

§1-4 电场强度

一、 电场强度 E 定义

1. 电场

(1) 相互作用的传递

对物体间的作用，自古以来存在着两种作用的争论：

- **超距作用：不需要任何媒介，也不需要时间的传递。**

1686年，牛顿发表了万有引力定律，似乎支持超距作用的观点，但牛顿本人并不支持超距作用。在力学发展初期，由于并没有找到近距作用的媒介，同时万有引力在解释太阳系获得巨大的成功，使得超距作用大行其道，Lagrange, Laplace, Poisson 发展起来的简洁优美的势论，更为有利地支持了超距作用。

电磁学建立初期，Coulomb, Ampere 奉行超距作用，Neumann, Weber 等用超距作用得到了相应的电磁理论。

库仑定律给出了两个静止电荷间的相互作用力，但没有说明这种作用是通过什么途径发生的。超距作用的观点认为一个电荷对另一电荷的作用无需经中间物传递，即



超距作用的观点认为带电体之间的相互作用力是以无限大速度在两物体间直接传递的，与存在于两物体之间的物质无关。因此持有超距作用观点的人认为带电体之间的相互作用无需传递时间，也不承认电场是传递相互作用的客观物质。超距作用的观点反映了人类认识客观事物的局限（因为在静电学的研究范围内，超距作用与近距作用两种观点等价，所以当时许多物理学家包括库仑在内都持有超距作用的观点）。

- **近距作用：通过接触或媒介，作用需要时间。**

近距作用的媒介最初认为是“以太”。直到 Faraday, Maxwell 提出了力线和场，建立了近距作用的电磁理论并得到实验证实之后，这种状况才得以改变。1881 年 A.A.Michelson 设计了一个精密的实验来测量“以太风”，1887 年与 E.W.Morley 合作，重新实验，仍得到“零”结果。说明“以太”根本不存在，A.A.Michelson 因为他的“零”结果而荣获 1907 年的诺贝尔奖。

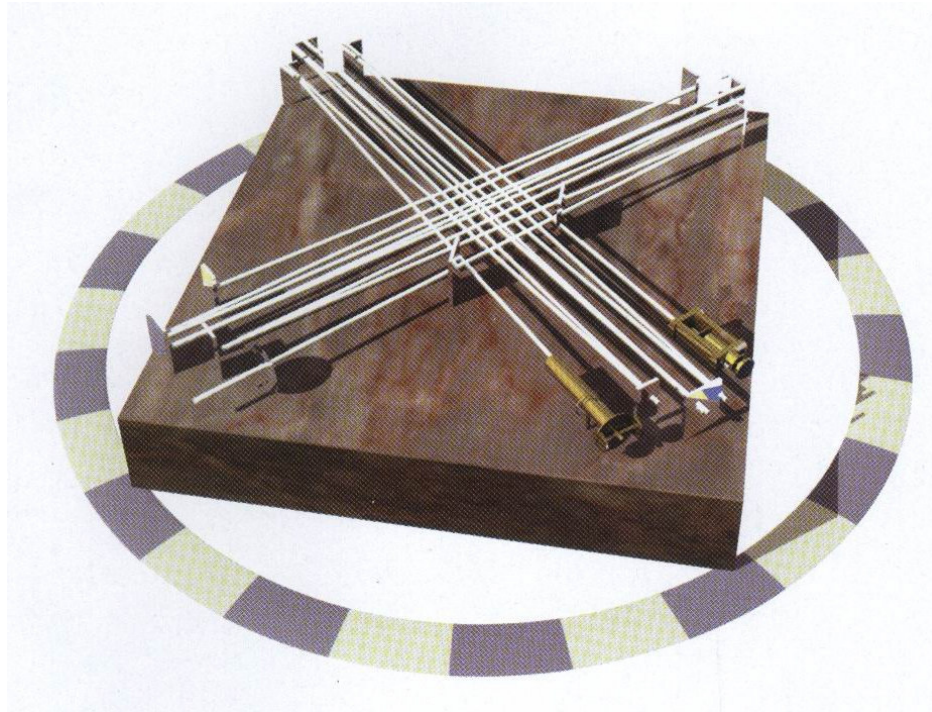


图 1-21 A.A.Michelson 和 E.W.Morley 的实验装置

(2) 场的提出，法拉第的力线思想

Michael Faraday (1791—1867) 是英国伟大的物理学家和化学家，是一位有深刻物理思想的实验物理学家。在电磁学领域，Faraday 对电磁现象进行了广泛深入的实验研究，对电磁作用提出了近距作用的物理解释，作出了许多卓越的贡献，其中最重要的是电磁感应的发现、研究和解释。Faraday 是电磁场理论的创始者和奠基者，他的工作为 Maxwell 建立电磁场理论奠定了基础，Faraday 和 Maxwell 一起当之无愧地被誉为 19 世纪最伟大的物理学家。



图 1-22 场概念的提出者英国伟大的物理学 [Faraday](#)

Faraday 近距作用观点的场论思想更多地是用力线语言表达的，因此也称为力线思想。它具有鲜明的实践来源。场概念的许多重要观点，如磁力线是真实存在的、是闭合的等结论，都有独特的实验证明。

近距作用观点场论思想的确立开始了 Newton 以来物理学最伟大的变革，因而受到许多物理学家的重视。W. Thomson 指出：

“在 Faraday 的许多贡献中，最伟大的一个就是力线概念了。我想，借助于它就可以把电场和磁场的许多性质，最简单而又极富启发性地表示出来。” Thomson 在自己研究的基础上建议 Maxwell 研究 Faraday 的力线思想。Maxwell 在 Faraday 的基础上发展了近距离作用观点的场论思想，建立了 Maxwell 出方程，奠定了经典电动力学的理论基础。

(3) 电场

近代物理的发展证明，超距作用的观点是错误的，近距离作用的观点才是正确的。电力（磁力也是这样）虽然以极快的速度传递，但该速度仍然有限。在真空中，它的速度就是真空中的光速 c ，

$$c = 2.99792458(12) \times 10^8 \text{ m/s} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

但“以太”并不存在，电力（磁力）通过电场（磁场）传递。凡是有电荷的地方，周围就存在电场，即电荷在自己的周围产生电场或激发电场，电场对处在场内的其他电荷有力作用。电荷受到电场的作用力仅由该电荷所在处的电场决定，与其他地方的电场无关，这就是场的观点。按照这种观点，电荷间的相互作用可表示为



然而，在电场随时间变化的情况下，例如当场源运动时，两种观点的区别就显示出来了。设两点电荷，电量分别为 q_1 和 q_2 ，在某一时刻 t ，它们的距离为 r ，这时， q_2 对 q_1 有一定的作用力，若 q_2 突然改变位置，使两电荷的距离发生变化，按超距作用的观点，所受到的作用应同时变化。但按场的观点，当 q_2 位置变化时， q_1 受到的作用力并不立即变化。因为 q_2 在新位置产生的场将以有限的速度 c 向 q_1 传播，经过一定的时间 Δt 之后，当出所在处的场发生变化时，由受到的作用力才变化。所以， q_2 对 q_1 作用力的变化要比 q_2 位置的变化推迟一定时间 Δt 。实验结果证明场的观点是正确的。

以后我们还将看到，电场和磁场与实物（由原子或分子构成的物质）一样，具有动量和能量，服从一定的运动规律，它们可以脱离电荷和电流单独存在。与物质的实物形式一样，电磁场也是物质的一种形式。

(4) 静电场

静止电荷产生的电场称为静电场，静电场对其他静止电荷的作用力就是静电力。电场并不限于静电场，凡对静止电荷有作用力的场都是电场。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad \text{或} \quad \frac{\partial E}{\partial t} = 0$$

2. 电场强度

(1) 试探点电荷

为定量研究电场，在电场中引入试探点电荷：

- 电量充分小，以免改变被研究物体的电荷或电场分布；
- 线度充分小，即点电荷。

(2) 电场强度

设试探点电荷在 r 处受到的电场力为 F_0 ，则 F_0 应正比于 r 处的电场强度 $E(r)$ ：

$$F_0 = q_0 E(r)$$

则有：

$$E(r) = \frac{F_0}{q_0}$$

是与试探点电荷无关的物理量，反映了 r 处空间的本身的特性， $E(r)$ 称为 r 处的电场强度。即：

电场内任意一点的电场强度在数值上等于一个单位电量的电荷在该点受到的作用力，电场强度的方向与正电荷在该点受力的方向相同。

电场强度是空间坐标的矢量函数， $E = E(x, y, z)$ ，即矢量场。简称为电场。即，电场就是带电体周围的一个具有特定性质的

空间。在空间的任一点，外来电荷都会受到一定大小、方向的作用力。初看起来，这样引进的电场似乎只是形式的、数学的观念，其实不然，现在人们知道电场也具有能量，而且和带电体相互作用，交换能量；电场的能量也可以转换成其它形式的能量，如物体的机械能、电池的化学能等。可见，电场是一种客观物质。

(3) 单位

电场强度 E 的单位为 $(\text{N} \cdot \text{C}^{-1})$ ，但电场强度的常用单位是 $(\text{V} \cdot \text{m}^{-1})$ 。

(4) 电荷的电场

点电荷 q 的位置为坐标原点，在 r 处放置一试探点电荷 q_0 ，则由该电荷所受的库仑力可得到点电荷产生的电场强度为：

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} e_r$$

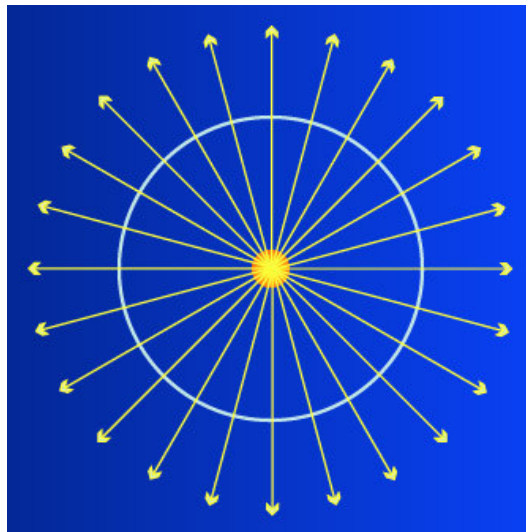


图 1-23 点电荷的电场

(5) 点电荷产生的电场的特点:

- 球对称;
- 方向从源电荷指向场点;
- 负源电荷场强方向与正电荷方向相反。

二、各种带电体的 E 公式**1. 点电荷系**

空间点电荷体系的电场强度, 可由力的叠加原理或电场的叠加原理来求得:

$$E(\mathbf{r}) = \sum_i \mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = \sum_n \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$$

\mathbf{r} 为所求点的矢径, \mathbf{r}_i 是第 i 个电荷的矢径。

(1) 带电体的电场强度

电荷元 dq 产生的电场强度为:

$$dE(\mathbf{r}) = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

电场强度是矢量, 满足叠加原理, 很容易求得带电体在空间的电场强度:

$$\text{体分布 } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{V'} \frac{\rho(r')}{|r-r'|^3} (r-r') dV'$$

$$\text{面分布 } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \frac{\sigma(r')}{|r-r'|^3} (r-r') dS'$$

$$\text{线分布 } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda(r')}{|r-r'|^3} (r-r') dl'$$

(2) 电场强度的计算

求电场强度时，由于电场强度是矢量，可以化矢量积分为标量积分：

$$dE = dE_x e_x + dE_y e_y + dE_z e_z$$

$$E = \int dE = \int E_x dx e_x + \int E_y dy e_y + \int E_z dz e_z$$

大小为：

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$$

与 x, y, z 轴的夹角 α , β , γ 为：

$$\text{tg } \alpha = \frac{E_x}{E}, \quad \text{tg } \beta = \frac{E_y}{E}, \quad \text{tg } \gamma = \frac{E_z}{E}$$

(3) 一些典型的电场强度数值

表 1-1 一些典型的电场强度数值 (N/C)

地点	电场强度 (N/C)
铀核表面	2×10^{21}
中子星表面	10^{14}
氢原子电子内轨道处	6×10^{11}
X 射线管内	5×10^6
空气击穿电场强度	3×10^6
范德格拉夫静电加速器内	2×10^6
电视机内的电子枪	10^5
电闪内	10^4
雷达发射机边	7×10^3
太阳光内 (平均)	1×10^3
晴天大气中 (地面)	1×10^2
小型激光光束内	1×10^2
日光灯管内	10
无线电波内	10^{-1}
家用电路内	3×10^{-2}
宇宙射线本底 (平均)	3×10^{-6}

三、典型例子

1. 电偶极子

【例】 求电偶极子的电场分布，电偶极子即电量相等、符号相反、相隔某一微小距离 l 的两点电荷组成的系统，在其中垂面上、延长线和空间任一点的电场强度。

【解】 取直角坐标系 xoy ， O 为电偶极子的中点， Oy 轴过 A 点， OA 距离为 r ， E_- 和 E_+ 分别是 $-q$ 和 $+q$ 在 A 点产生的电场强度。由几何关系有：

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + (\frac{l}{2})^2}$$

$$E_y = E_{+y} + E_{-y} = 0$$

$$\begin{aligned} E_x &= E_{+x} + E_{-x} = -2E_+ \cos\theta \\ &= -2E_+ \frac{l/2}{(r^2 + \frac{l^2}{4})^{1/2}} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{(r^2 + \frac{l^2}{4})^{3/2}} \end{aligned}$$

当 $r \gg l$ 时，

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{r^3} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

p 为电偶极矩, $p=ql$, 其方向由 $-q$ 指向 $+q$, 故中轴线上A点的电场强度为:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

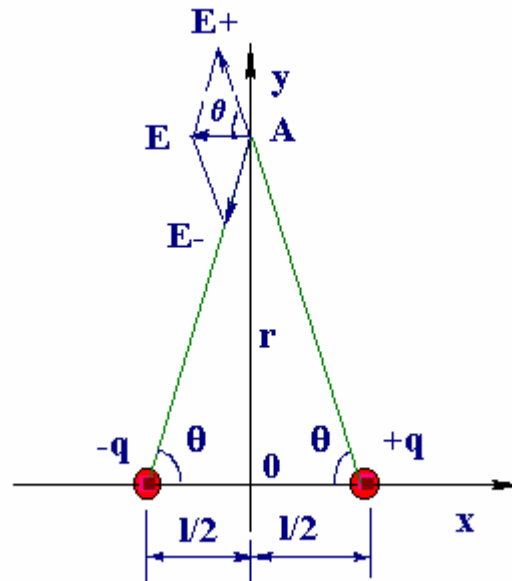


图 1-24 电偶极子的电场

若 p 点在电偶极子的延长线上，正负电荷产生的场强为：

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2}, \quad E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2}$$

对 $r \gg l$, 有：

$$\left(r \pm \frac{l}{2}\right)^2 \approx r^2 \left(1 \mp \frac{l}{r}\right)$$

注意到 p 的方向，有：

$$E_r = \frac{1}{2\pi \epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

考察点在场中任一点，坐标为 (r, θ) ，把电偶极子分解成平行分量和垂直分量 $p_{//}$ 和 p_{\perp} ，

$$p_{//} = p \cos \theta$$

$$p_{\perp} = p \sin \theta$$

于是 p 点的场强可以看成是由两个电偶极子的叠加而成，由以上结果有：

$$E_r = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p \cos\theta}{r^3}$$

$$E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sin\theta}{r^3}$$

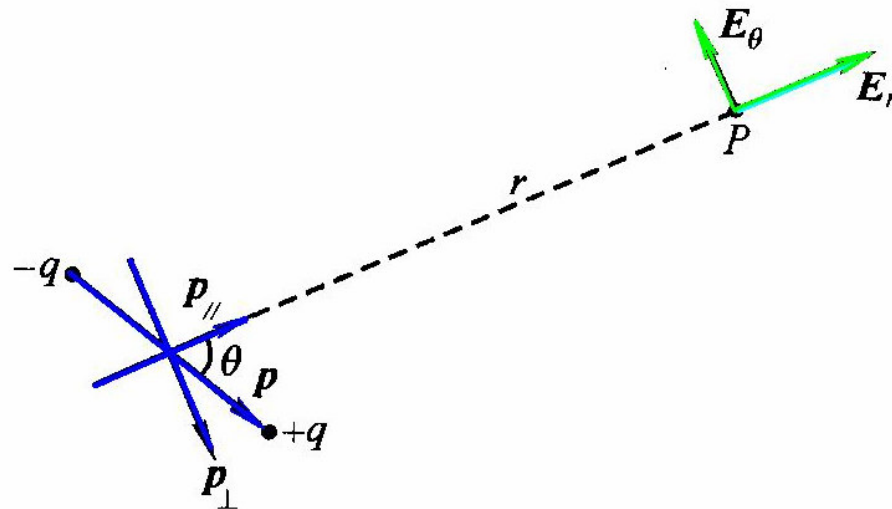


图 1-25 电偶极子的电场

综合以上结果，我们有：

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3n(p \cdot n) - p}{r^3}$$

式中 n 为 r 方向的单位矢量。

2. 线电荷

[例] 一半径为 R 的无限细且均匀带电的圆环，环上线电荷密度为 λ 。求过环心垂直于圆环面的中轴线上的一点 A 的电场强度。

[解] 在圆环上任取一线电荷 λdl ，它在 A 点产生的电场强度为 dE ，从对称性可以看出，由圆环在 A 点所产生的电场强度将只有沿 z 轴的分量。于是

$$dE_z = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0} \frac{(r - r')}{|r - r'|^3} \cdot e_z$$

这里 e_z 是 z 轴上的单位矢量，故

$$dE_z = \frac{\lambda R d\varphi}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{z}{|R^2 + Z^2|^{3/2}}$$

故， A 点的电场强度为：

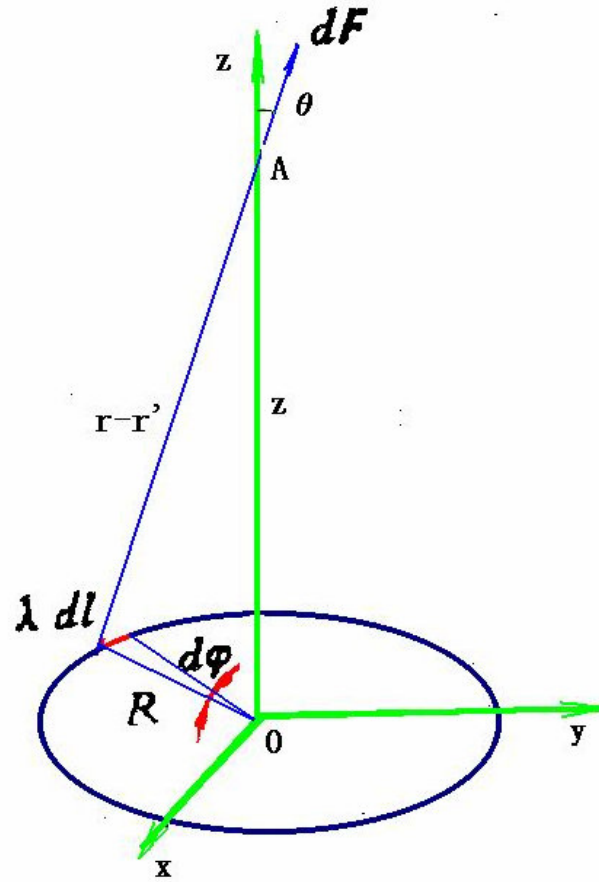


图 1-26 均匀带电圆环的电场

$$E = E_z = \int_L dE_z = \frac{\lambda R z}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$= \frac{\lambda R}{2\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}} z$$

3. 面电荷

[例]均匀带电的无穷大平板，其面电荷密度为 σ ，求与板距离为 z 的一点A处的电场强度。

[解]过A作平板的垂线AO, $AO=z$,以O为圆心，将平板分割成无数个圆环。设其中任一圆环的半径为 R ，环宽为 dR ，见图，由上题的结果，这宽度为 dR 的环对A点电场强度的贡献为：

$$dE = dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{\sigma_e R z d\varphi dR}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

则总的电场强度为：

$$E = E_z = \frac{\sigma_e z}{2\epsilon_0} \int_0^{\infty} \frac{R dR}{(R^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\sigma_e z}{2\epsilon_0} \left[\frac{-1}{(R^2 + z^2)^{1/2}} \right] \Big|_0^{\infty}$$

$$= \frac{\sigma_e}{2\epsilon_0}$$

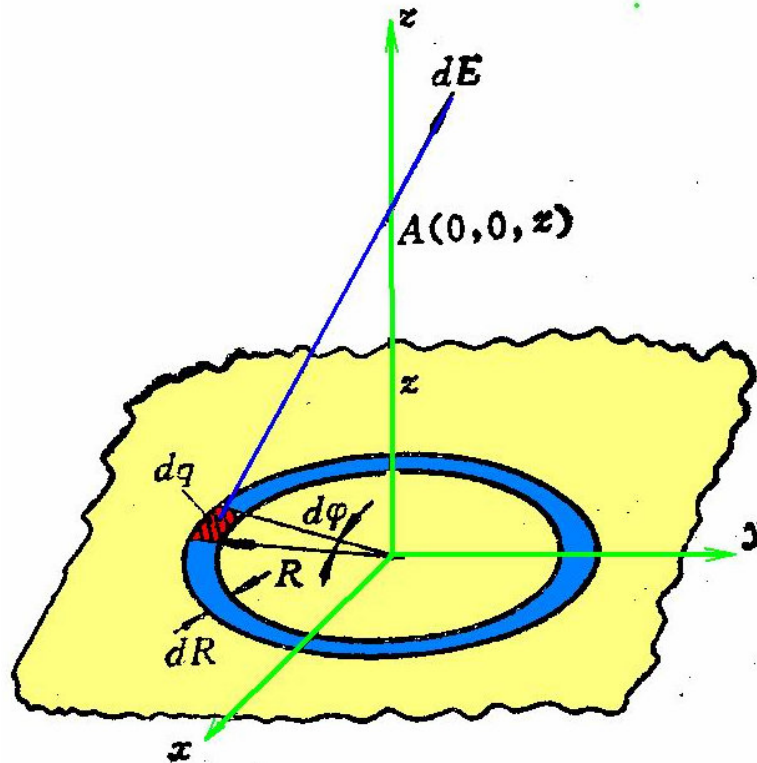


图 1-27 均匀带电的无穷大平板的电场

【例】 求均匀带电半球面在球心的电场。

【解】 设球面半径为 r ，电荷面密度为 σ 。取一球面坐标，原点与球面中心重合，如图所示。球坐标中的面元 dS 可以看作是边长为 $r d\theta$ 和 $r \sin \theta d\phi$ 的矩形，其面积为

$$dS = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

面元上的电荷在 O 点的场强为

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma dS}{r^2}$$

当 σ 为正时， dE 的方向由 dS 指向球心。由于对称性，只有 dE 沿 Z 轴的分量 dE_z 才对 O 点的合电场有贡献。

$$dE_z = -dE \cos \theta = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sigma \sin \theta \cos \theta d\theta d\phi$$

对 ϕ 积分，便得一条球带的电荷在 O 点产生的电场。这球带的位置 θ 和 $\theta + d\theta$ 之间，对 θ 积分便得所有球带在 O 点产生的电场，

$$E = -\frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta \int_0^{2\pi} \cos \phi d\phi = -\frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

负号表示 E 沿负 Z 方向。

如果在 Oxy 平面下面还有一相同的半球面，它在 O 点产生的场强亦为相同值，但沿正 z 轴方向，因此均匀带电球壳在球心处的场强为零。

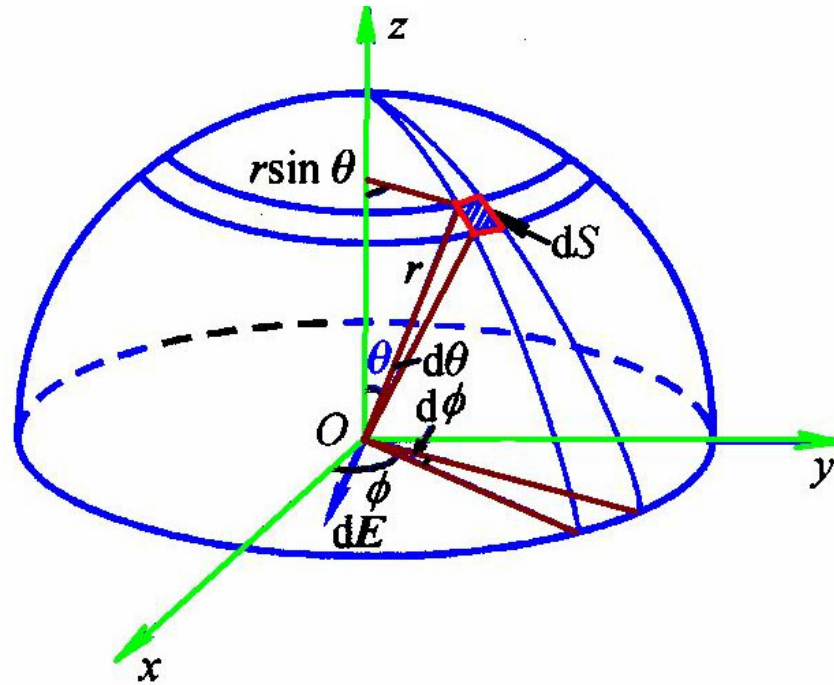


图 1-28 均匀带电球壳在球心处的场强的计算

4. 体电荷

[例]求均匀带电球上的电荷（体密度为 ρ ）在球外一点 P 的电场强度。

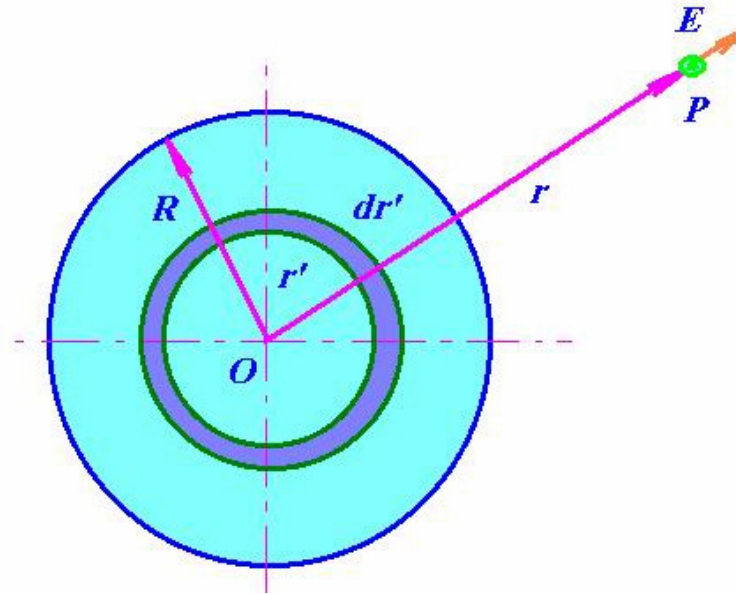


图 1-29 均匀带电球体的电场

[解]取如图所示的坐标，在球体内 r' 处取一后为 dr' 的球壳，该球壳无限薄，可看成均匀带电球面，其面密度为 $\sigma dr'$ ，则该球面在 r 处产生的电场强度为：

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho 4\pi r'^2 dr'}{r^2} e_r$$

由这样无数个均匀带电球面的电场的叠加，可得到球体的电场强度：

$$\begin{aligned} E &= \int dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} 4\pi\rho \int_0^R r'^2 dr' \cdot \frac{e_r}{r^2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho \cdot \frac{e_r}{r^2} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r \end{aligned}$$

即一个均匀带电球体在球外任一点的电场强度，等于它的电荷全部集中在球心的点电荷所产生的电场强度。

四、原子的有核模型

1. 汤姆逊模型

“面包夹葡萄干”模型，原子中的正电子是散布于整个原子中，亦即散布在半径为 10^{-10} 米的球内，认为电子在球内的一些固定点作圆周运动。

Au 原子 ($Z=79$)，表面的电场强度为：

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \approx 1.1 \times 10^{13} \text{ N/C}$$

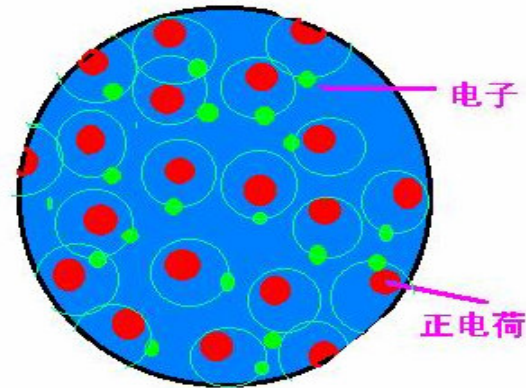


图 1-30 原子的汤姆逊“面包夹葡萄干”模型

2. 卢瑟福模型

正电荷不是均匀地分布在原子中，而是在中心的一个区域内，金原子核的半径为 6.9×10^{-15} 米，则核表面的电场强度为：

$$E = 1.1 \times 10^{13} \left(\frac{1.0 \times 10^{-10}}{6.9 \times 10^{-15}} \right)^2 = 2.3 \times 10^{21} \text{ N/C}$$

比汤姆逊模型中的电场强度要大 8 个量级。

1913 年卢瑟福使用 α 粒子作为炮弹，轰击金箔，发现有小部分的 α 粒子被大角散射，发现有大于 90 度角的散射占 1/8000，有的角度甚至达 180 度，“几乎象你发射一枚 15 英寸的炮弹，这炮弹打在一张纸上，结果却被弹回来打中你自己”，这表面， α 粒子遇到了极强的电场。由此，卢瑟福提出了原子的有核模型。

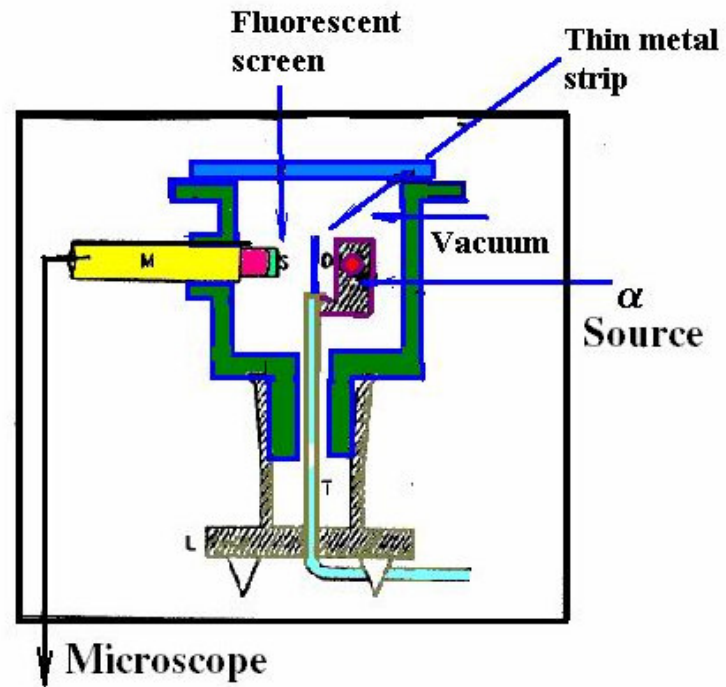


图 1-31 卢瑟福 α 粒子散射实验的实验装置

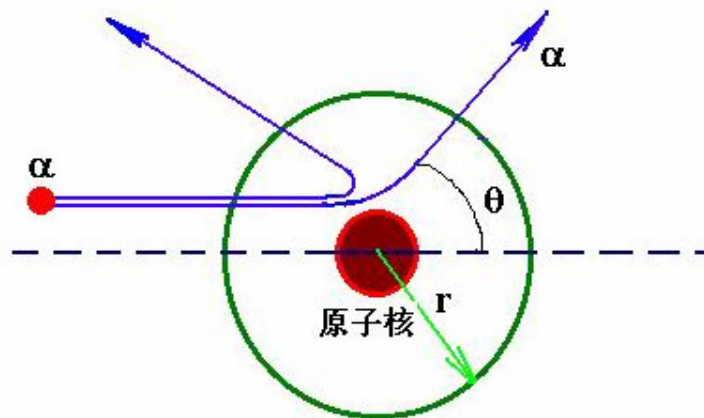


图 1-32 卢瑟福 α 粒子散射实验的示意图

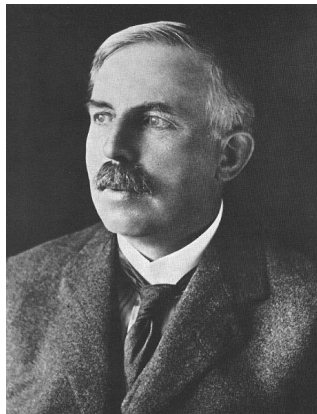


图 1-33 科学家卢瑟福