而也不存在与传导电流对应的传导磁流。



■ 纯电荷体系

磁矢势  $\mathbf{A}_m$  电势  $\varphi_e$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \longrightarrow \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}_m$$

$$\longrightarrow \quad \nabla \times \left( \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial t} \right) = 0$$

$$\longrightarrow \quad \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial t} - \nabla \varphi_e$$

■ 纯磁荷体系

电矢势  $\mathbf{A}_e$     磁势  $\varphi_m$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad \longrightarrow \quad \mathbf{D} = -\nabla \times \mathbf{A}_e$$

$$\quad \longrightarrow \quad \nabla \times \left( \mathbf{H} + \frac{\partial \mathbf{A}_e}{\partial t} \right) = 0$$

$$\quad \longrightarrow \quad \mathbf{H} = -\frac{\partial \mathbf{A}_e}{\partial t} - \nabla \varphi_m$$

$\mathbf{A}_m$  和  $\varphi_e$ ,  $\mathbf{A}_e$  和  $\varphi_m$  分别可以用来刻画纯电荷体系和纯磁荷体系.

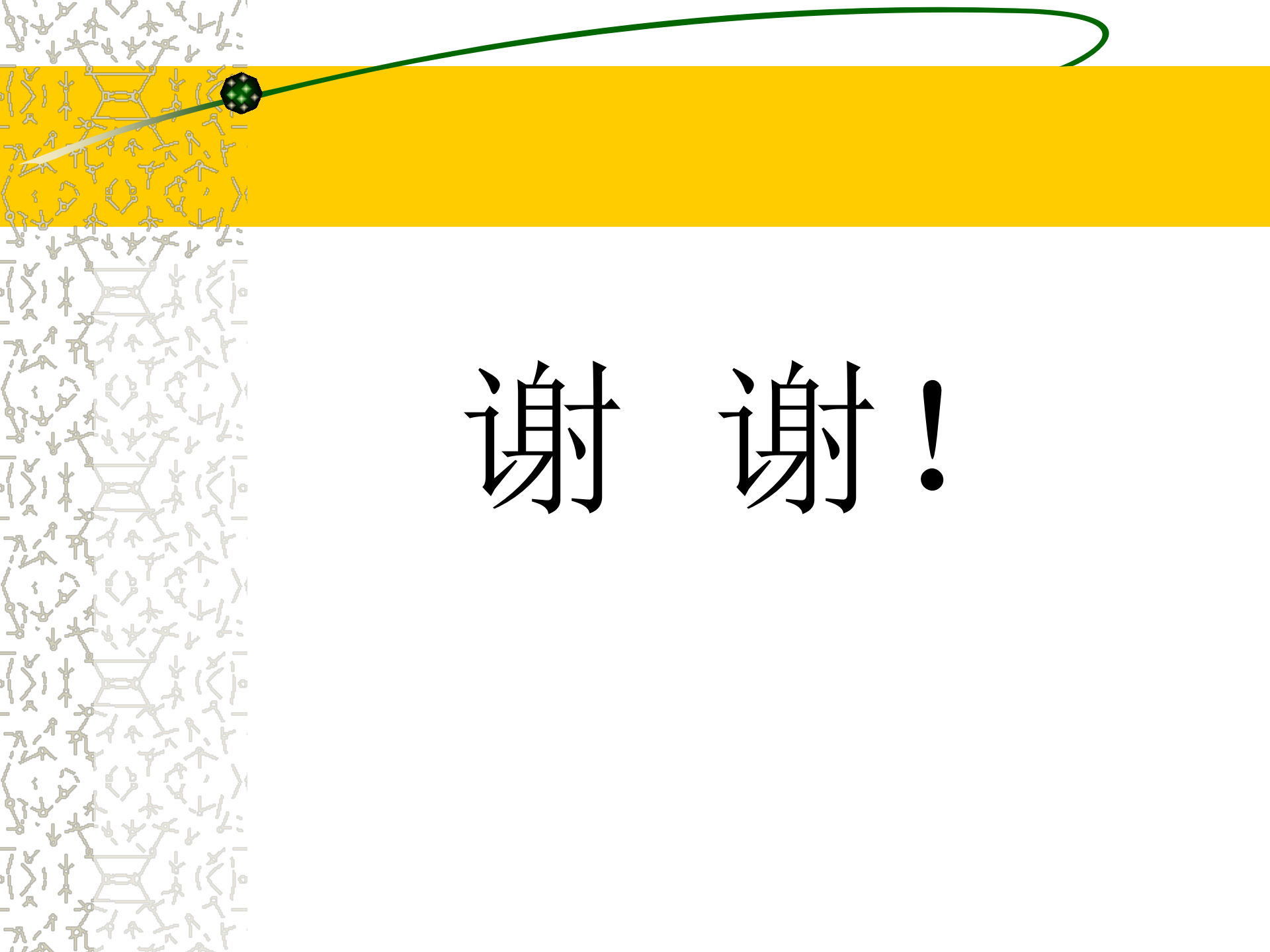


## 总结和猜想

基于对称性原理，我们预言：

- 磁荷和磁单极子在某些特定的物理条件下是存在的.
- 电荷与磁荷在本质上是统一的，电荷与磁荷可以互相转化.
- 磁单极子同电子一样，存在对应的反物质粒子.
- Maxwell电磁理论具有完全的对称性.

我们期待着磁单极子早日被发现，实现电和磁的最终统一（不仅是相互作用的统一，而且是物质上的统一），也许由此可以推动物理学向前迈出更大的一步.



谢谢!