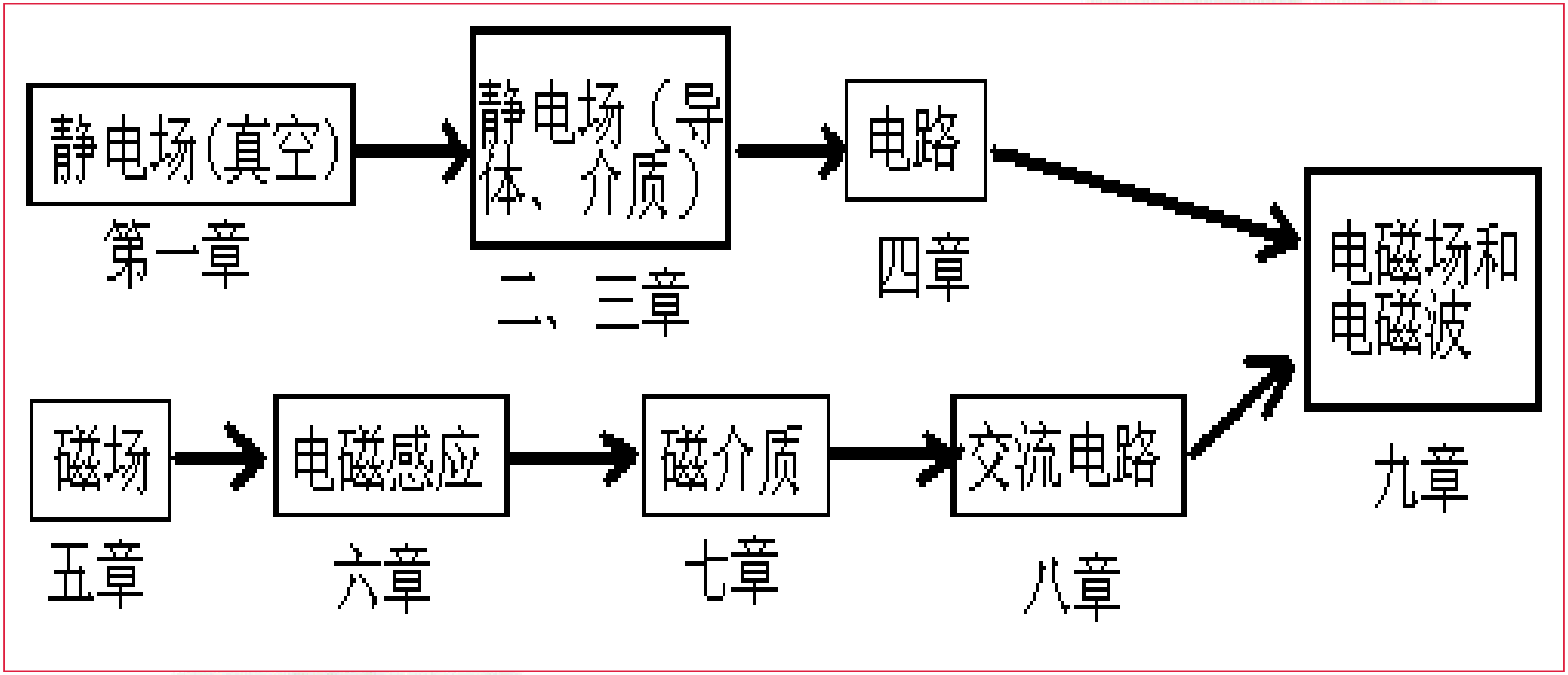
电磁学的主要内容



静电场(真空)
第一章
静电场（导体、介质）
二、三章
电路
四章
电磁场和电磁波
九章
磁场
五章
电磁感应
六章
磁介质
七章
交流电路
八章

静止电荷 → 静电场

静电场 → 真空中的静电场

静电场 → 导体和电介质存在的静电场

稳恒电流 → 稳恒磁场

稳恒磁场 → 真空中的稳恒磁场

稳恒磁场 → 磁介质存在的稳恒磁场

两者均不随时间变化

学习方法：类比法

第五章

真空中的稳恒磁场

对于稳恒磁场的内容、研究和解决问题的方法与静电场相似，所以在教学过程中我们随时将两种场进行类比和对比，找出它们之间的相似之处，对于学习稳恒磁场，掌握它的基本规律和研究方法，提高对习题分析与解答的能力，可以收到事半功倍的效果。

但是，同时也必须分清静电场与稳恒磁场之间的不同之处，避免物理概念和计算上的错误。

回顾真空中的静电场

●静止电荷产生的电场不随时间变化 — 静电场

研究内容：静电场的性质和规律

◆描述静电场的两个基本物理量 ——电场强度和电势

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$\varphi_P=\frac{W_P}{q_0}=\int_P^{参}\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

◆描述静电场性质的两个基本定理 —— 高斯定理与环路定理

$$\Phi_e=\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}q_i$$

$$\oint_l\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0$$

静电场—— 有源保守场

第五章 真空中的稳恒磁场

●恒定电流产生的磁场不随时间变化 —— 稳恒磁场

稳恒电流 $\underset{\text{作用力}}{\overset{\text{激发}}{\rightleftarrows}}$ 稳恒磁场

研究方法:采用与静电场类比的方法进行研究

研究内容:

- 稳恒磁场的性质和规律
  - ◆描述磁场的基本物理量 :磁感应强度
  - ◆电流激发磁场的基本规律 :毕–萨定律
  - ◆描述磁场性质的基本定理 —— 高斯定理与安培环路定理
- 磁场对运动电荷和电流的作用力:洛仑兹力与安培力

本章目录

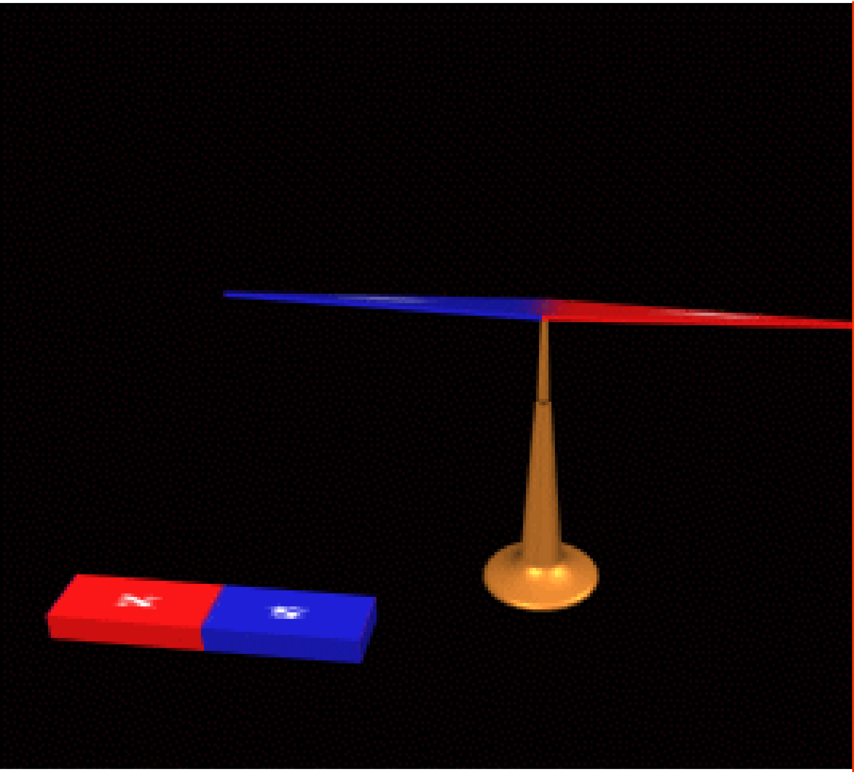
5-1 磁现象及起源

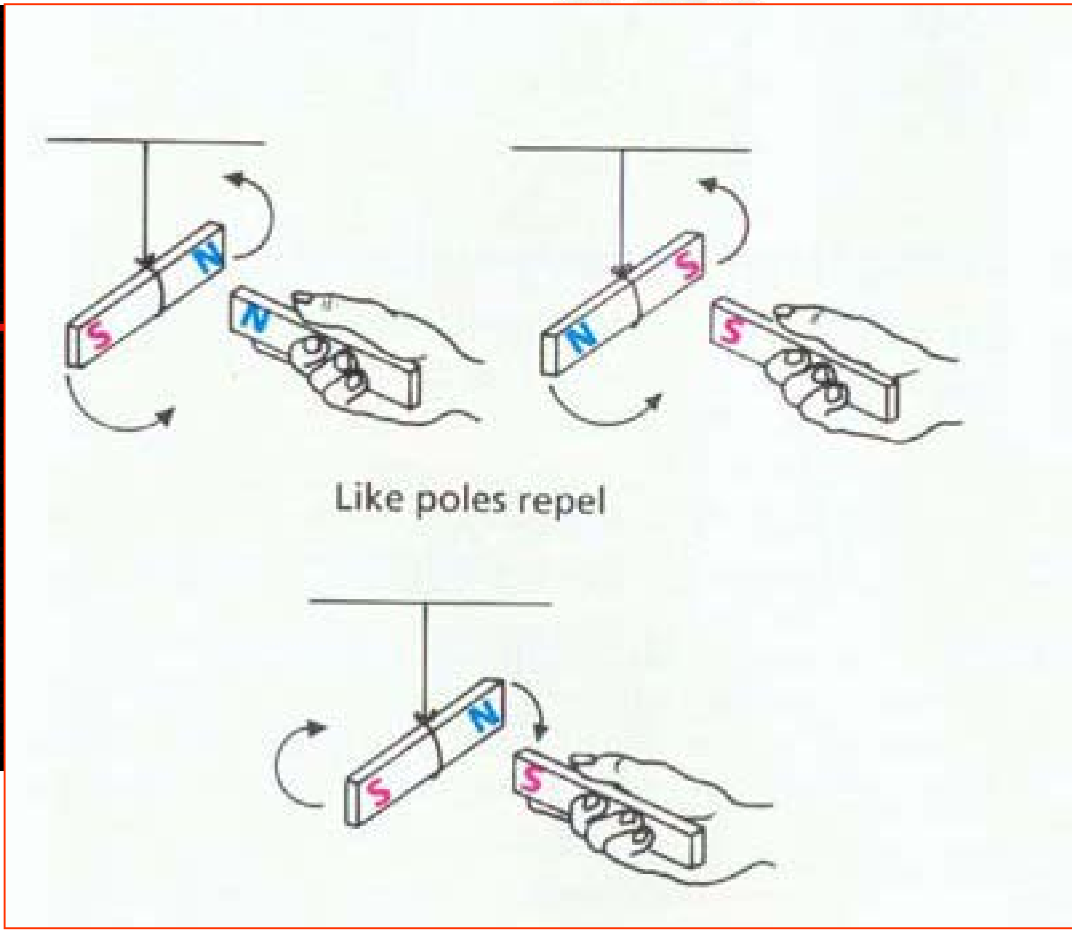
5-2 磁感强度

一、磁场

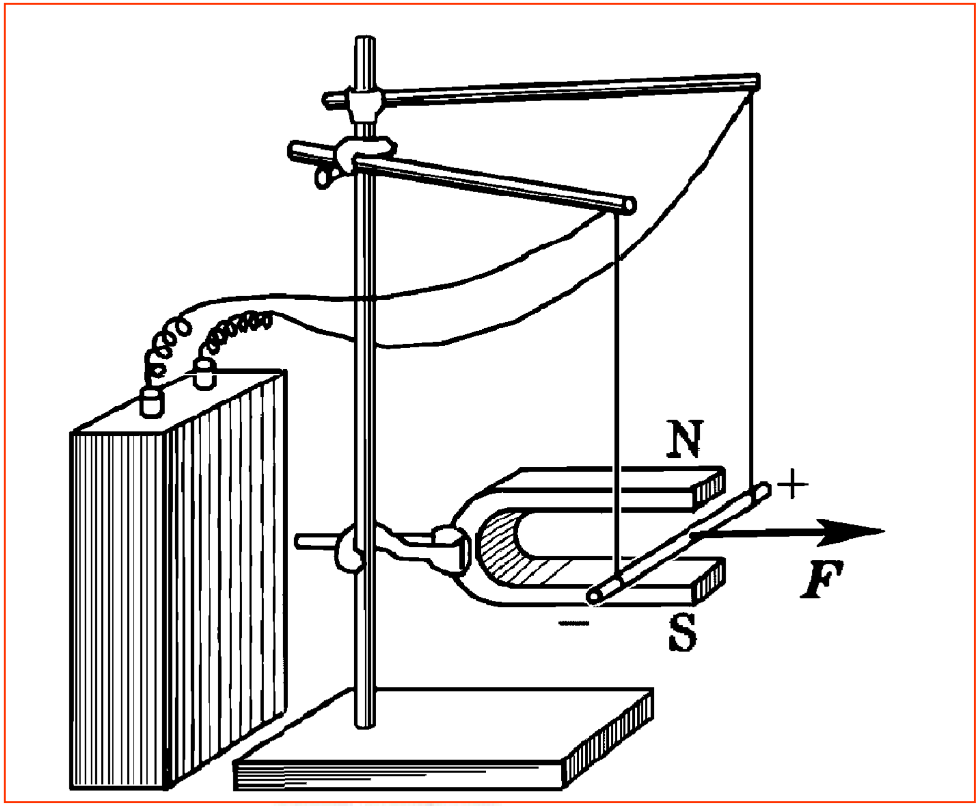
二、物质磁性的起源— 安培分子电流假说

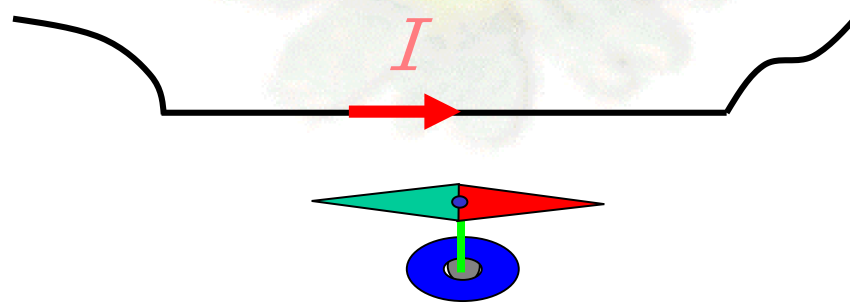
三、磁感应强度的定义— 方向？大小？





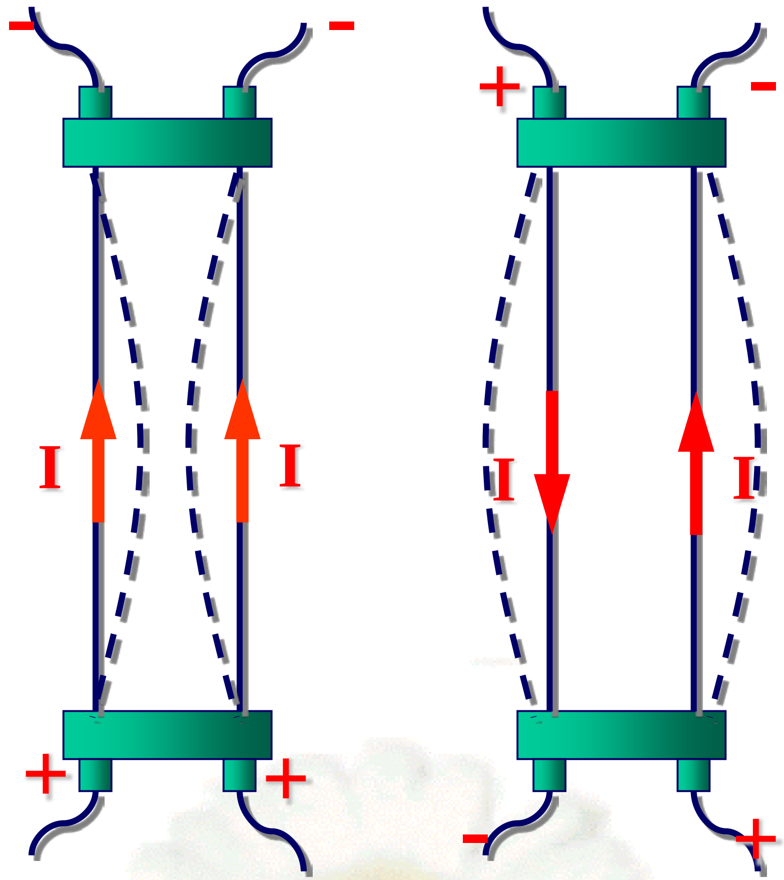
磁 铁 ⇄ 磁 铁

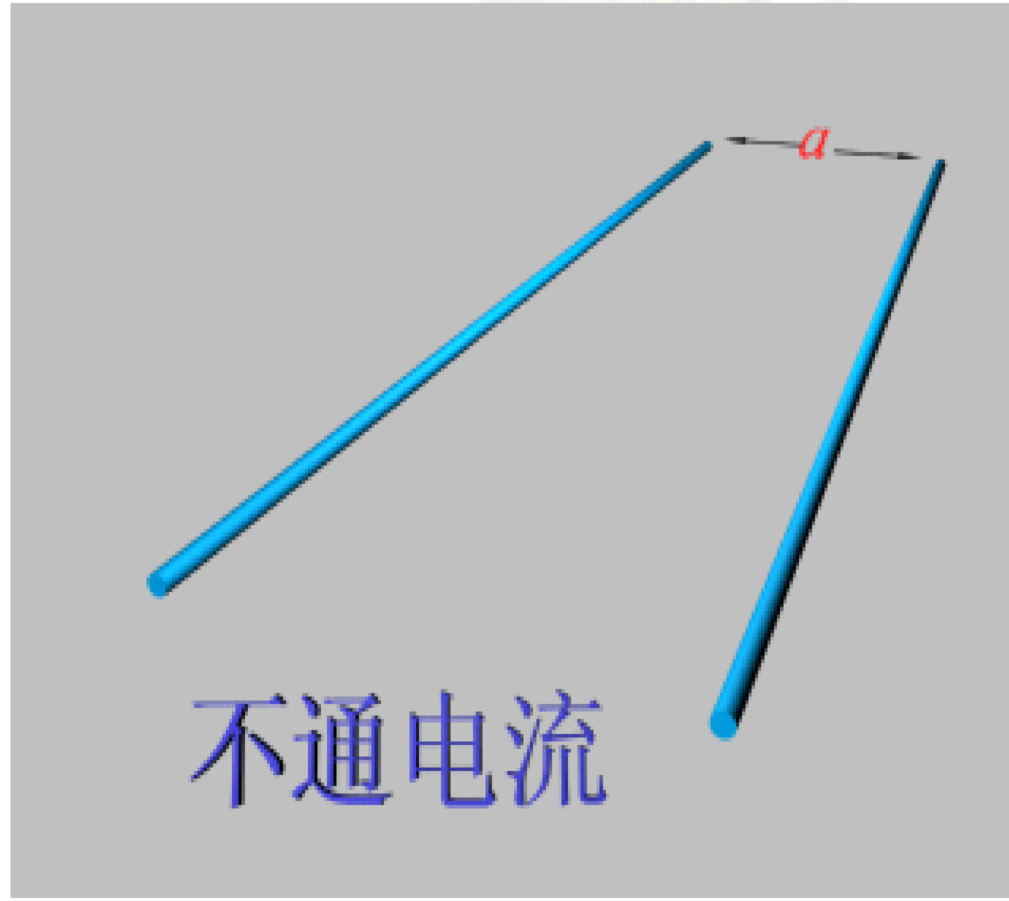




磁 铁

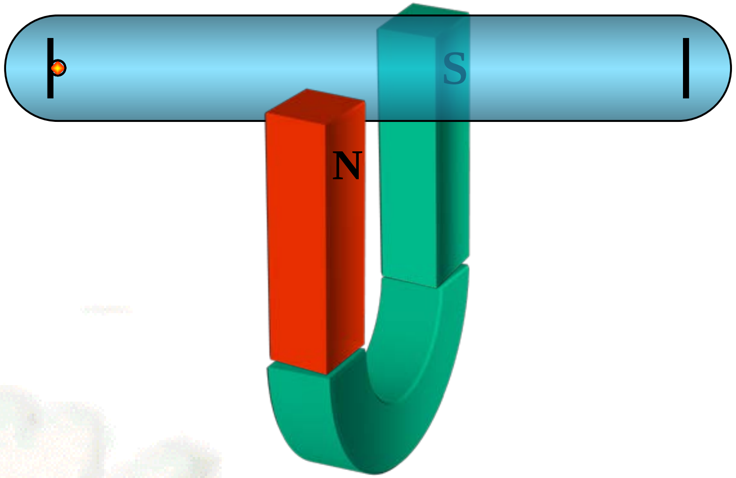
电 流



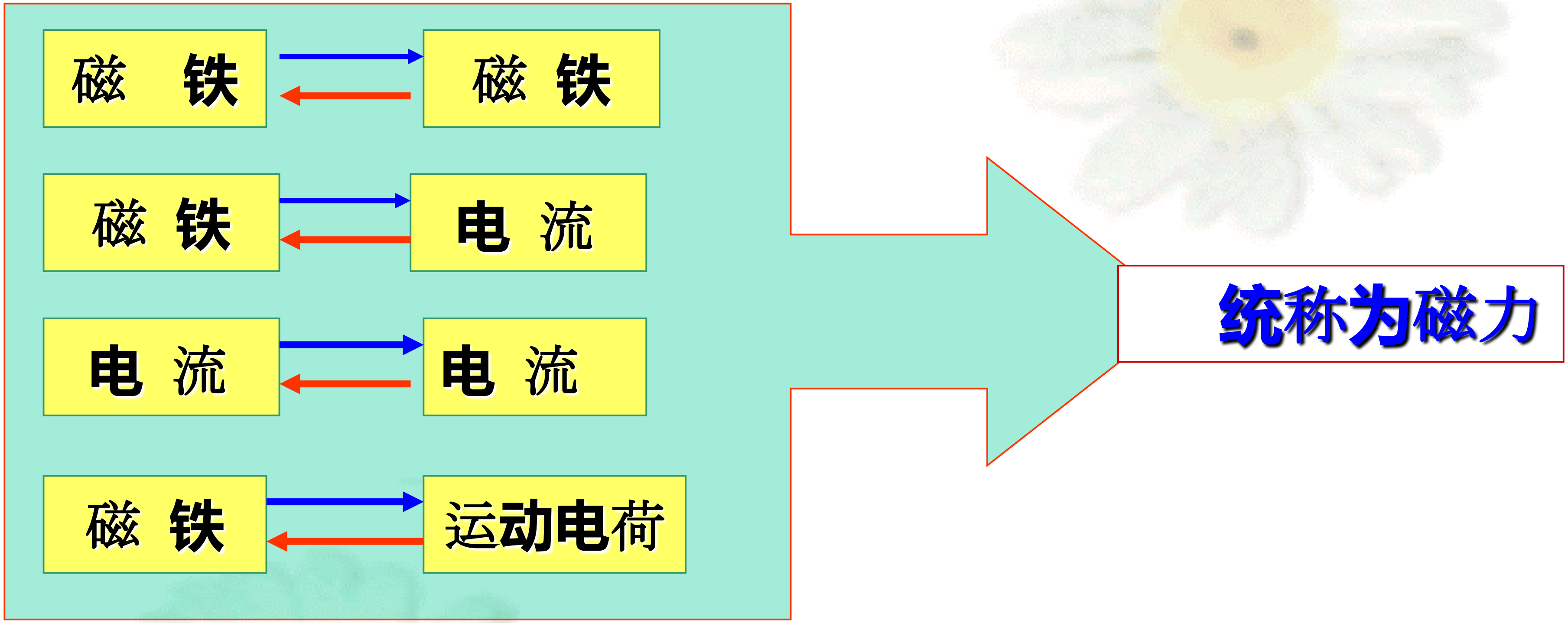


电 流 ⇄ 电 流

- **磁铁对运动电荷的作用：**



◆**实验发现**了一系列的相互作用



问题：

磁力如何传递?

一、磁场

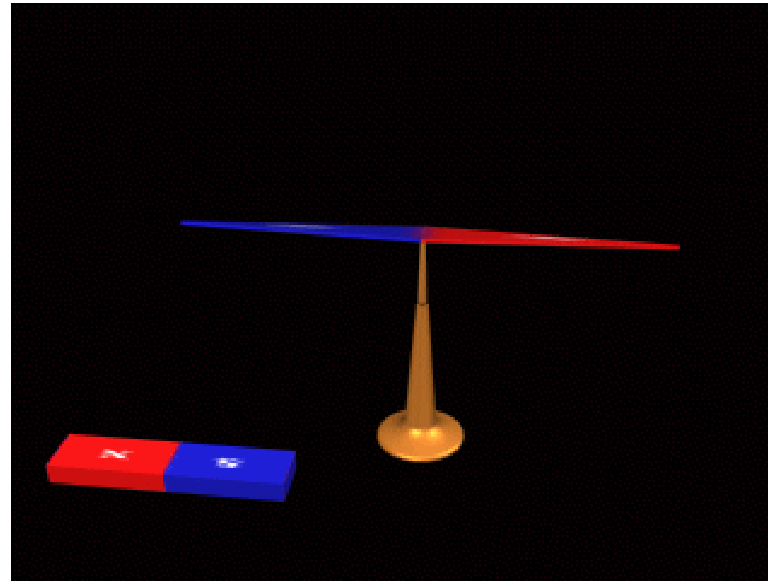
在**电流、磁铁或运动电荷**周围空间存在，用于显示磁力的一种特殊物质。

磁　铁 ⇔ 磁场 ⇔ 磁　铁

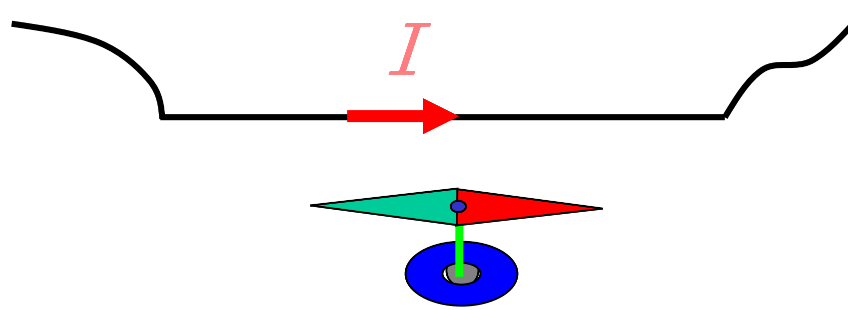
电　流 ⟷ 磁场 ⟷ 电　流

运动电荷 ⟷ 磁场 ⟷ 运动电荷

磁 铁 ⇔ 磁场



电 流 ⇔ 磁场



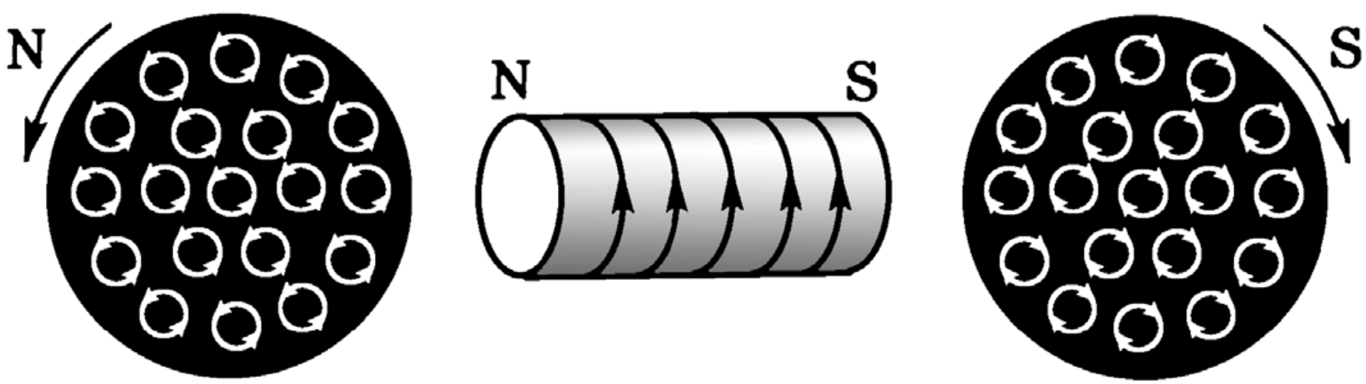
物质磁性的起源？ → 安培分子电流假说

安培分子环流假说

1822年安培提出了一个假说：

组成磁铁的最小单元(磁分子)就是环形电流。

这些分子环流定向地排列起来在宏观上就会显示出N极和S极来



- 当时人们并不了解原子的结构，因此不能解释 物质内部的分子环流是如何形成的。
- 现在大家都知道原子是由带正电的原子核和绕核旋转的负电子组成。电子不仅能绕核旋转而且具有自旋。
- 在分子原子等微观粒子内电子的这些运动形成了分子环流。这就是物质磁性的基本来源的经典解释

二、磁感应强度

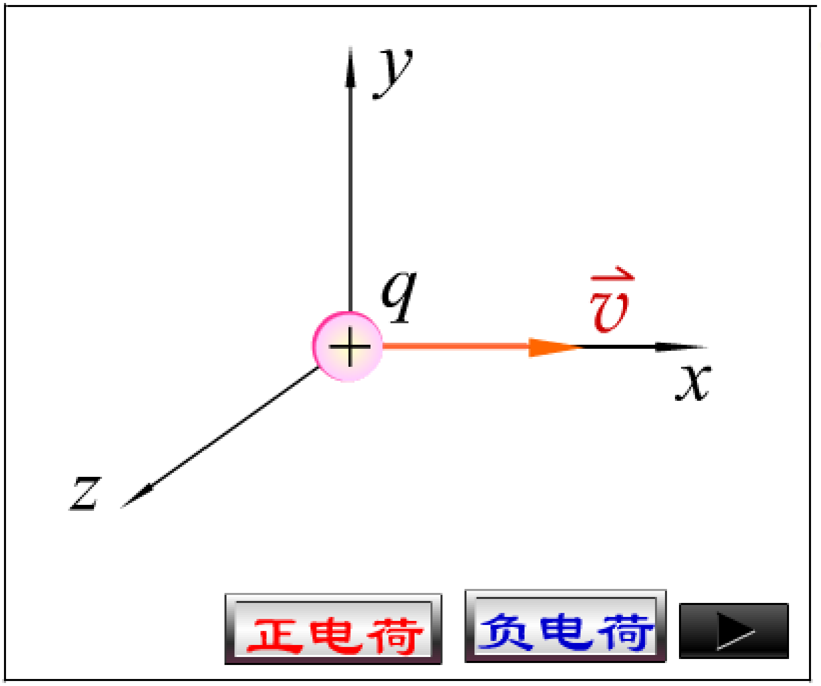
引入运动试探电荷

研究它在磁场中的**受力特点**

定**义磁感应强度**，

描述磁**场**中各点力的性**质**

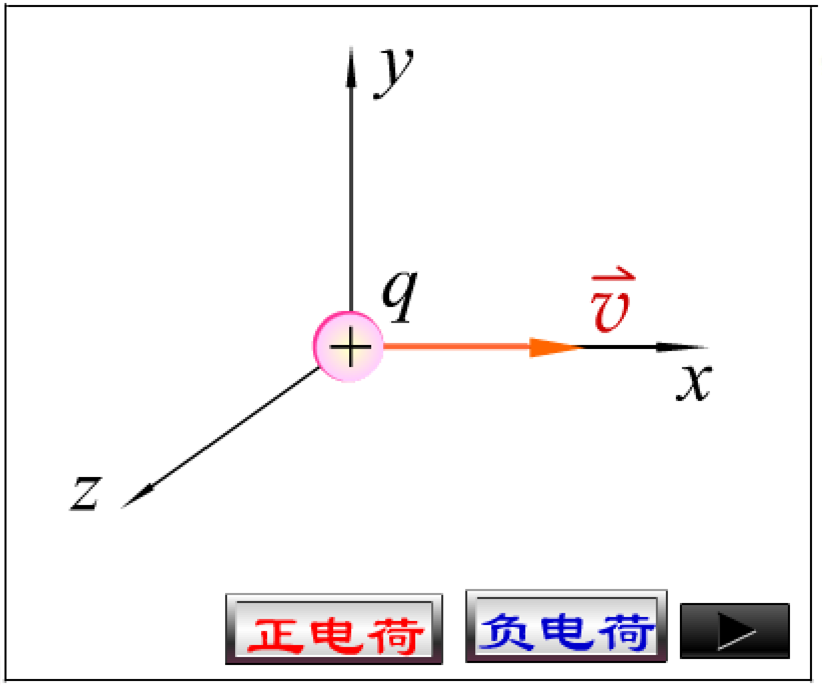
1、试探电荷在磁场中运动的**受力特点**



当运动试探电荷以同一速率v沿不同方向通过磁场中某点 p 时，电荷所受磁力的大小是不同的，

但磁力的方向却总是与电荷运动方向（$\boxed{\vec{v}}$ 垂直；

1、试探电荷在磁场中运动的受力特点

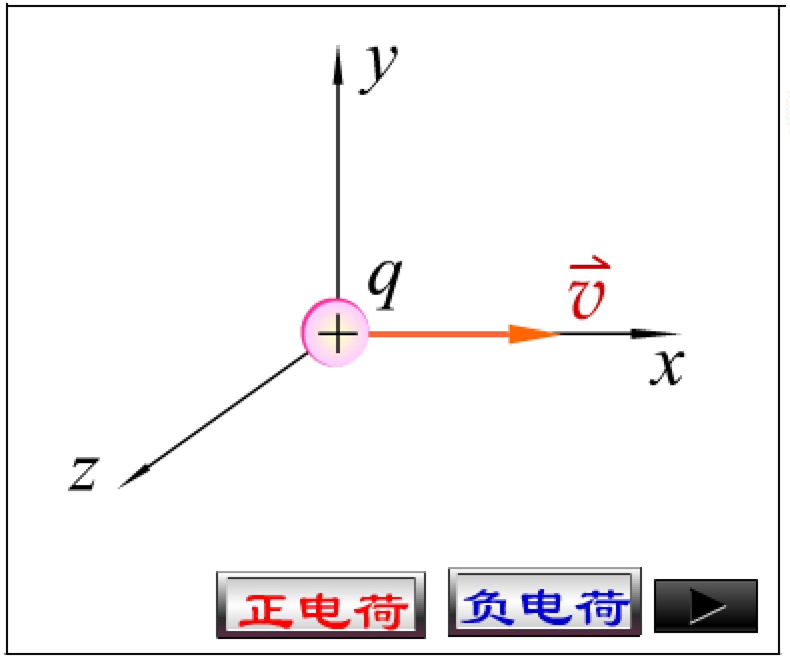


在磁场中的p点处存在着一个特定的方向，

当电荷沿此方向或相反方向运动时，

所受到的磁力为零，与电荷本身性质无关;

1、试探电荷在磁场中运动的受力特点



在磁**场**中的*p*点**处**，**电**荷沿与上述特定方向垂直的方向运**动时**所受到的磁力最大(**记为**F_m),

并且F_m与qv的比值与q、v无关的确定**值**,

仅由磁场中P点位置决定

1、试探电荷在磁场中运动的受力特点

由实验结果可见，磁场中任何一点

都存在一个固有的特定方向和确定的比值$F_m/(qv)$，

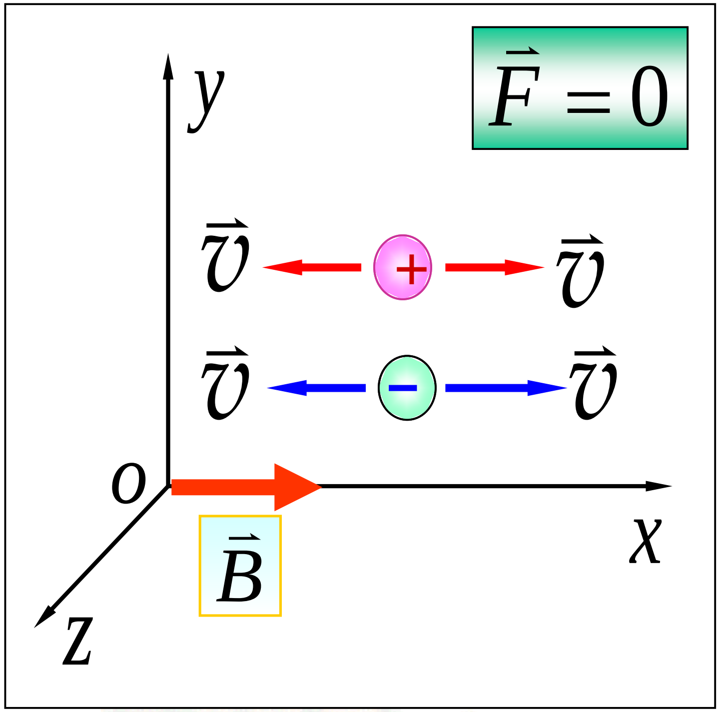
与试探电荷的性质无关，反映了磁场在该点的方向

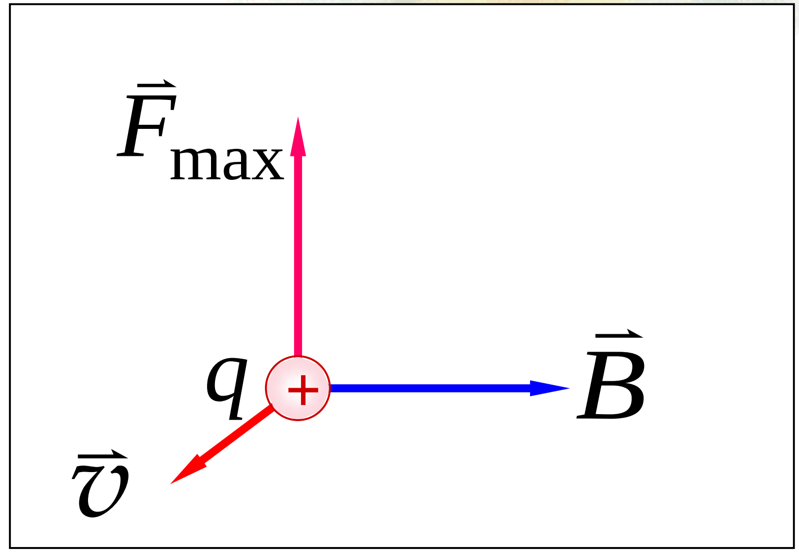
和强弱。

为此，定义磁感应强度

2、磁感应强度的定义

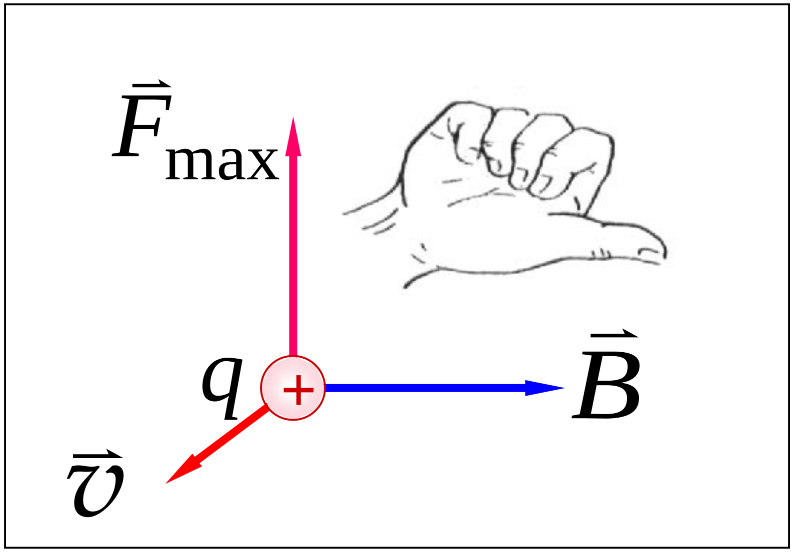
二、磁感应强度

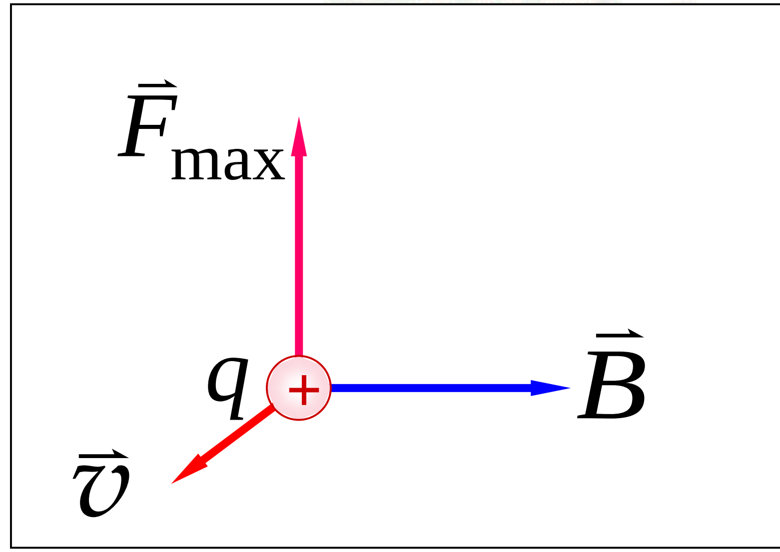




磁感强度方向 与$\vec{F}_{\max}\times\vec{v}$一致

磁感强度大小 $B=\dfrac{F_{\max}}{qv}$





磁感强度方向 与$\vec{F}_{\max} \times \vec{v}$一致

磁感强度大小 $B = \dfrac{F_{\max}}{qv}$

对磁感应强度的说明：

- ◆磁感应强度描述磁场各点强弱的的物理量，与运动试探电荷的存在与否无关

- ◆对应磁场中确定的点就有确定的磁感应强度

稳恒磁场 $\vec{B} = \vec{B}(x, y, z)$

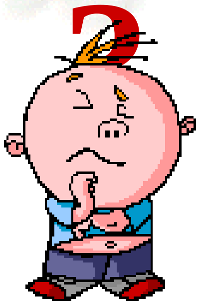
问题:

如何求解任意恒定电流产生的稳恒磁场中的磁感应强度的分布?

磁感应强度的计算

§5-3 毕奥-萨伐尔定律 ▲

§5-2 毕奥—萨伐尔定律



- 解决什么问题?
- 表达式?
- 应用

电 荷 → 电场

回顾旧问题：

如何求解任意带电体电场中的场强？

方法：

任选电荷元dq

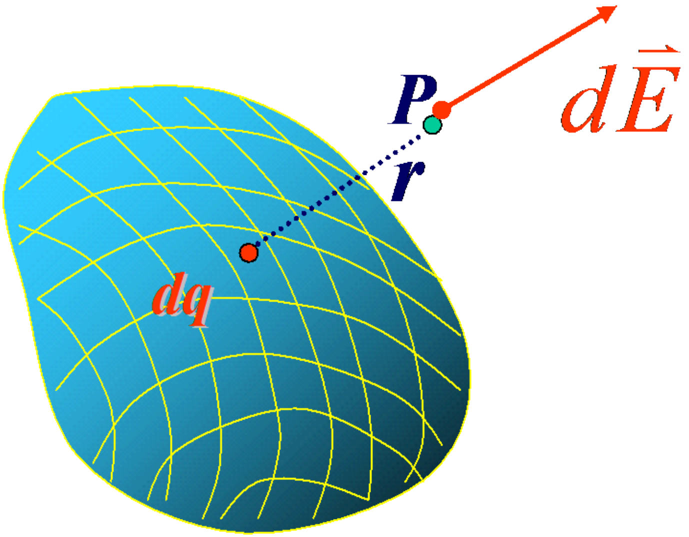
↓

求出dE

↓

$$\vec{E}=\int d\vec{E}$$

$$d\vec{E}=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$



电 流 → 磁场

提出**新问题**：

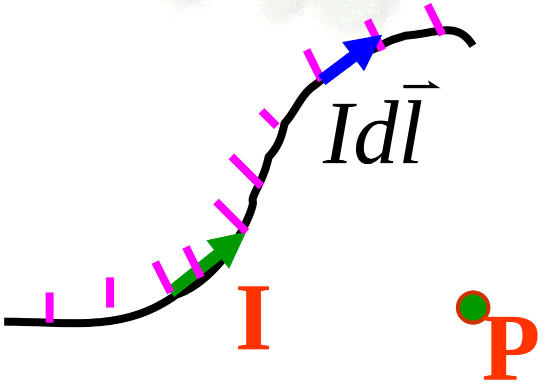
如何**求解**任意**载**流**导线**磁**场**中的**磁感应强度**？

方法：

任**选电流元** $Id\vec{l}$

求出**dB**

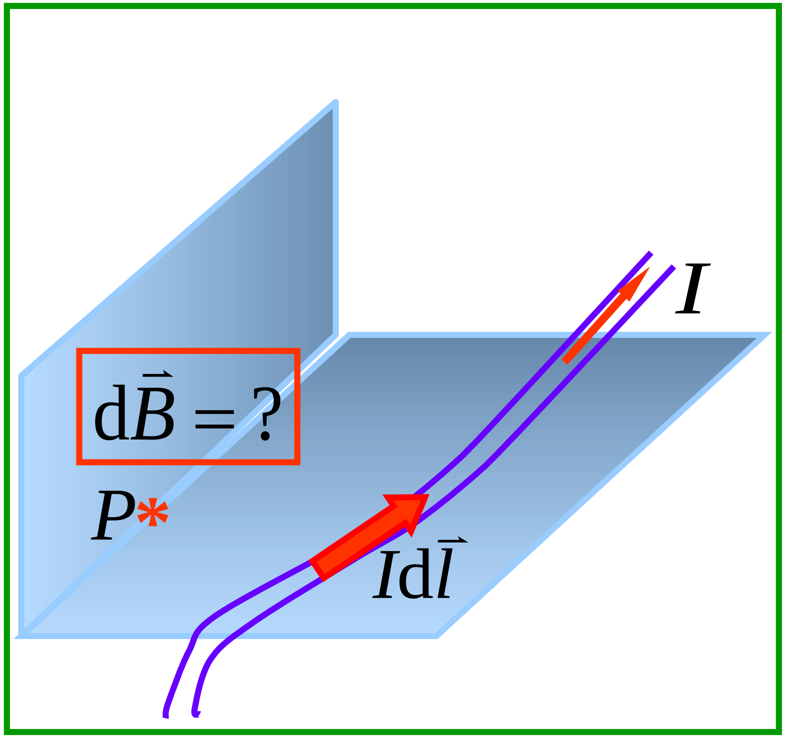
$$\vec{B}=\int d\vec{B}$$



电流元矢量 $Id\vec{l}$

大小：Idl

方向：与**该处电流流向一致**



电流元在空**间**

产生的磁场的**规**律 ？

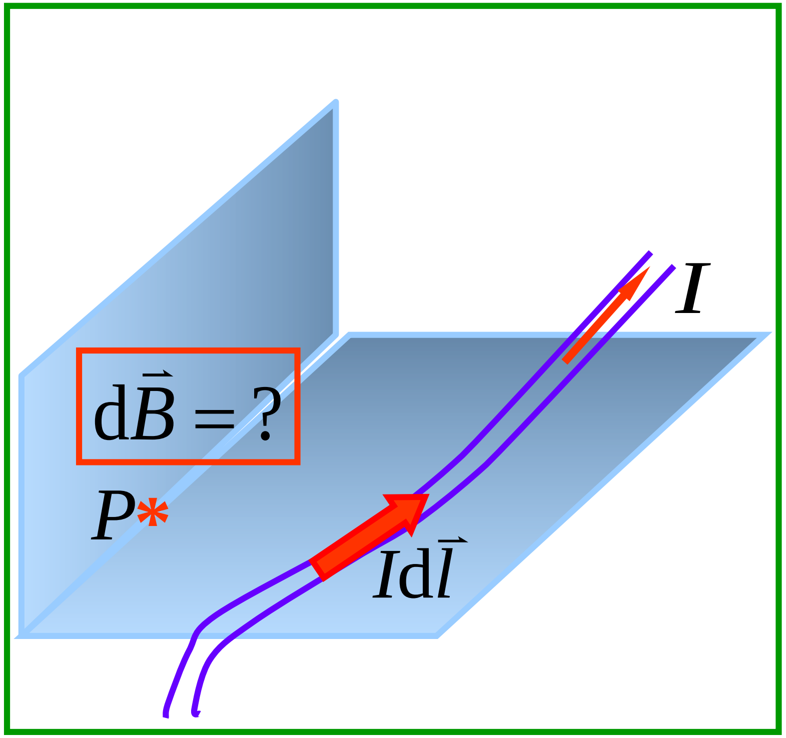
1820年法国科学家

毕奥、萨伐尔和拉普拉斯

实验基础上，分析总结出

$I\mathrm{d}\vec{l}$产生的$d\vec{B}=?$

毕奥—萨伐尔定律



$I d\vec{l}$产生的$d\vec{B}=?$

$I d\vec{l}$产生的$dB=?$

$I d\vec{l}$产生的$d\vec{B}$方向？

毕奥—萨伐尔定律的表达式

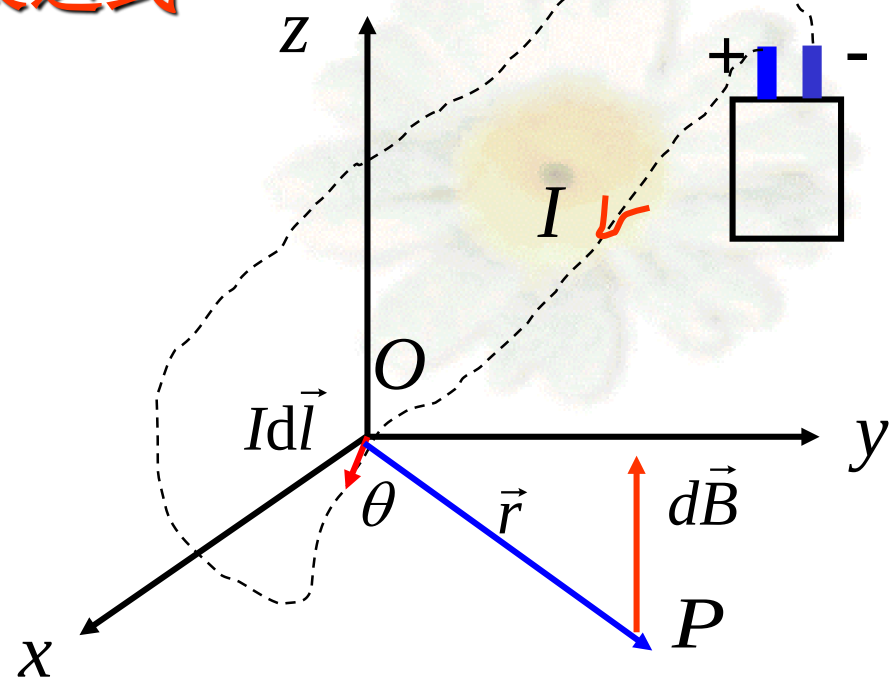
二、毕奥－萨伐尔定律的表达式

大小：$dB \propto Idl, \sin\theta, \frac{1}{r^2}$

$$\mathrm{d}B = k\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

$$k = 10^{-7}\,T\cdot m\cdot A^{-1}$$

令：$k = \frac{\mu_0}{4\pi}$



$(\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m\cdot A^{-1}})$

真空中的磁导率

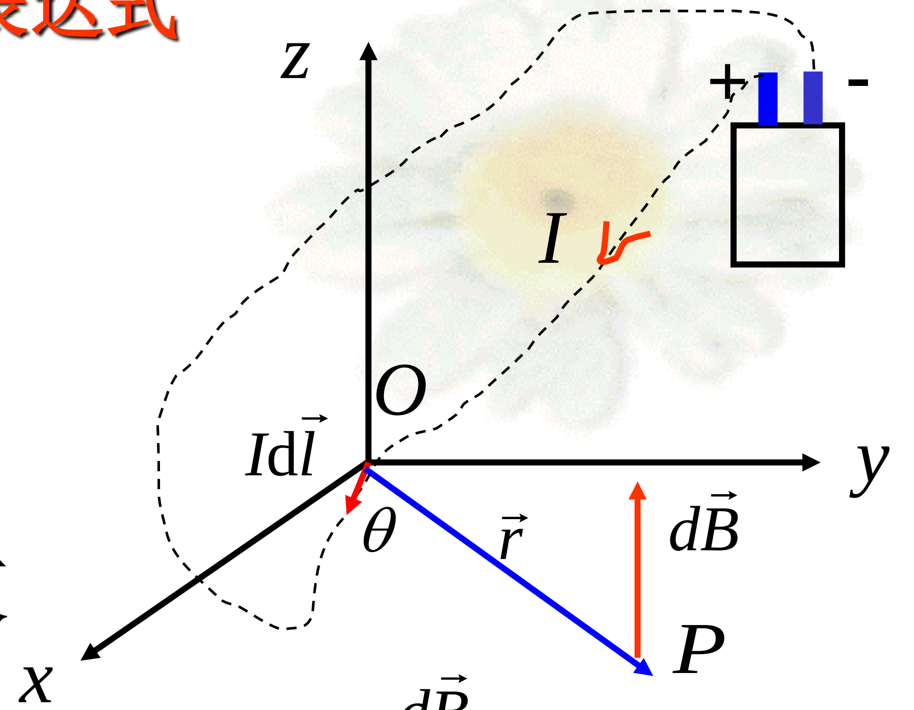
$$\boxed{\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}}$$

二、毕奥—萨伐尔定律的表达式

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

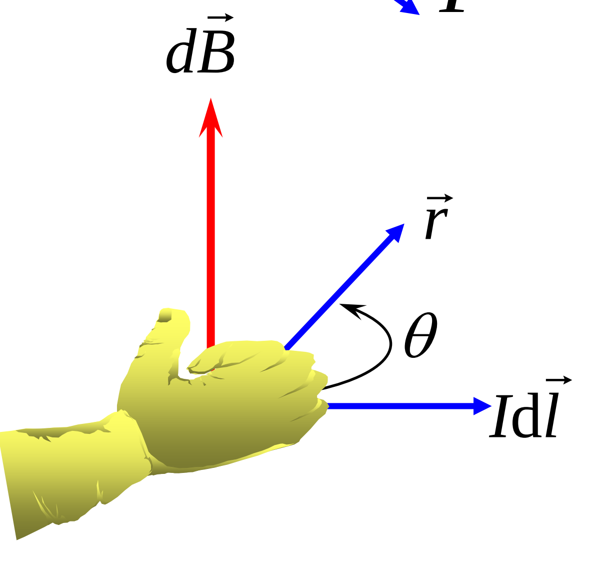
方向:?

方向: 与$I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{e}_r$方向一致



毕—萨定律的矢量表达式

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}}$$

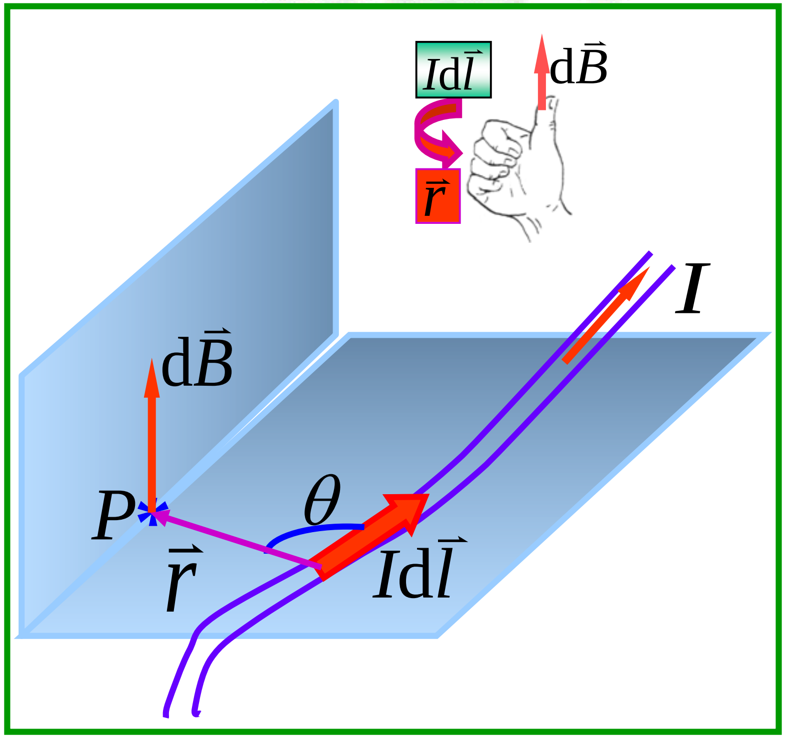


毕奥—萨伐尔定律 → **电流元在空间产生的磁场的规律**

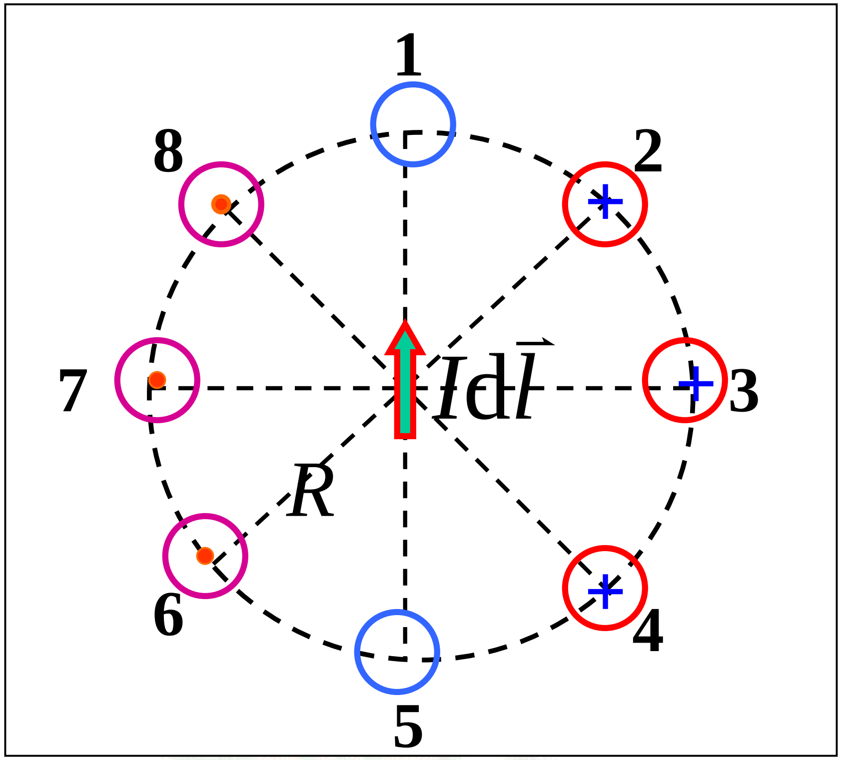
$Id\vec{l}$ 产生的 $d\vec{B}=?$

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

方向：与 $Id\vec{l}\times\vec{e}_r$ 方向一致



练习1: 判断下列各点磁感强度的方向和大小.



1、5 点：$\mathrm{d}B = 0$

3、7点 :$\mathrm{d}B = \dfrac{\mu_0 I\mathrm{d}l}{4\pi R^2}$

2、4、6、8 点：

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 I\mathrm{d}l}{4\pi R^2}\sin 45^0$$

§5-2 毕奥—萨伐尔定律

- 解决什么问题？

$I d\vec{l}$ 产生的 $d\vec{B} = ?$

- 表达式？

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

方向：与 $Id\vec{l} \times \vec{e}_r$ 方向一致

- 应用

三:任意恒定电流产生的磁感应强度的计算

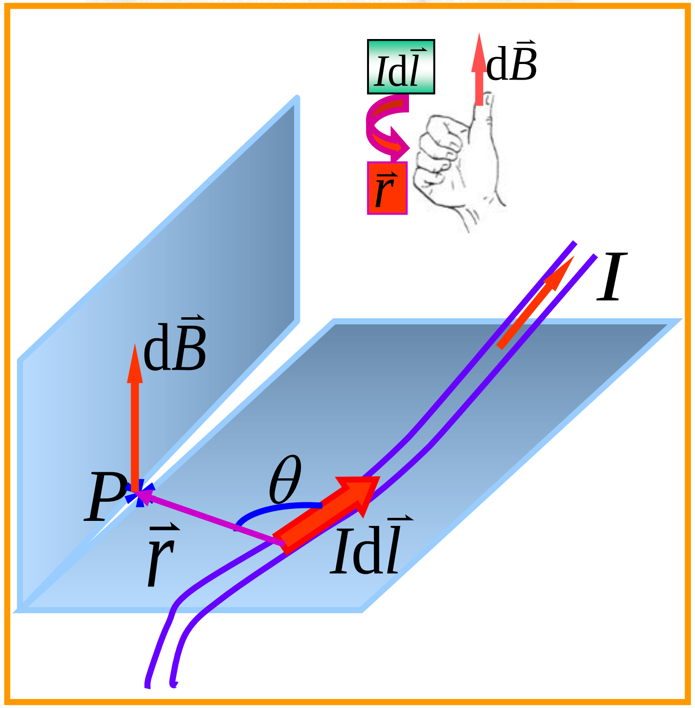
方法:

任选 $Id\vec{l}$

求出**dB**

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

方向：与$Id\vec{l} \times \vec{e}_r$方向一致



$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

$$B_x = \int dB_x$$

$$B_y = \int dB_y$$

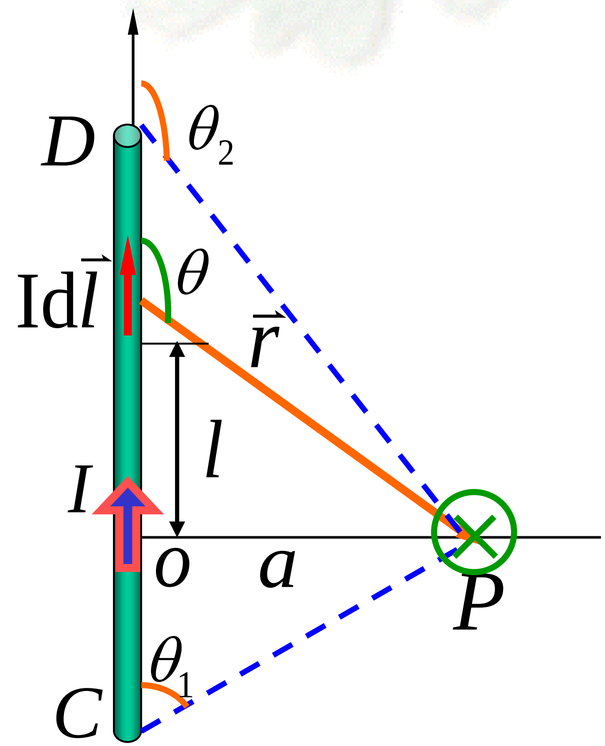
例1 载流长直导线的磁场.

解： 如图在直导线上选择一电流元

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

$\mathrm{d}\vec{B}$ 方向均一致 ⊗

$$\therefore B = \int \mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{CD}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$



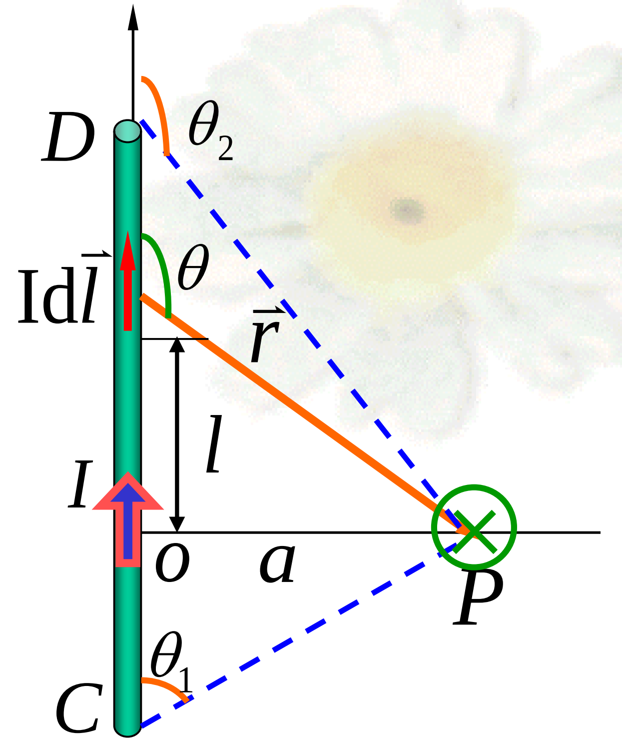
$$B=\int \mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{CD}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

根据几何关系

$$l=-a\cot\theta$$

$$r=a/\sin\theta=a\csc\theta$$

$$dl=a\csc^2\theta d\theta$$

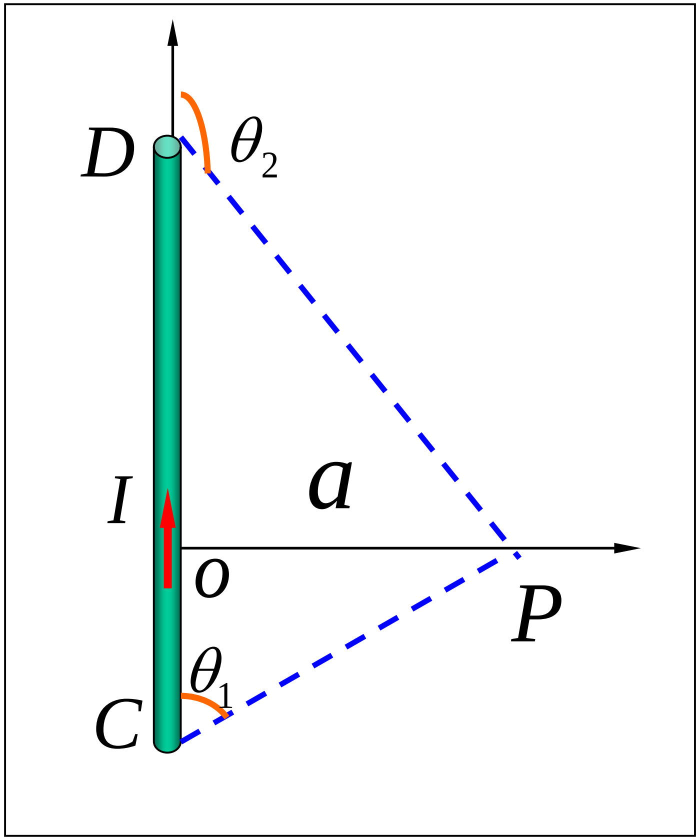


$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

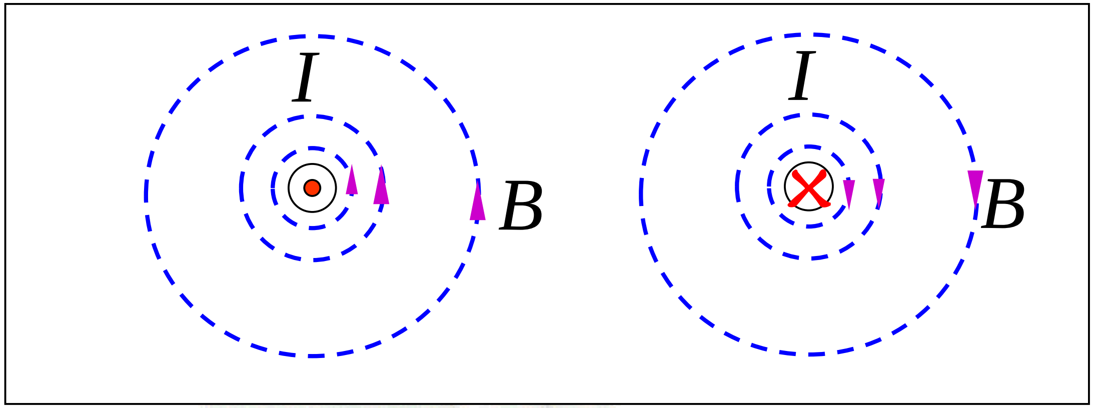
$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

$\vec{B}$ 的方向：$\otimes$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$



- 电流与磁感强度成右螺旋关系



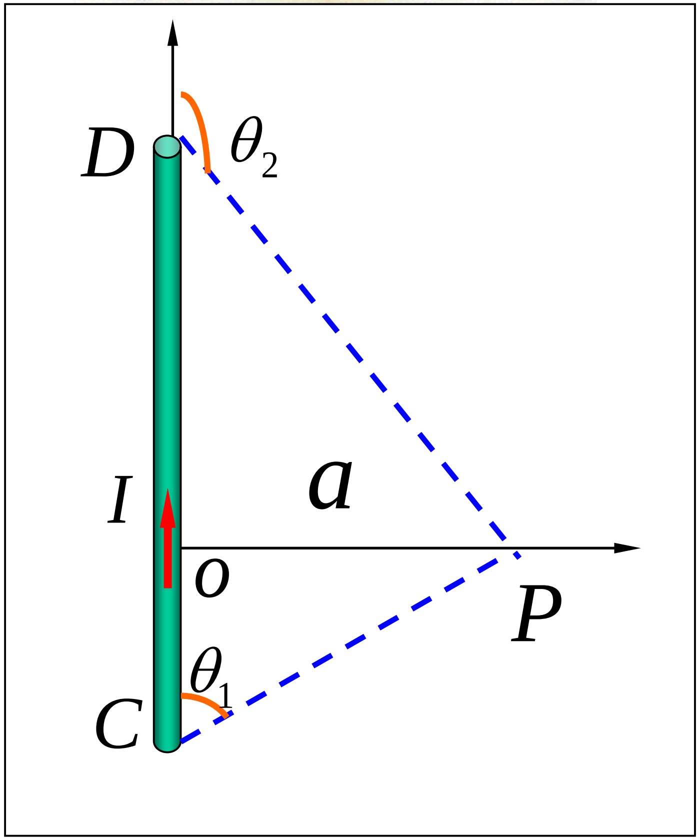
$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

讨论几种特殊情况

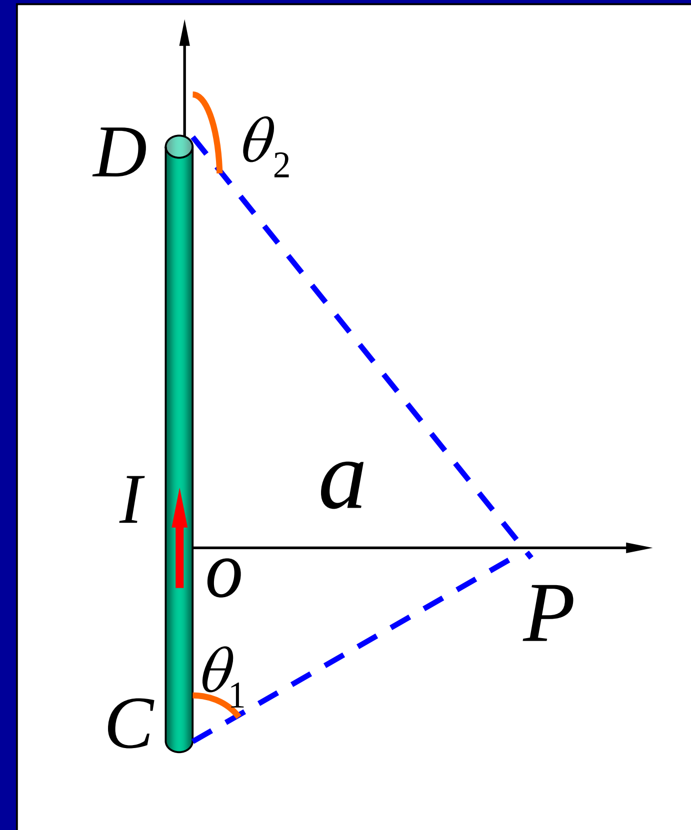
（1）无限长载流长直导线

$$\theta_1 \to 0$$
$$\theta_2 \to \pi$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$



$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

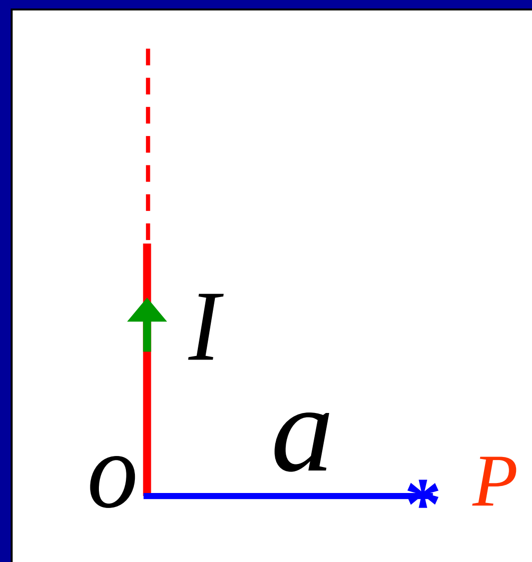


（2）半无限长载流长直导线的磁场

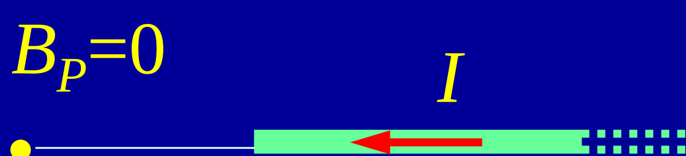
$$\theta_1 \to \frac{\pi}{2}$$

$$\theta_2 \to \pi$$

$$B_P=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$



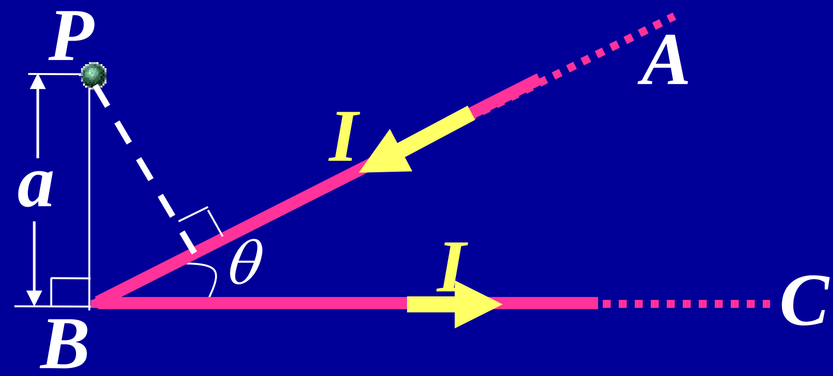
(3) 如果P点位于直导线上或其延长线上, 则P点的磁感应强度为零。



◆直电流公式的应用

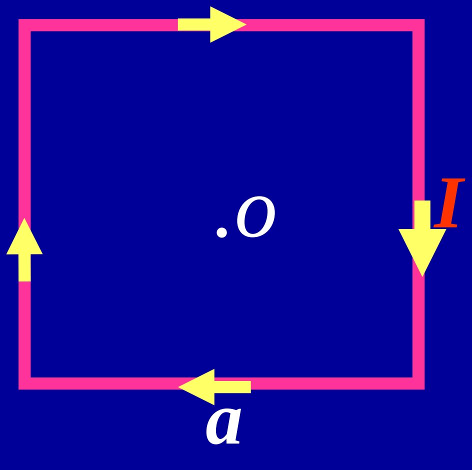
$$B=\frac{\mu_o I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

求：*P*点磁场:

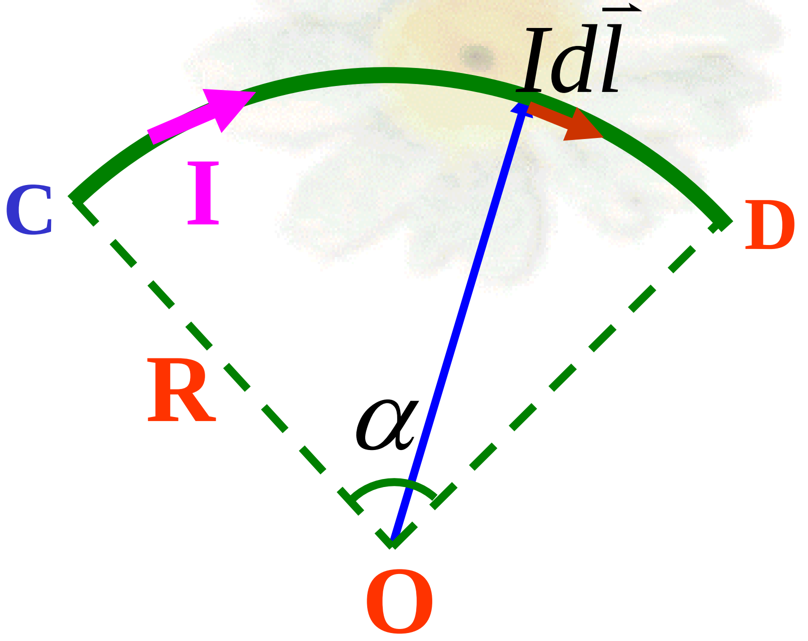


求:

边长为*a*的正方形中心 *o*点 的磁场



例2 圆弧型导线中心的磁场.



解 $$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{R^2}$$

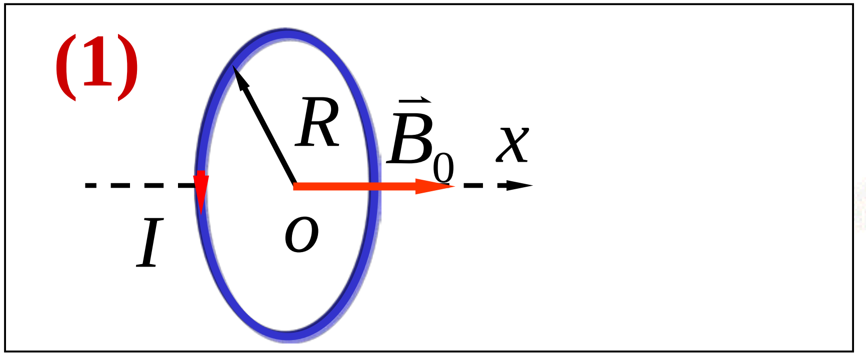
$$\because \theta = \frac{\pi}{2}, \therefore dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi R^2}$$

$\mathrm{d}\vec{B}$ 方向均一致 $\otimes$

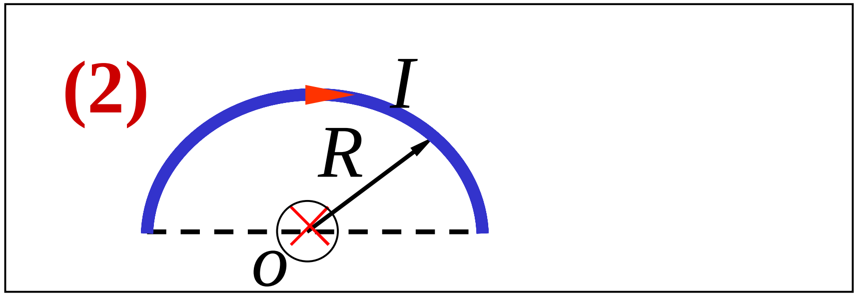
$$B = \int \mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{CD}\frac{Idl}{R^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 \alpha I}{4\pi R}$$

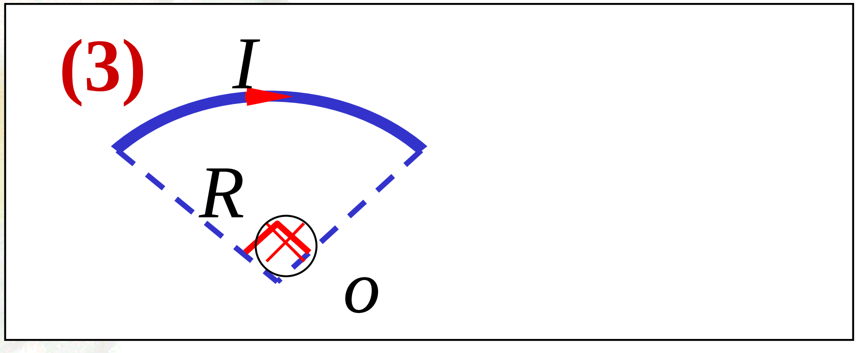
推 广



$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

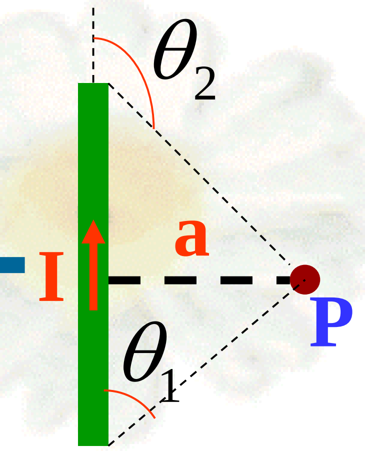


$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

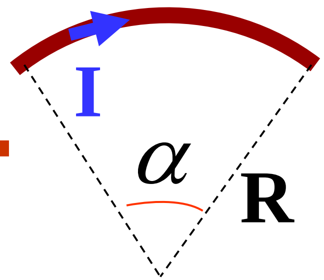


$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{8R}$$

$$B=\frac{\mu_o I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

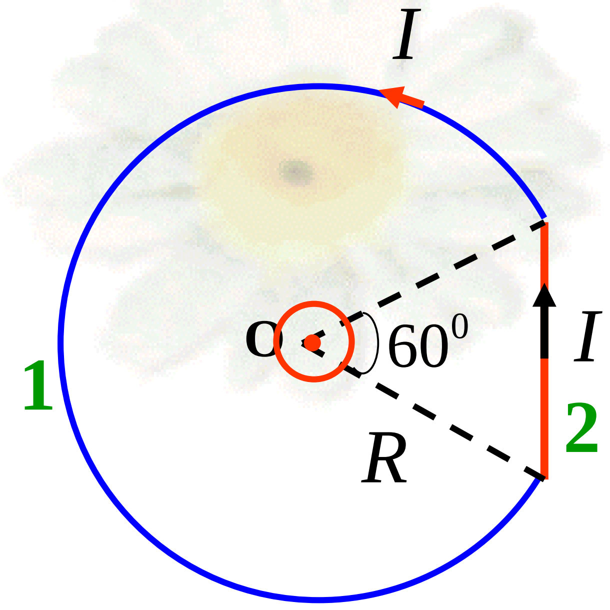


$$B=\frac{\mu_o \alpha I}{4\pi R}$$



◆ 例3 组合型导线的磁场.

P183页例题3如图，求*O* 点的磁感应强度。



$$\vec{B}_O = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 \alpha I}{4\pi R} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cdot \frac{5\pi}{3}$$

$$= \frac{5\mu_0 I}{12R}$$

$\vec{B}_1$方向：$\odot$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R\sin 60^0}(\cos 60^0 - \cos 120^0)$$

$$= \frac{\mu_0 2\sqrt{3} I}{12\pi R}$$

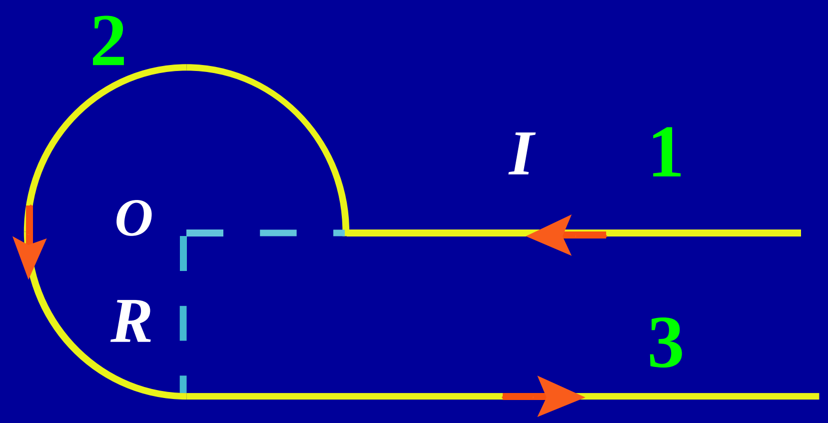
$\vec{B}_2$方向：$\odot$

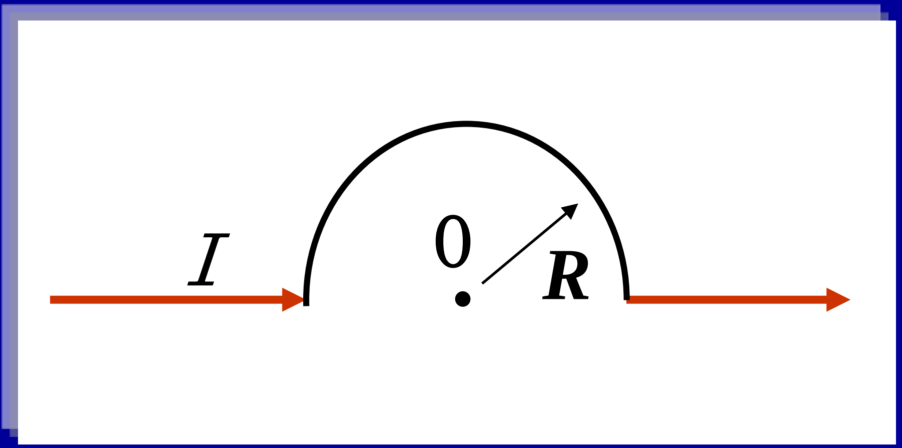
$$\therefore B_O = B_1 + B_2$$

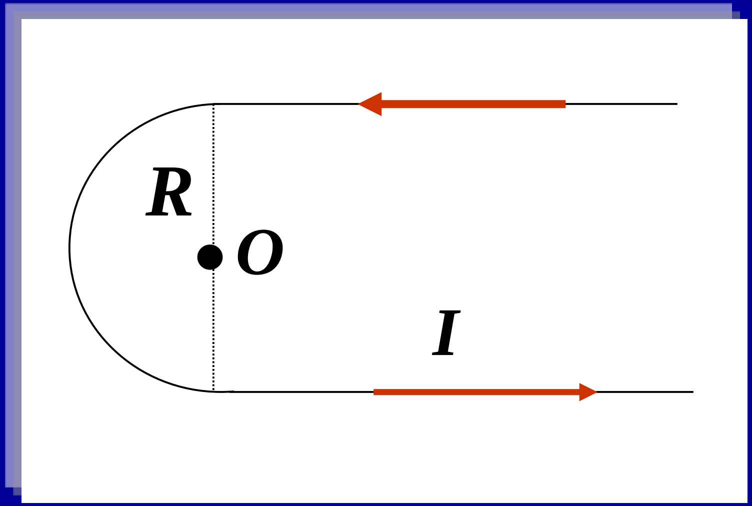
$$B_0 = \frac{\mu_0 5I}{12\pi R} + \frac{\mu_0 2\sqrt{3} I}{12\pi R}$$

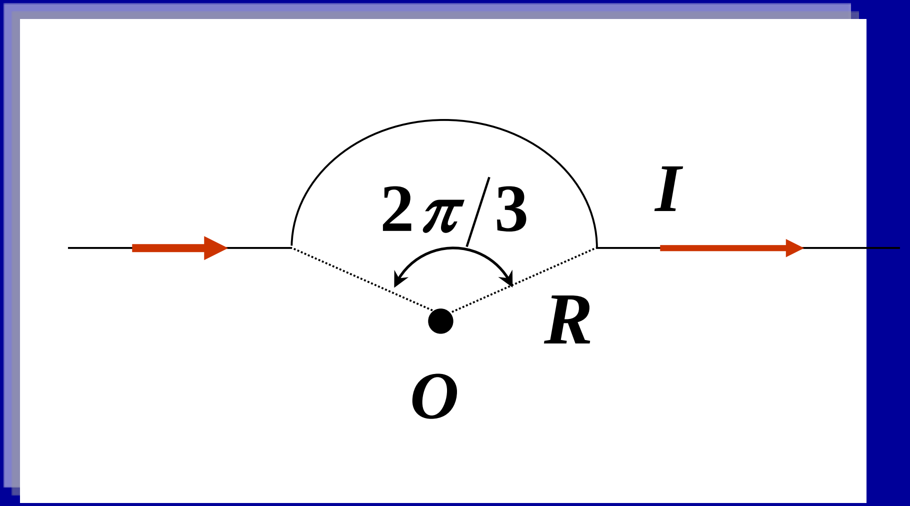
$\vec{B}_O$方向：$\odot$

例4　如图，求O 点的磁感应强度。

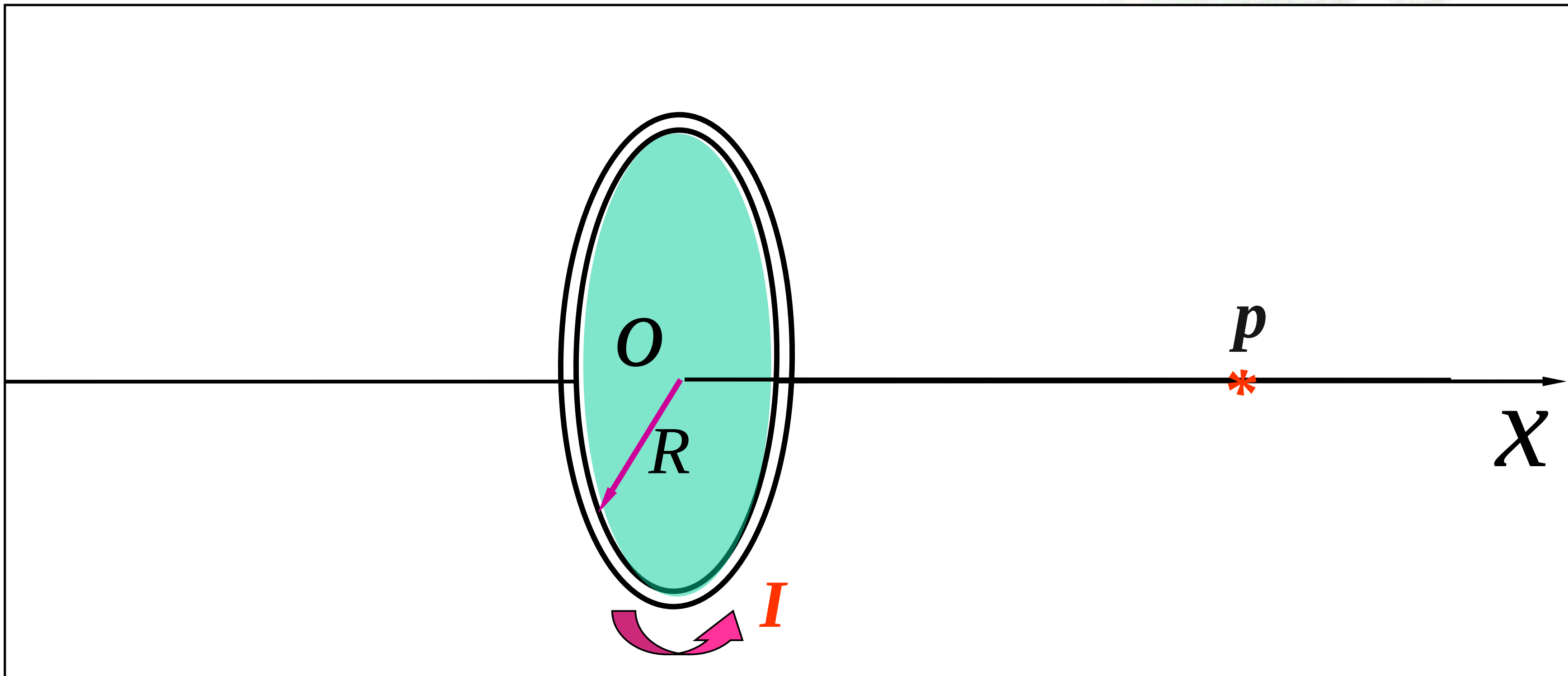



I
0
R


R
O
I

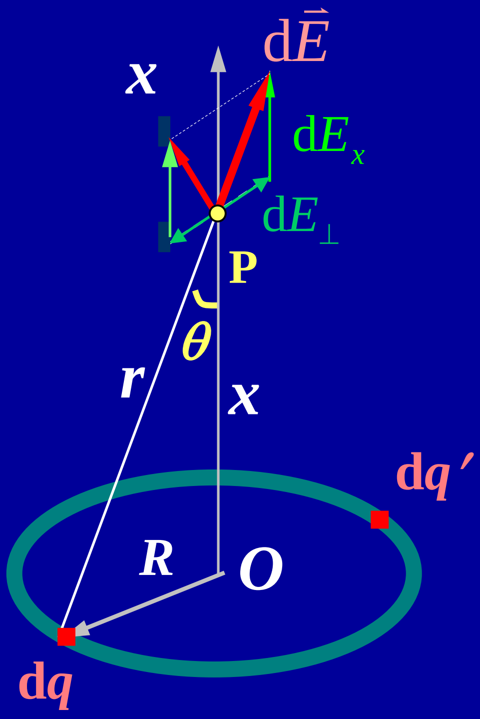

2π/3
I
R
O

例5真空中，半径为R 的载流导线，通有电流I，称圆电流. 求其轴线上一点 p 的磁感强度的方向和大小.



半径为R 的均匀带电细圆环，带电量为q

求 圆环轴线上任一点P 的电场强度



由于圆环上电荷分布关于x 轴对称

$$\boxed{E_\perp = 0}$$

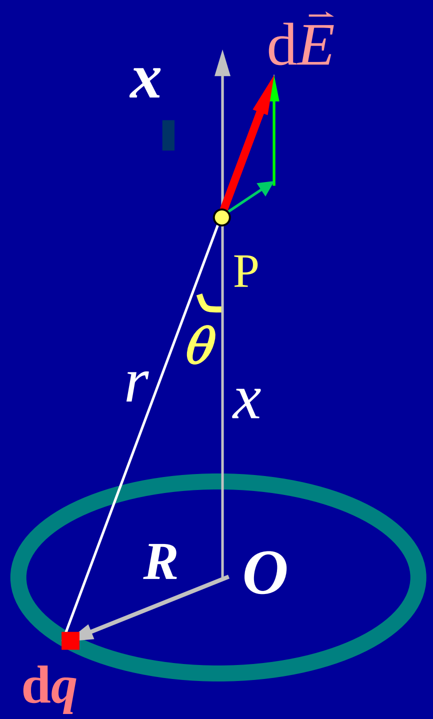
故：圆环轴线上任一点P 的电场强度

$$\boxed{E = E_x = \int \mathrm{d}E_x}$$

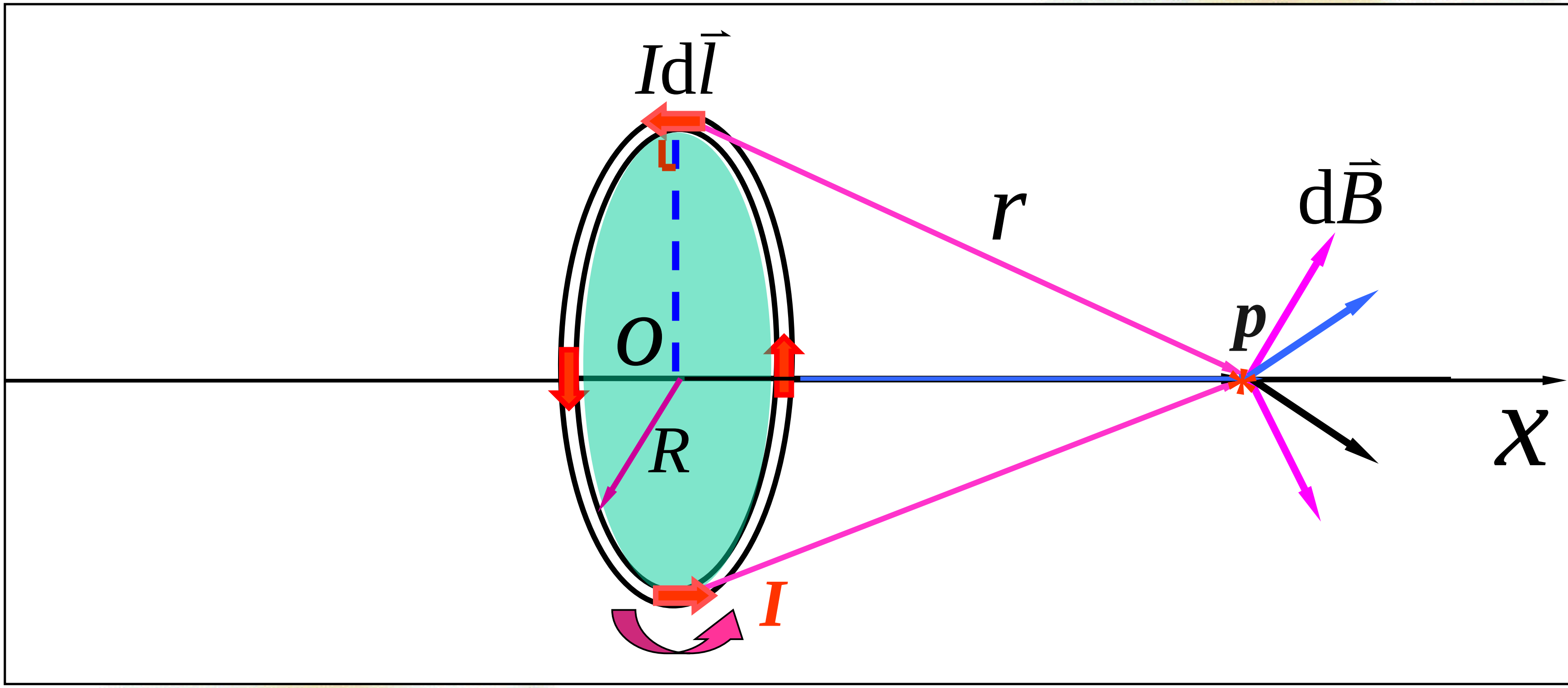
$\mathrm{d}q$

$$\mathrm{d}E \Rightarrow \mathrm{d}E_x$$

$$E = E_x = \int \mathrm{d}E_x$$

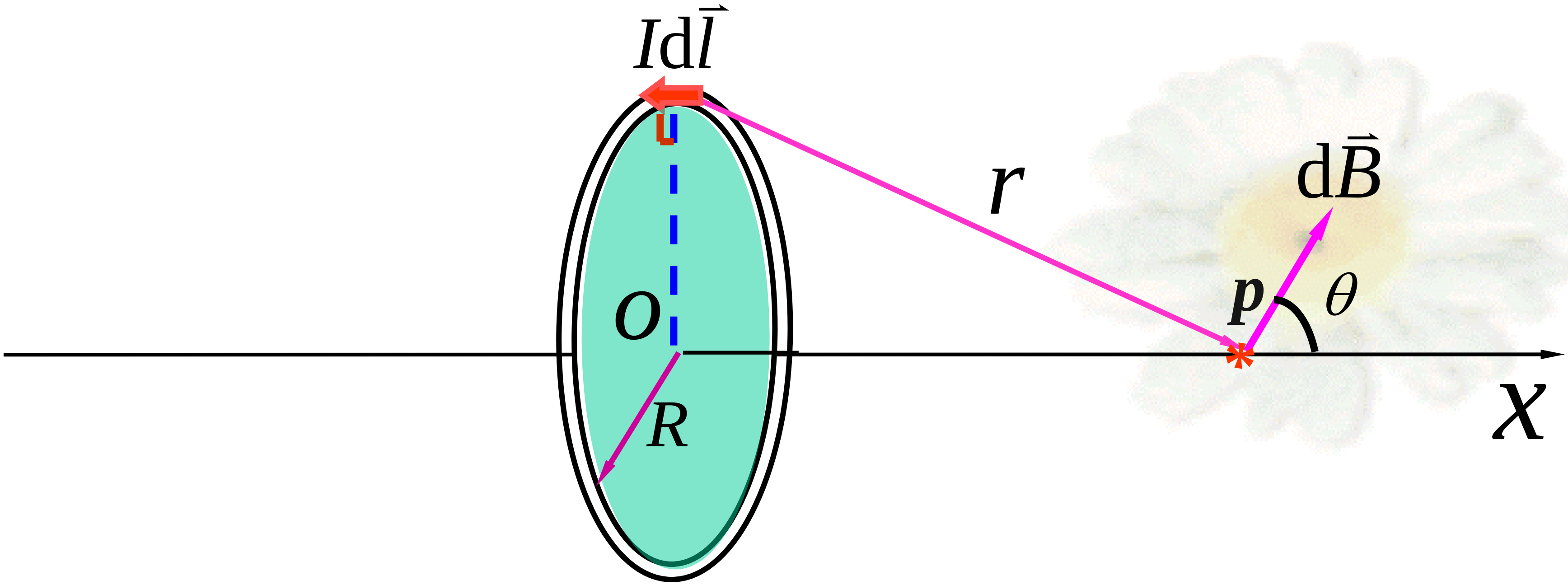


例1 真空中，半径为R 的载流导线，通有电流I，称圆电流. 求其轴线上一点 p 的磁感强度的方向和大小.



根据对称性 $B_{\perp}=0$

$$\boxed{\therefore B=\int \mathrm{d}B_x}$$

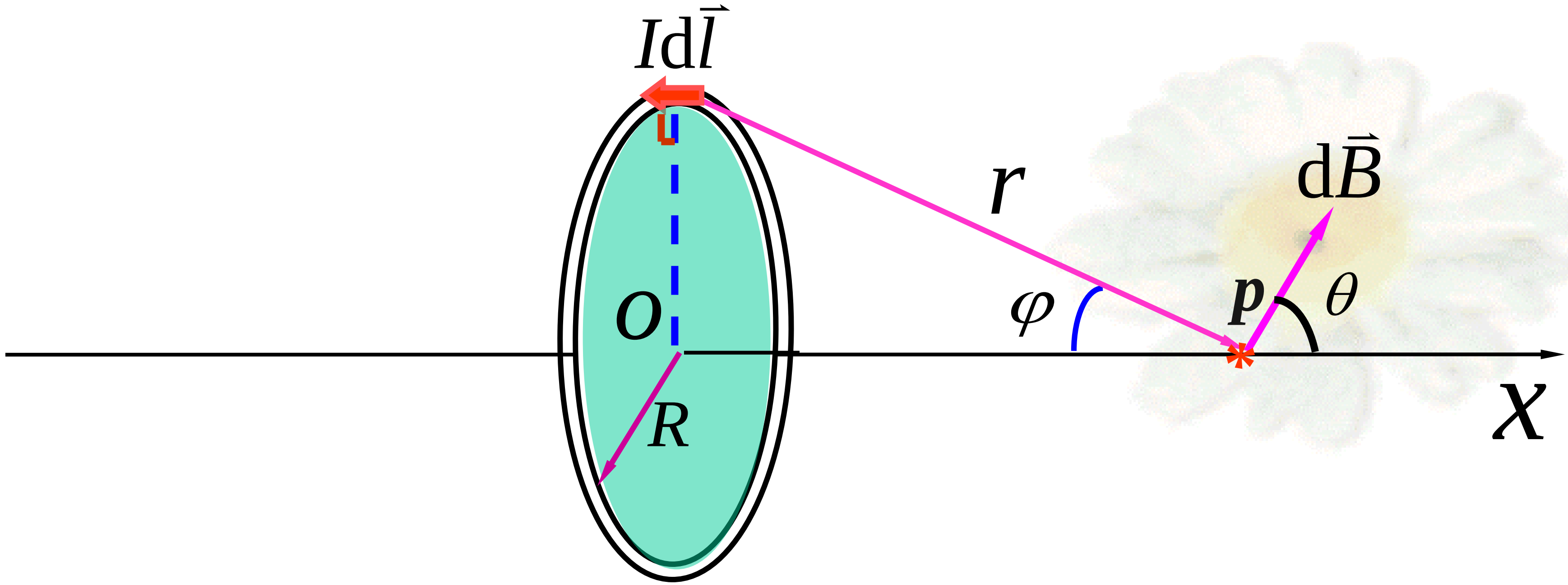


如图在载流圆环上选择一电流元

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\sin 90^\circ = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$

$$dB_x = dB\cos\theta \qquad \cos\theta = R/r$$

$$\therefore B = \int dB\cos\theta = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IRdl}{r^3}$$



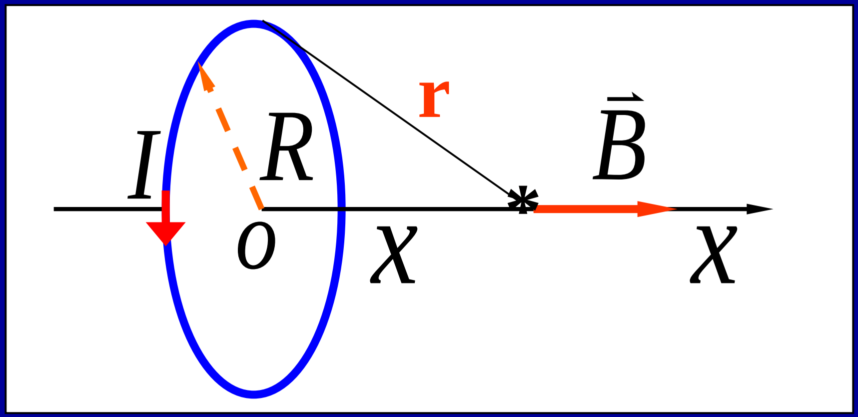
$$B=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR\mathrm{d}l}{r^3}$$

$$B=\frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3}\oint \mathrm{d}l \Rightarrow \boxed{B=\frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}}$$

$$\boxed{\text{或：}\ B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}}$$

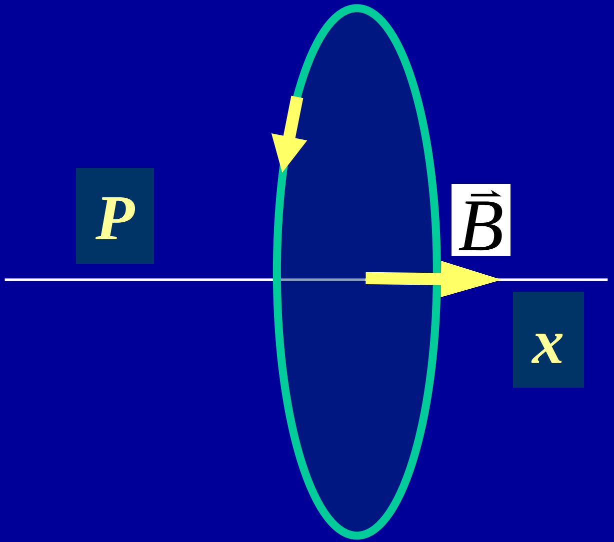
方向满足右手定则

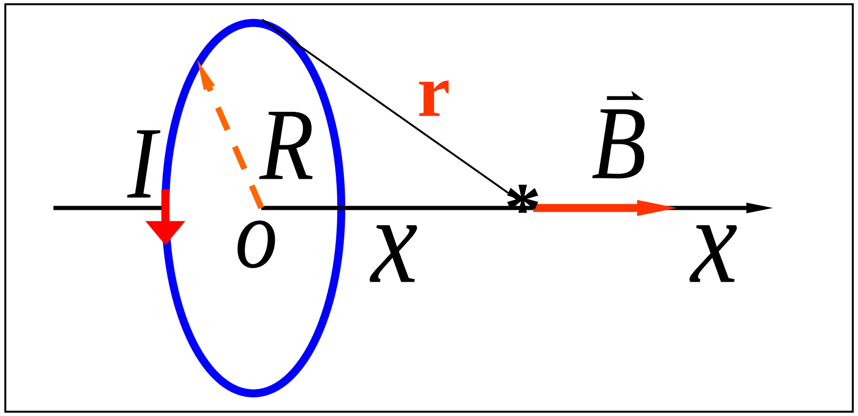
例1. 载流圆线圈的磁场



$$B=\frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

方向满足右手定则





$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}=\frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$

讨论

1）若线圈有 N 匝 $B=\frac{\boxed{N}\,\mu_0 IR^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$

2）$x<0$ $\vec{B}$ 的方向不变(I 和 $\vec{B}$ 成右螺旋关系）

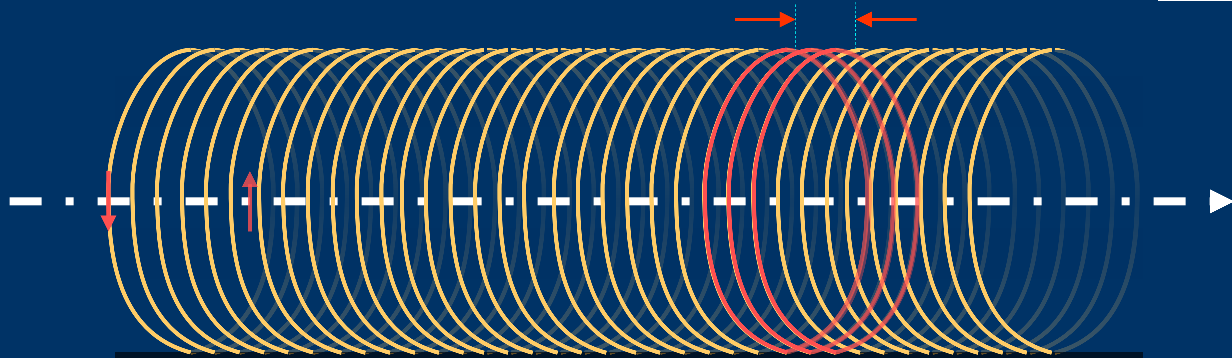
3) $x=0$ $\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2R}}$

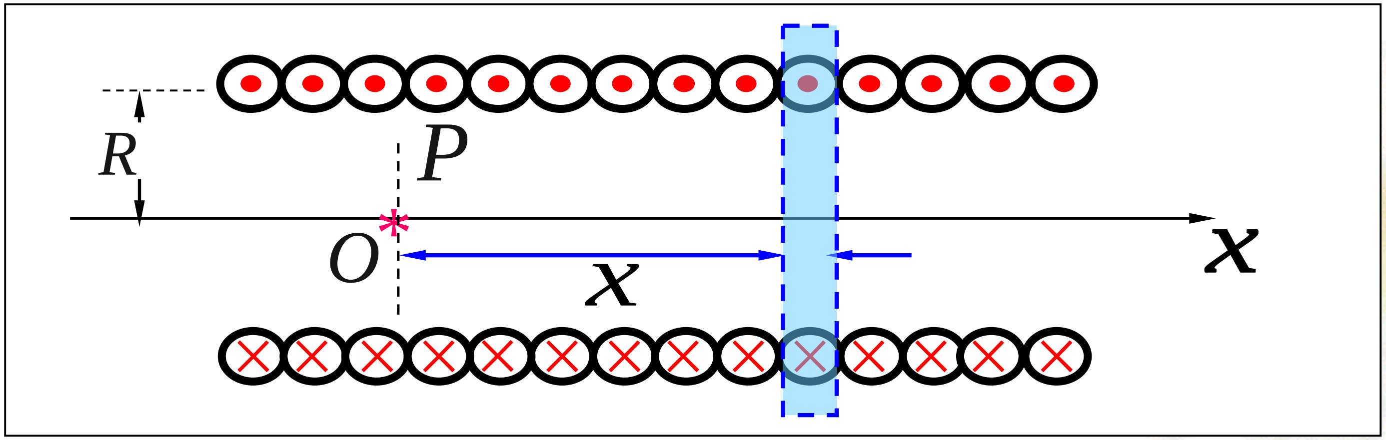
4）$x>>R$ $B=\frac{\mu_0 IR^2}{2x^3}$

例5. 载流螺线管轴线上的磁场

已知螺线管半径为R ，单位长度上有n 匝

$\mathrm{d}x$ $n\mathrm{d}x$ 匝 $\mathrm{d}I = In\mathrm{d}x$



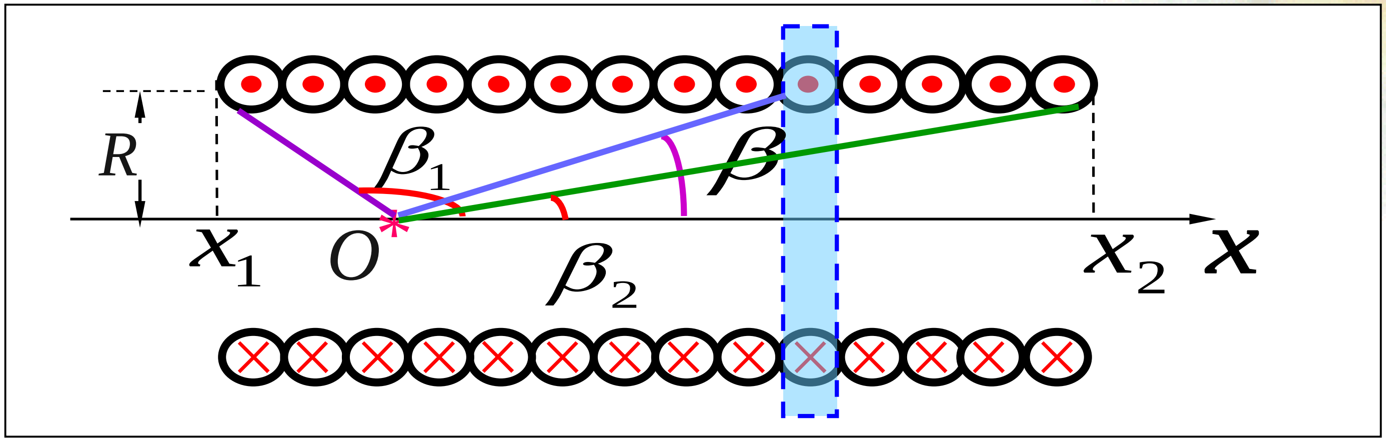


解　由圆形电流磁场公式

$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{2}\frac{R^2\ \boxed{In\mathrm{d}x}}{\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}$$

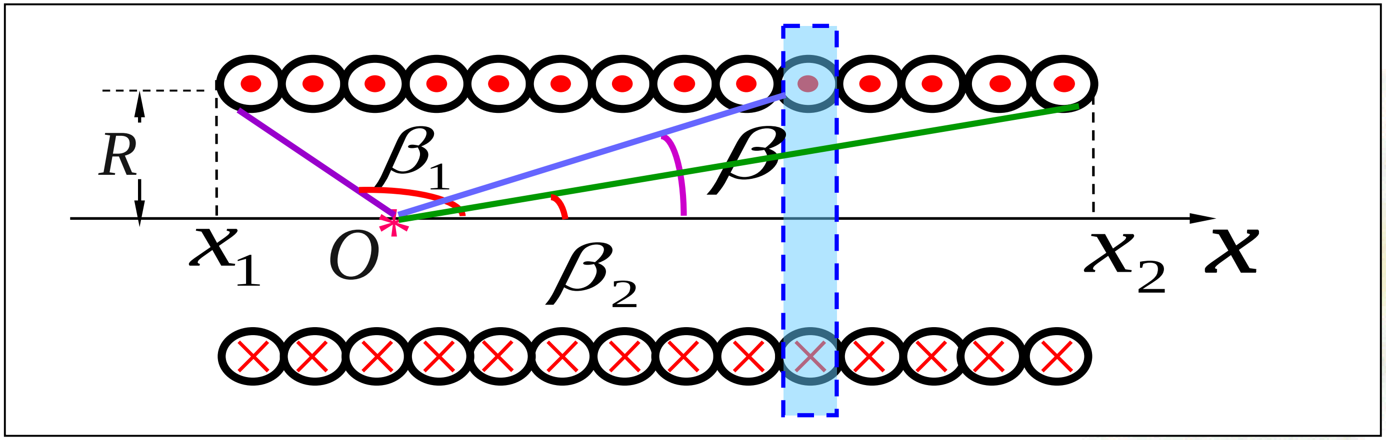
$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{2}\frac{R^2\,\boxed{In\mathrm{d}x}}{\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}$$



$$B=\int\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 nI}{2}\int_{x_1}^{x_2}\frac{R^2\mathrm{d}x}{\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}$$

$$x=R\cot\beta \qquad \mathrm{d}x=-R\csc^2\beta\mathrm{d}\beta$$

$$R^2+x^2=R^2\csc^2\beta$$

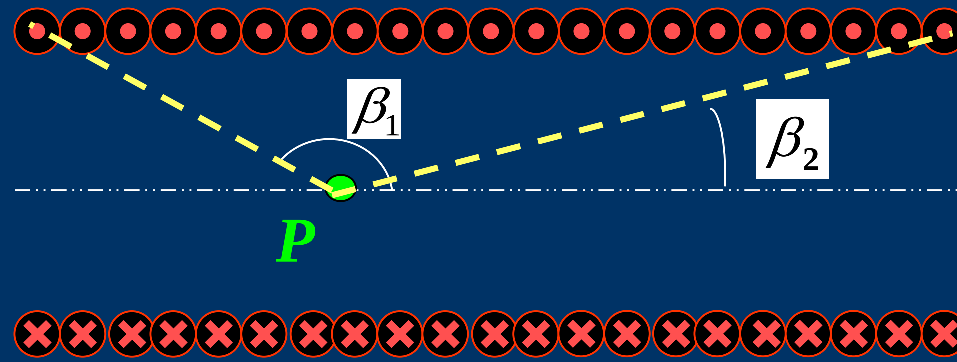


$$B=-\frac{\mu_0 nI}{2}\int_{\beta_1}^{\beta_2}\frac{R^3\csc^2\beta\mathrm{d}\beta}{R^3\csc^3\beta\mathrm{d}\beta}$$

$$=-\frac{\mu_0 nI}{2}\int_{\beta_1}^{\beta_2}\sin\beta\,\mathrm{d}\,\beta$$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\beta_2-\cos\beta_1\right)}$$

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\beta_2 - \cos\beta_1\right)$$



讨论

(1) 无限长载流螺线管 $\beta_1 \to \pi$ $\beta_2 \to 0$ $\Longrightarrow$ $\boxed{B = \mu_0 nI}$

(2) 半无限长载流螺线管

$\beta_1 \to \pi/2$

$\beta_2 \to 0$

$B = \mu_0 nI / 2$

稳恒电流 激发 稳恒磁场

问题：

由稳恒电流所激发的稳恒磁场的性质如何?

磁场的高斯定理

稳恒磁场的环路定理

稳恒磁场是 _?_ 场

§5-4 磁通量　磁场的高斯定理

类 比

§1-4 电通量　高斯定理

§1-4 电通量　高斯定理

研究思路：

一、电场线

↓

二、电通量

↓

三、高斯定理

§5-3 磁通量　磁场的高斯定理

研究思路：

一、磁感应线

↓

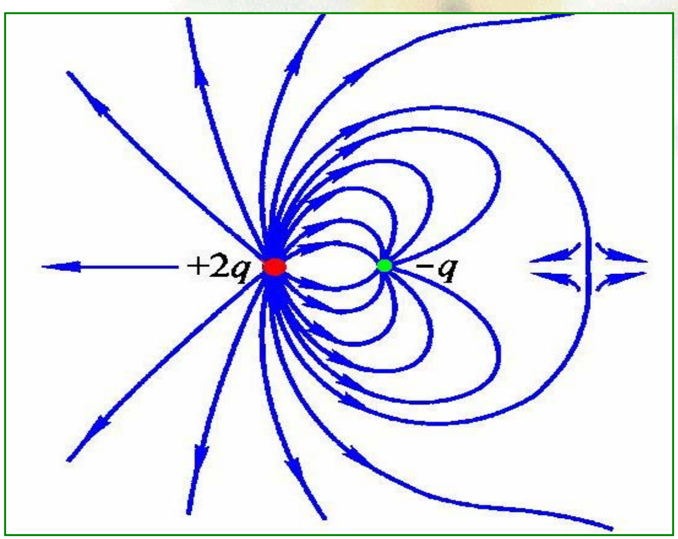
二、磁通量

↓

三、高斯定理

回顾电场线

1、定 义

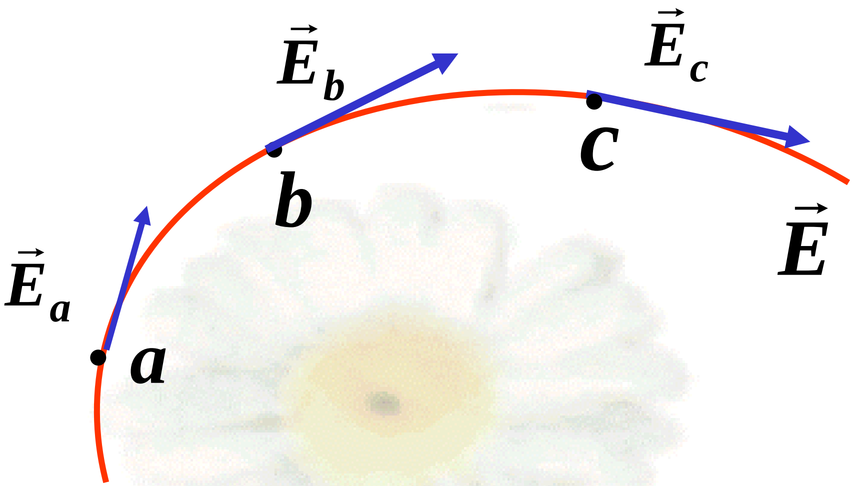


电场线是**为**了形象描**绘电场**中的**场强**分布

而引入的**假想曲线**

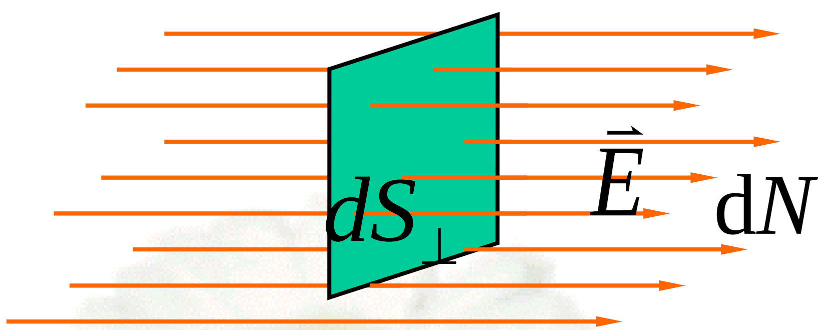
2. 电场线的规定

1）电场线上每一点切线方向为该点的场强方向



2） 通**过**垂直于**电场**方向**单位面积电场线**条数**为该**点**电场强**度的大小。

即：**电场**中某点的**电场强**度大小等于**该**点的**电场线数密度**



$$E = \frac{dN}{dS_\perp}$$

电场线密集，**场强**大

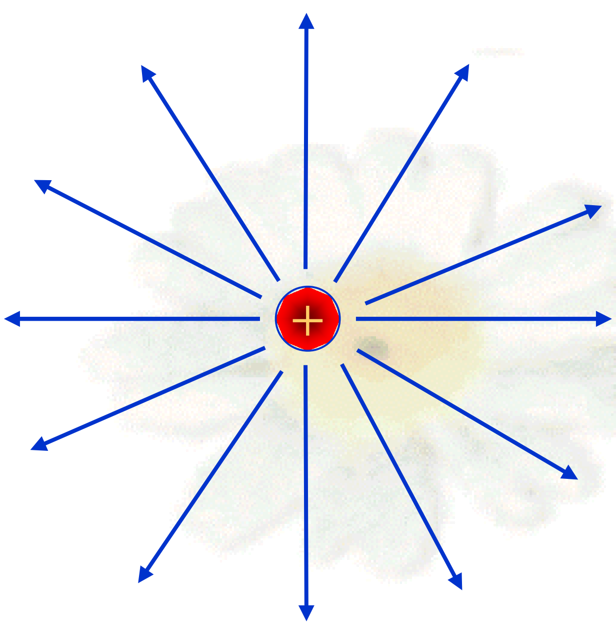
电场线稀疏，**场强**小

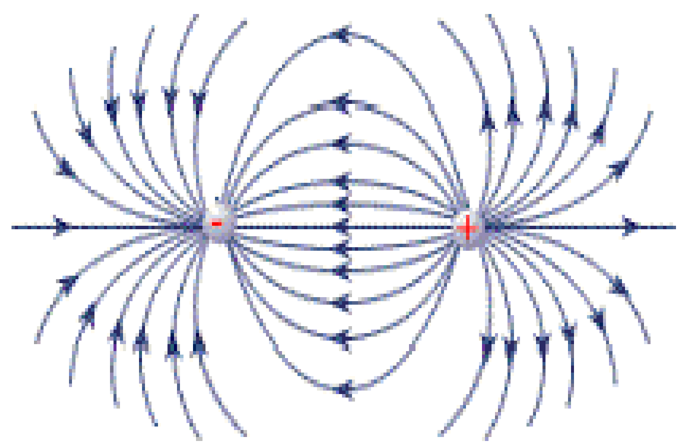
3. 静**电场电场线**的**特性**

1） **电场线**始于正**电**荷, 止于**负电**荷或来自无**穷远**, 去向无**穷远**

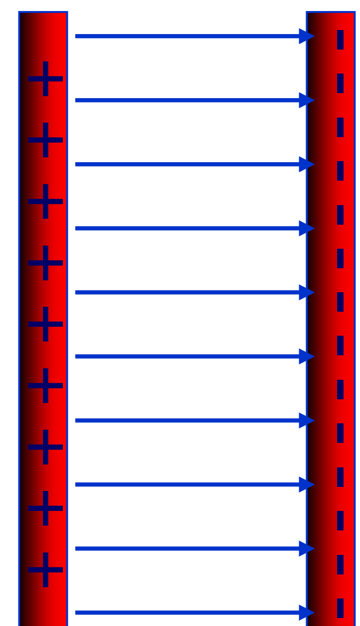
2） 静**电场电场线**是非**闭**合曲**线**.

3） 任意两条**电场线**不会相交.





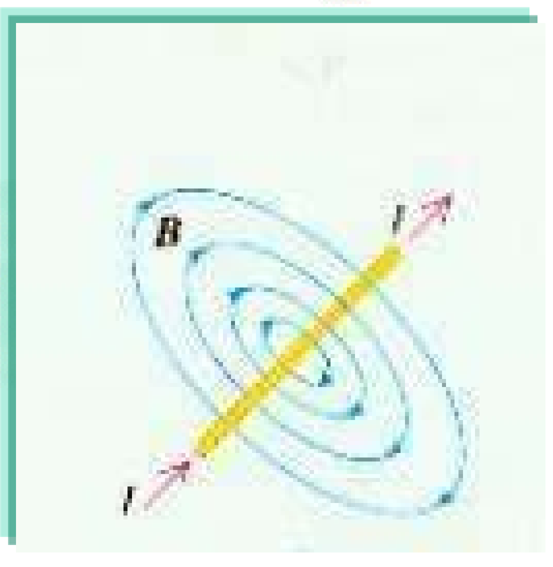
等量异种电荷的电场。

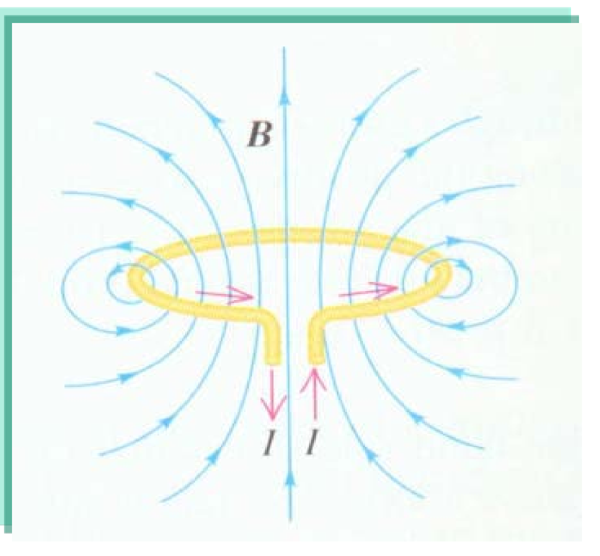


一、 磁感应线

1、定 义

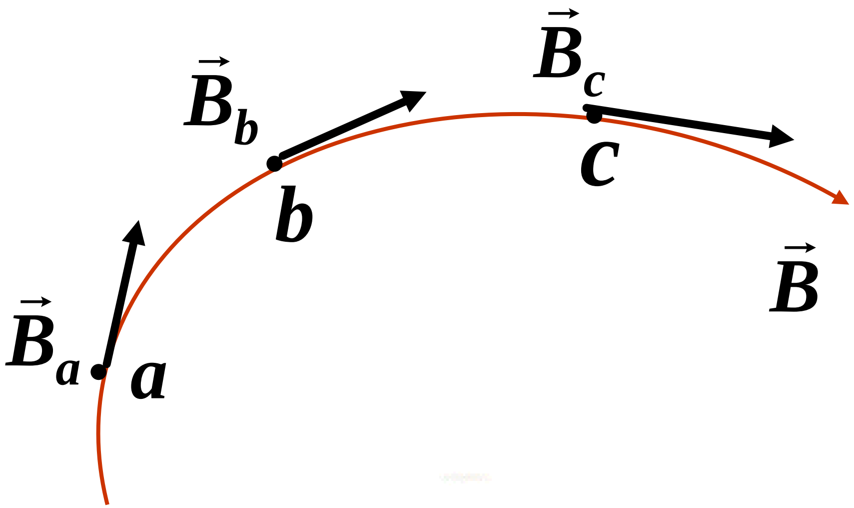
磁感**应线**是**为**了**形象描绘磁场中的磁感应强度的分布**而引入的**假想曲线**





2. 磁感应线的规定

◆曲线上任一点的切线方向与该点磁感应强度B的方向相同

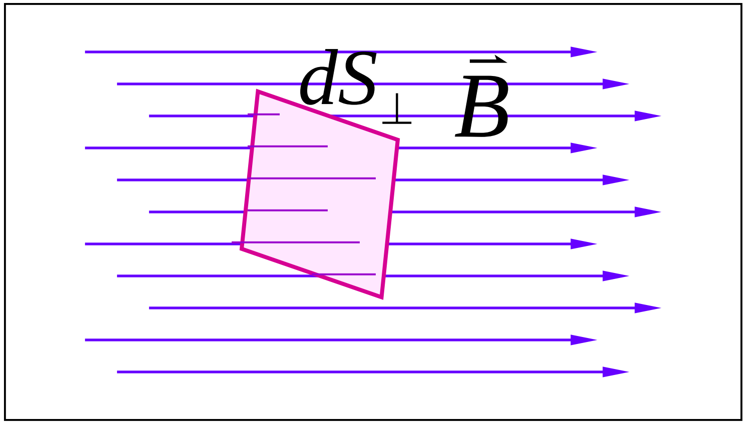


切线方向——$\vec{B}$的方向

疏密程度——$\vec{B}$的大小

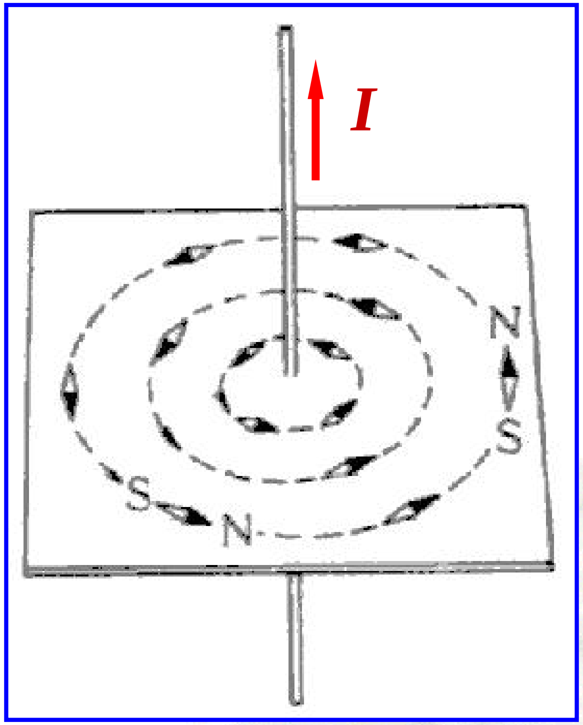
◆ 使某点磁感应线数密度等于该处磁感应强度的大小.

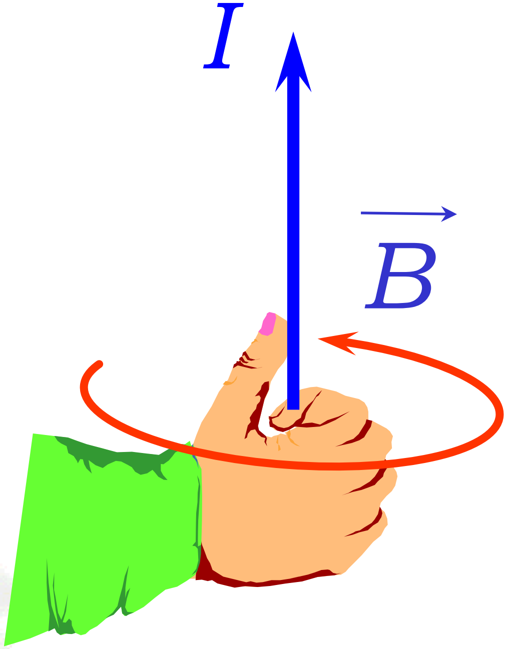
$$B = \frac{dN}{dS_{\perp}}$$

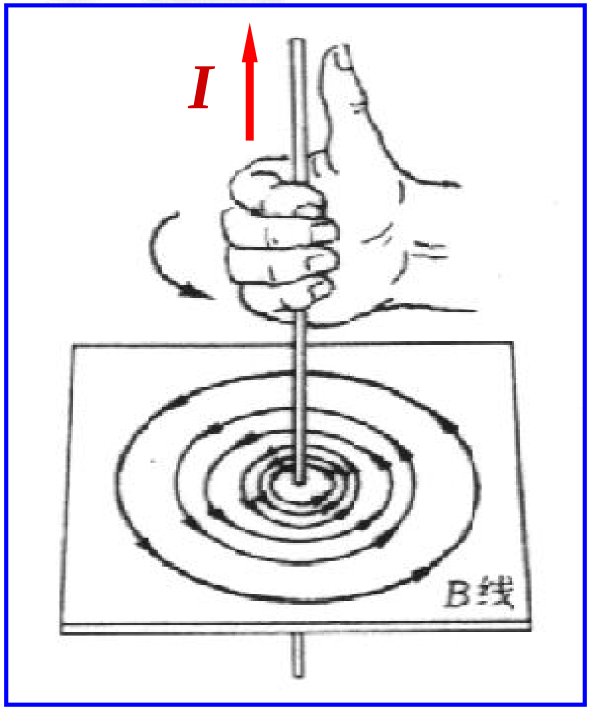


常见磁感应线

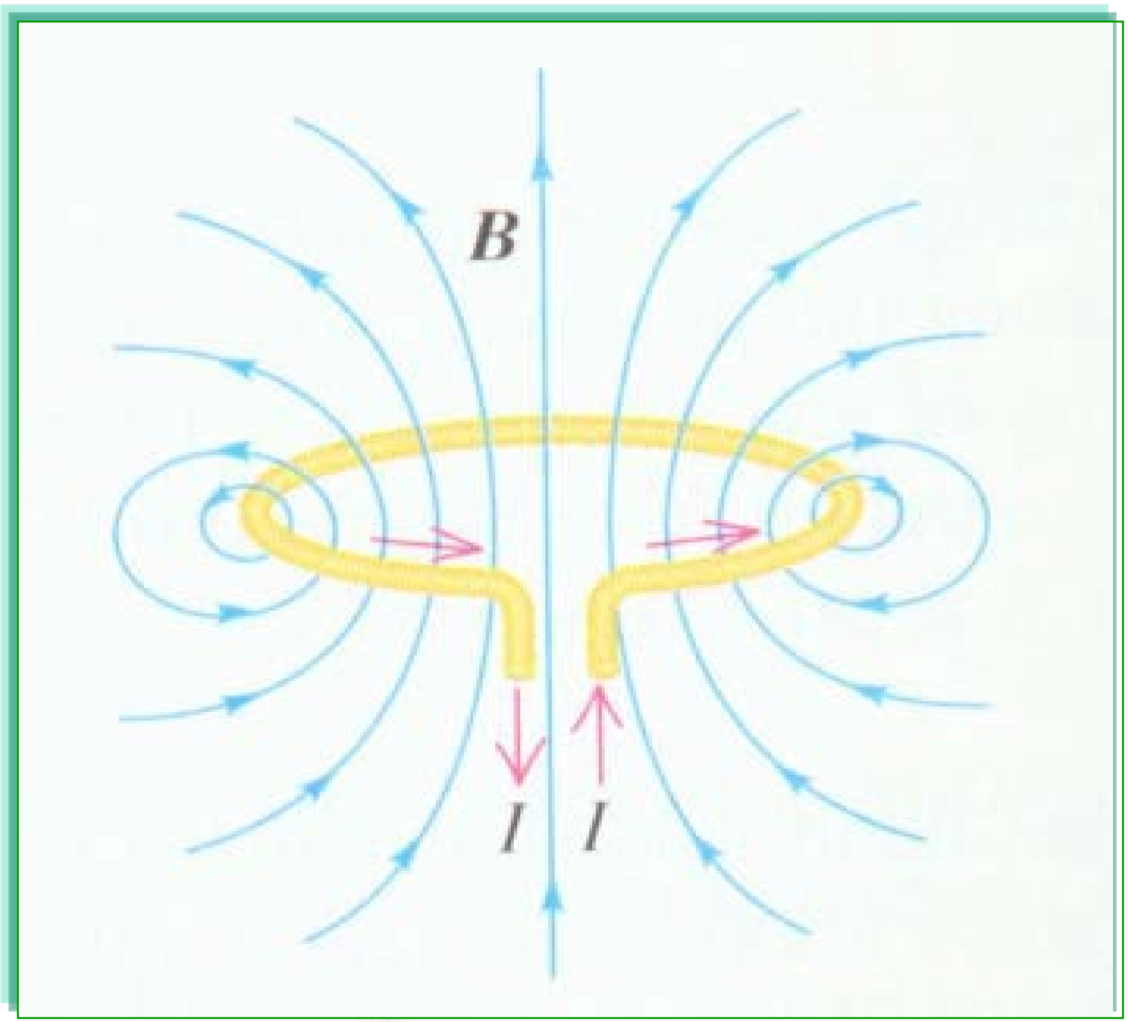
直线电流的磁感应线

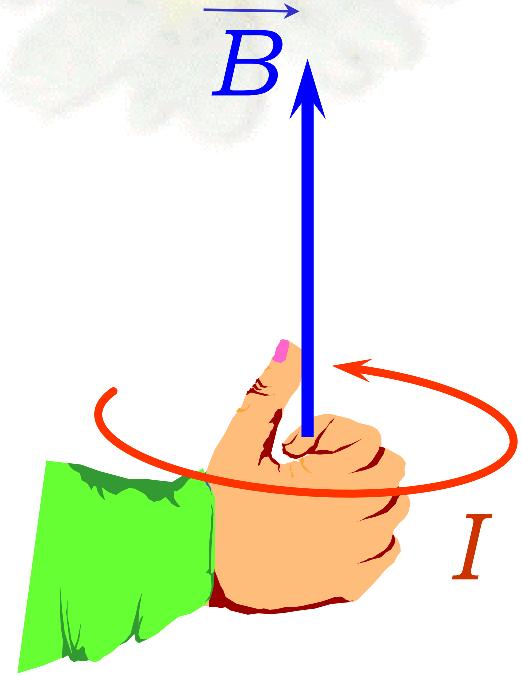




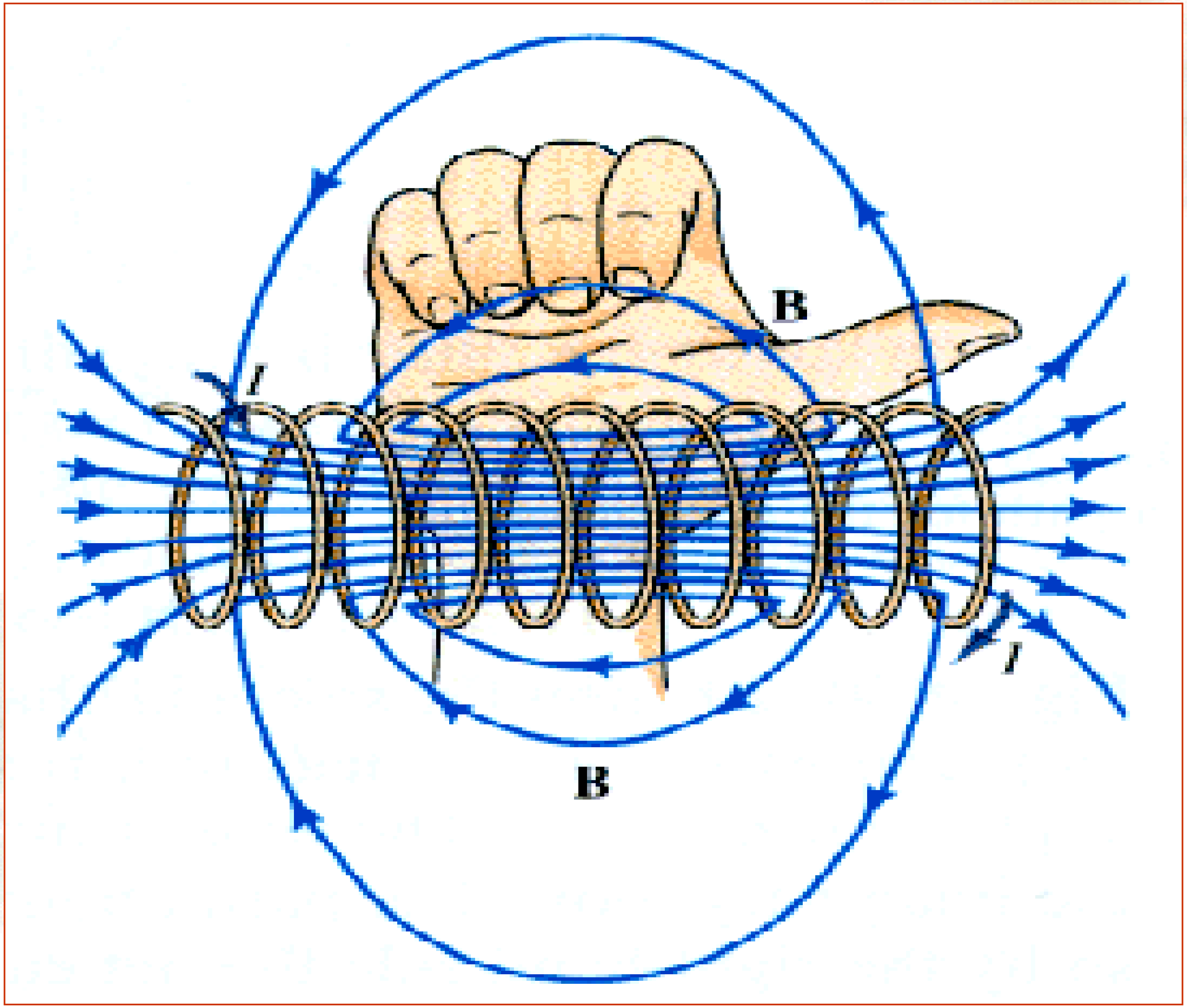


圆电流的磁感应线



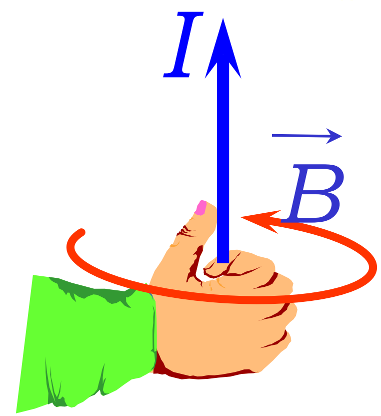


载流螺线管的磁感应线

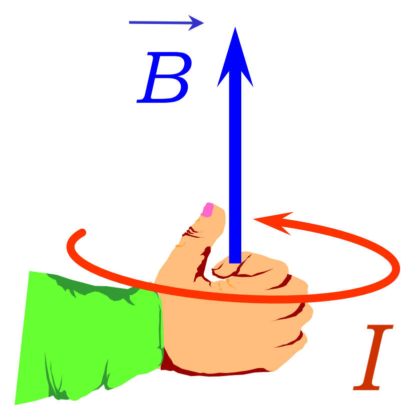


3. 磁感应线特性

- 磁感应线不会相交
- 磁感应线是无头无尾的闭合曲线
- 磁感应线与电流互相环连时,它们之间的方向服从右手定则.



对于长直电流:大拇指指向电流方向,则弯曲四指表示磁感应线的回转方向.

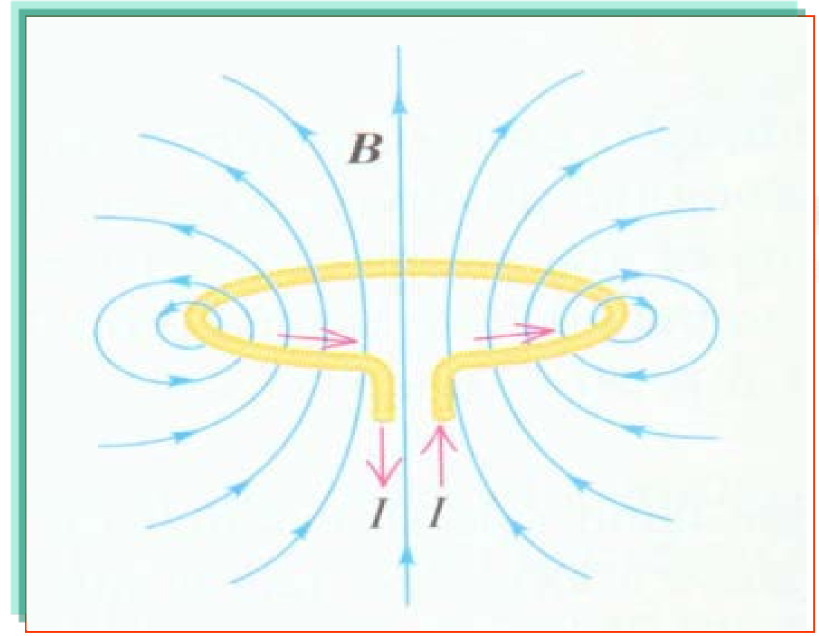


对于环形电流: 弯曲的四指表示圆环电流的回转方向,则大拇指指向圆环轴线上的磁感应线的方向.

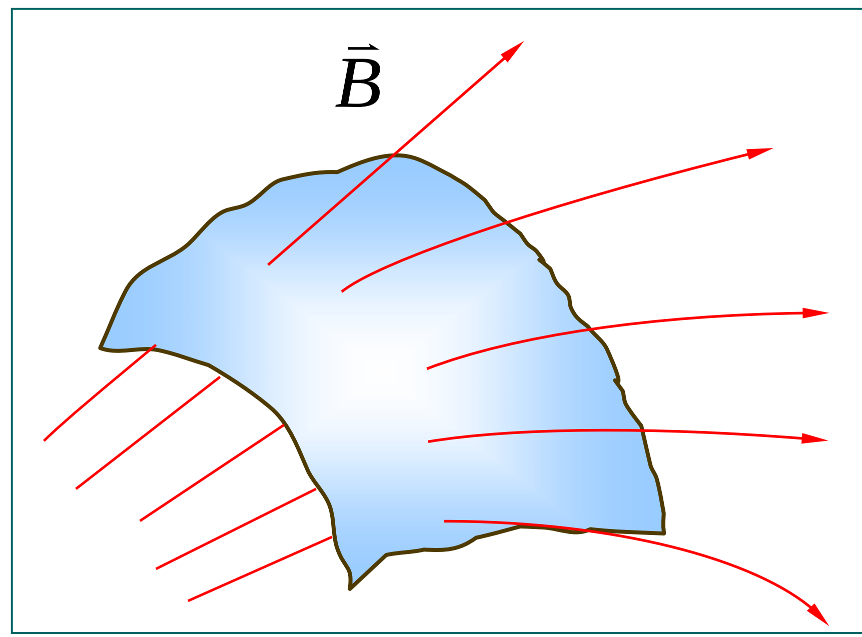
二、磁通量

1、定义

回顾电通量的定义



通过磁场中任意曲面的**磁感应线的数目**，称为通过该曲面的磁通量，用Φ_m表示。

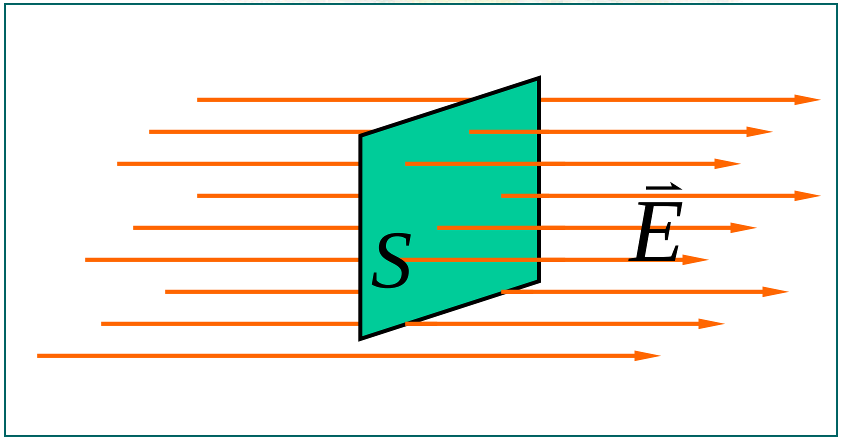


二、磁通量

2、计算

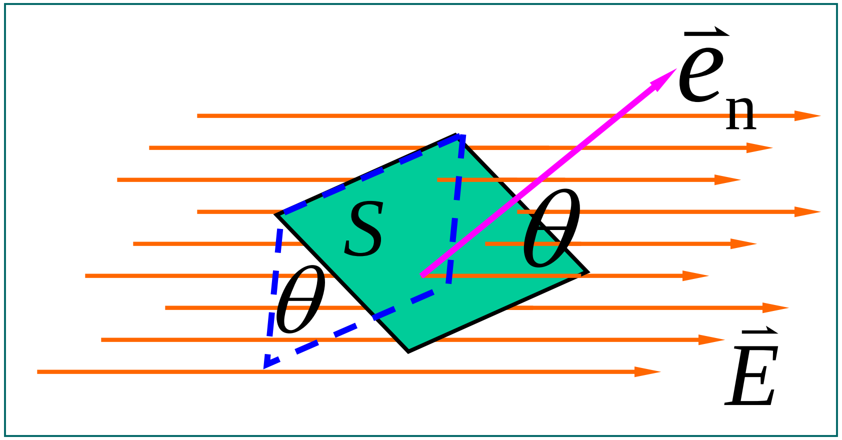
回顾电通量的计算

◆ 均匀电场，$\vec{E}$垂直平面



$$\Phi_e = ES$$

◆ 均匀电场，$\vec{E}$与平面夹角θ



$$\Phi_e = ES\cos\theta$$

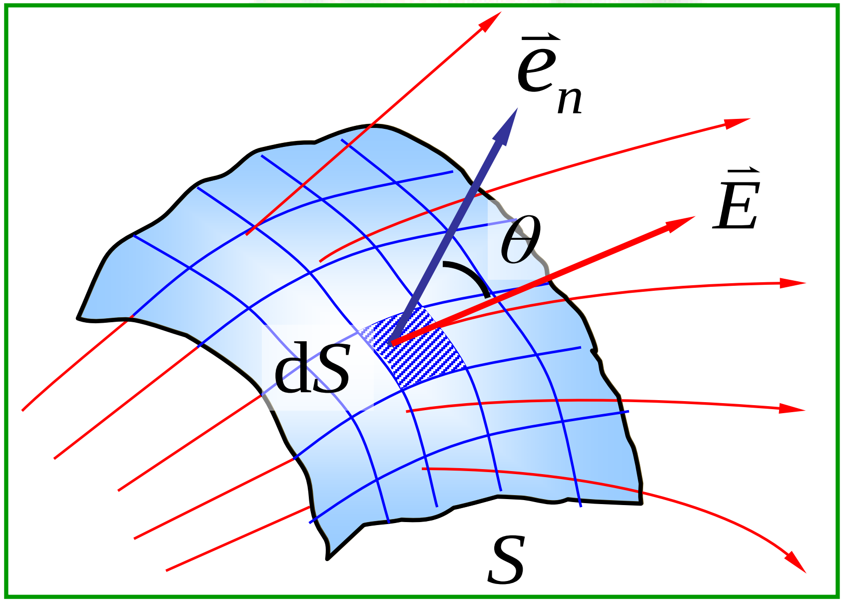
$$\Phi_e = \vec{E}\cdot\vec{S}$$

◆ 非匀强电场，任意曲面S 的电通量.

$$\mathrm{d}\vec{S} = \mathrm{d}S \cdot \vec{e}_\mathrm{n}$$

$$\mathrm{d}\phi_\mathrm{e} = \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

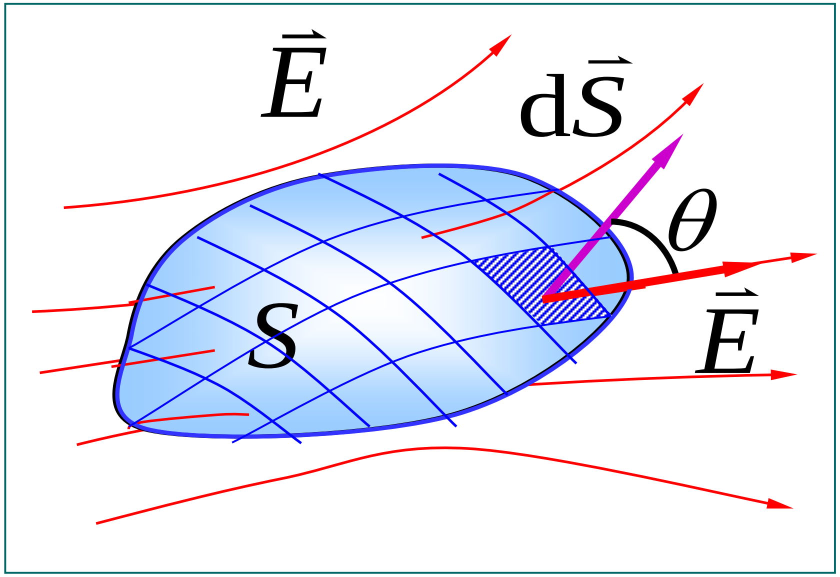
$$\phi_\mathrm{e} = \int \mathrm{d}\phi_\mathrm{e} = \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$



◆ 非匀强电场，

任意闭合曲面S 的电通量.

$$\phi_\mathrm{e} = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

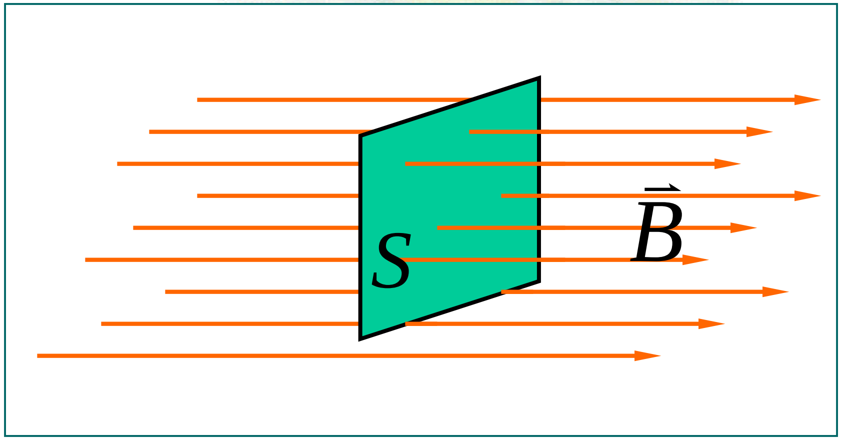


二、磁通量

2、计算

- 均匀磁场，$\vec{B}$垂直平面

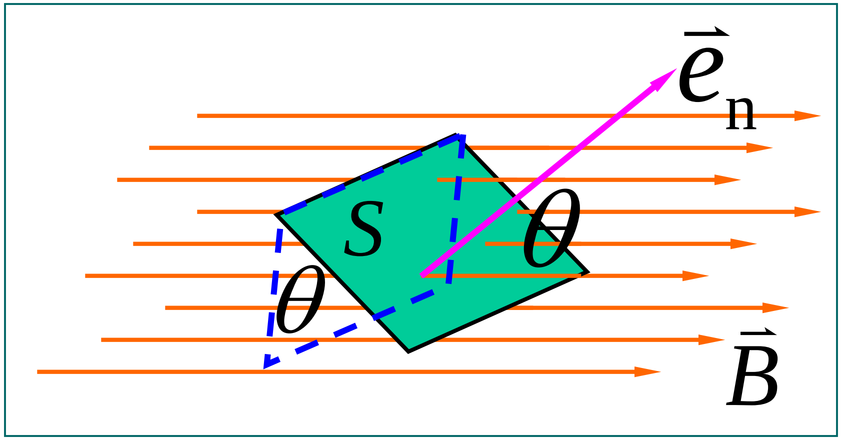
$$\Phi_{\mathrm{m}} = BS$$



- 均匀电场，$\vec{B}$与平面夹角θ

$$\Phi_{\mathrm{m}} = BS\cos\theta$$

$$\Phi_{\mathrm{m}} = \vec{B}\cdot\vec{S}$$

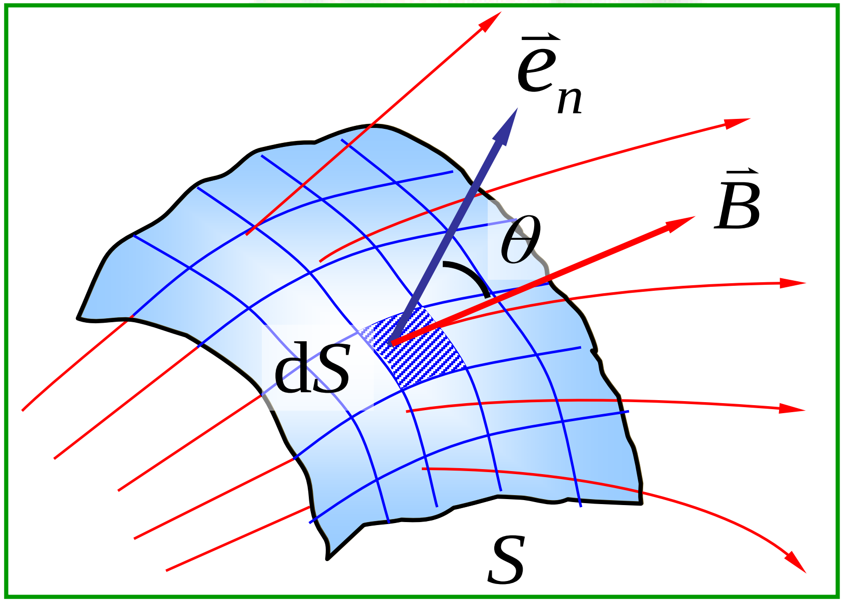


◆ 非匀强磁场，任意曲面S 的磁通量.

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{S}=\mathrm{d}S\cdot\vec{e}_{\mathrm{n}}}$$

$$\mathrm{d}\phi_{\mathrm{m}}=\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

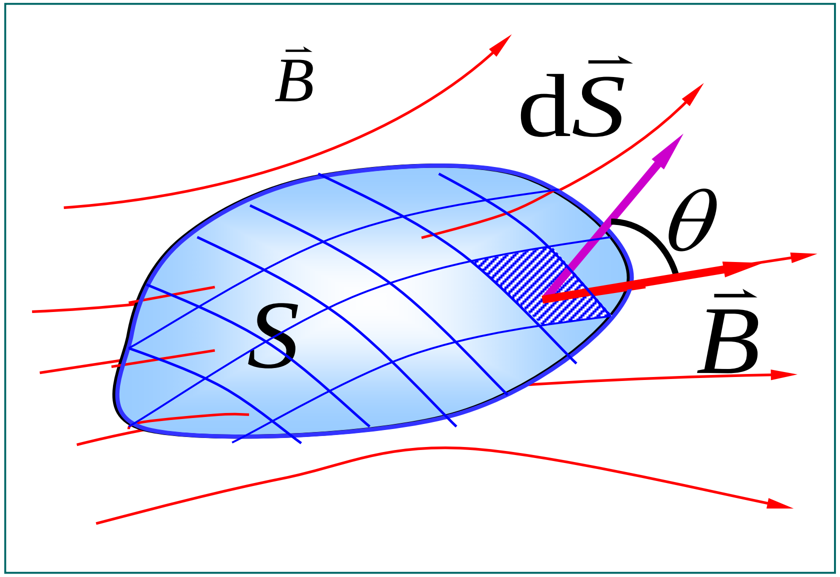
$$\boxed{\phi_{\mathrm{m}}=\int\mathrm{d}\phi_{\mathrm{m}}=\int_{S}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}$$



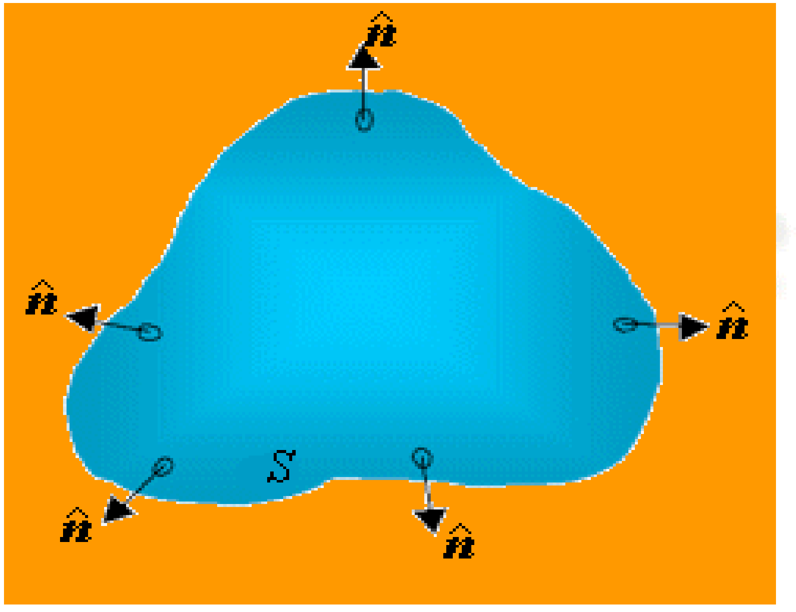
◆ 非匀强电场，

任意闭合曲面S 的磁通量.

$$\boxed{\phi_{\mathrm{m}}=\oint_{S}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}$$



对于闭合曲面

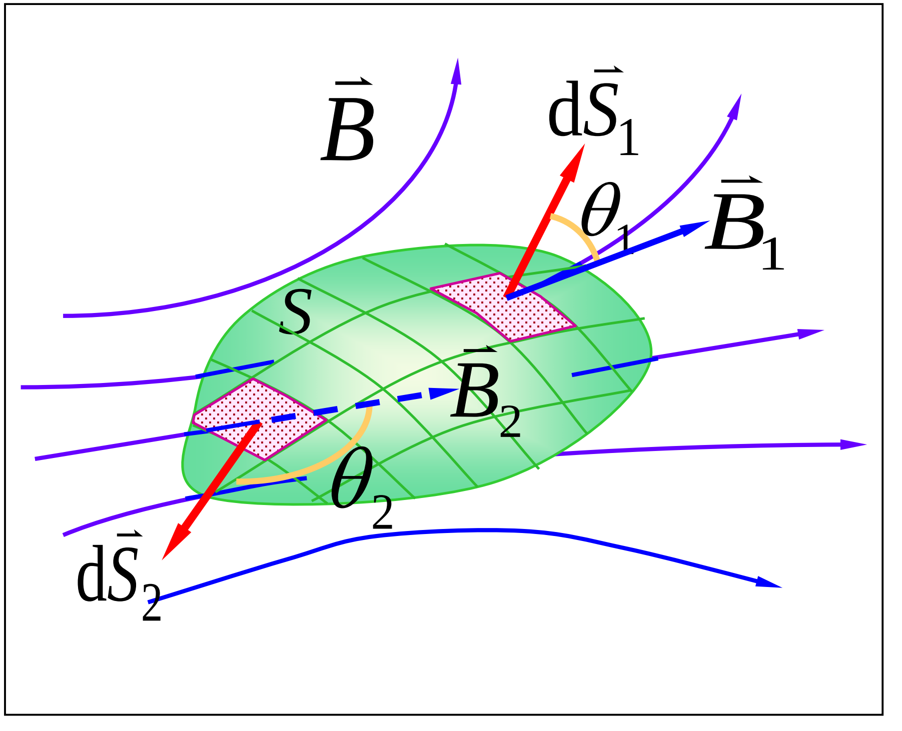


规定：

法线的正方向为指向闭合曲面的外侧。

穿入处：$\theta > \dfrac{\pi}{2}$，　$\mathrm{d}\phi_{\mathrm{m}} < 0$

穿出处：$\theta < \dfrac{\pi}{2}$，　$\mathrm{d}\phi_{\mathrm{m}} > 0$



若：$N_{入} = N_{出}$

则：$\phi_{\mathrm{m}} = 0$

例1 如图载流长直导线的电流为 I，试求通过矩形面积的磁通量.

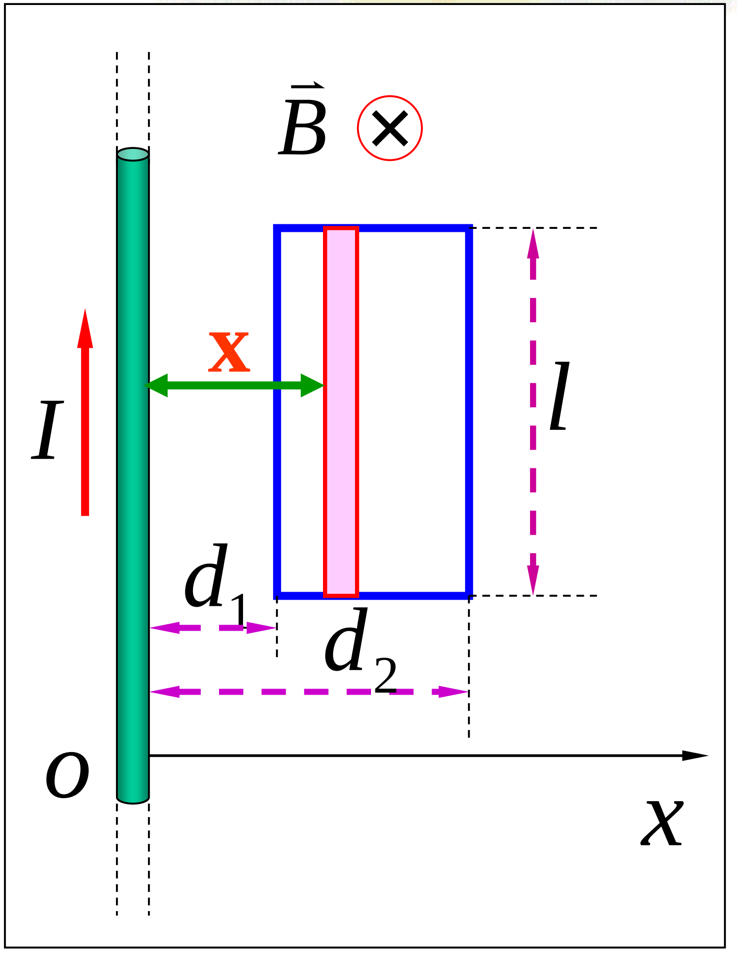
如图选择**微元**

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x} \qquad \mathrm{d}S=l\mathrm{d}x$$

$$\therefore \mathrm{d}\Phi_m = B\mathrm{d}S=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}l\mathrm{d}x$$

$$\Phi_m=\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\int_{d_1}^{d_2}\frac{\mathrm{d}x}{x}$$

$$\Phi_m=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{d_2}{d_1}$$



二、 磁场的高斯定理

静电场的高斯定理

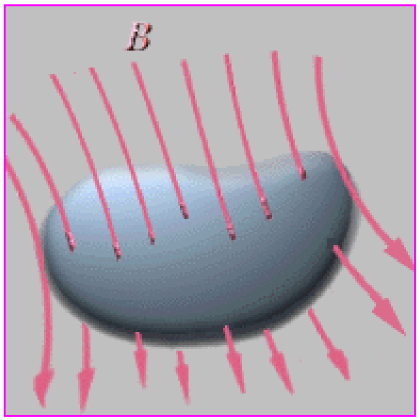
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$$

磁场的高斯定理

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = ?$$

三、磁场的高斯定理

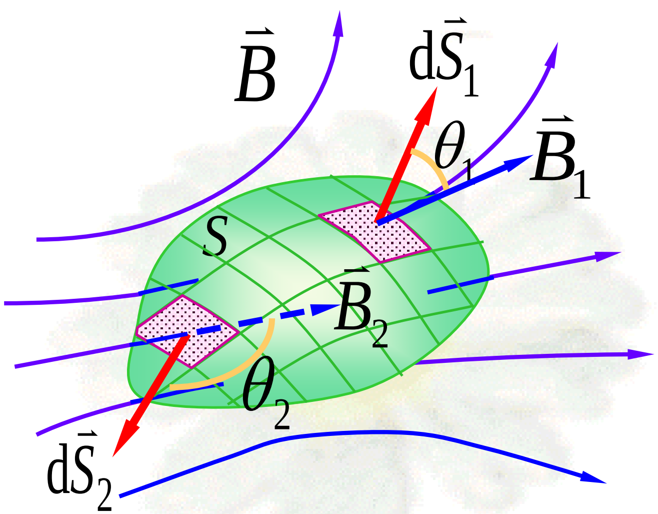
1、磁场的高斯定理的表达式以及表述



磁感应线是闭合的，

因此有多少条磁感应线进入闭合曲面，

就一定有多少条磁感应线穿出该曲面。



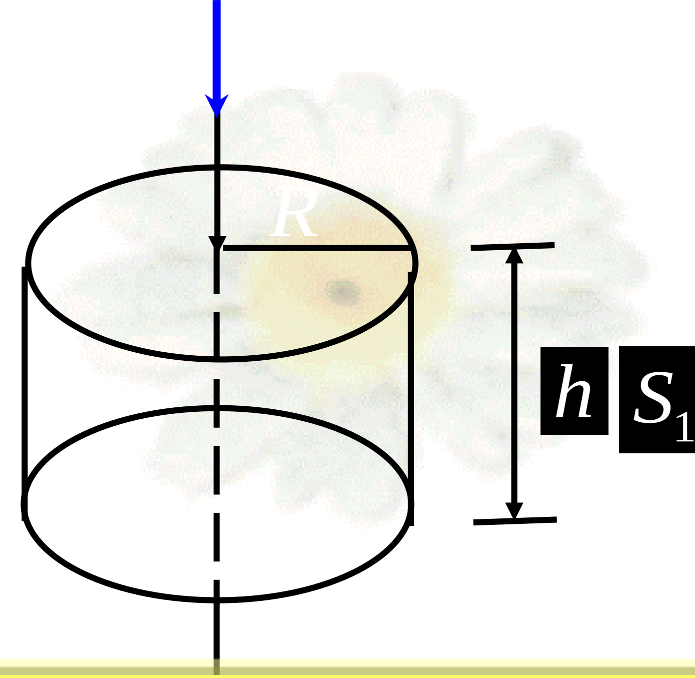
$\mathrm{d}\Phi_{m出} > 0$

$\mathrm{d}\Phi_{m入} < 0$

$$\oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

表述： 通过磁场中任意闭合曲面磁通量为零

2、验证磁场的高斯定理



无限长载流直导线周围的磁感应强度为：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

对于S_1 面，无论两底或是侧面，各面元的法向方向均与$\vec{B}$垂直，恒有

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = BdS\cos 90^0 = 0$$

因此，通过S_1面的总磁通量

$$\Phi = \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

对于S_2面：

在面向我们的矩形端面内

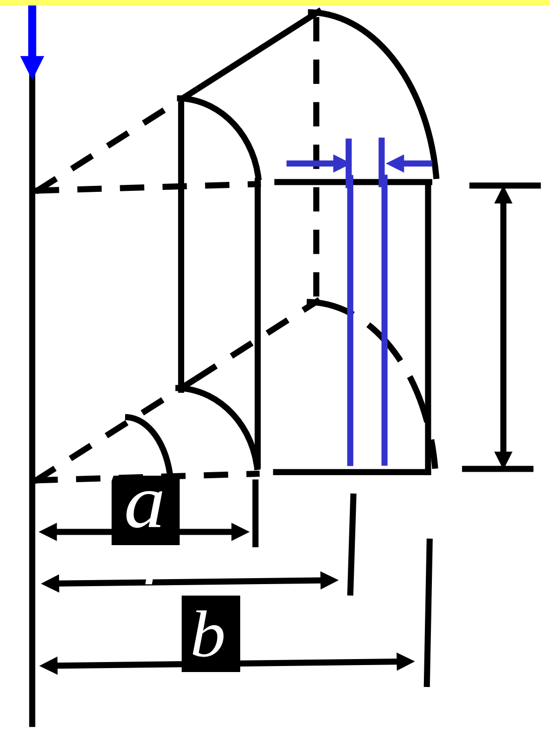
$$\Phi_1 = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} h dr$$
$$= \frac{\mu_0 I h}{2\pi r} \ln \frac{b}{a}$$

在背对我们的矩形端面内

$$\Phi_2 = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint B dS \cos 180^0$$
$$= -\int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} h dr = -\frac{\mu_0 I h}{2\pi r} \ln \frac{b}{a}$$

容易算出通过S_2面的磁通量为

$$\Phi = \oiint_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$



3、对磁场的高斯定理的理解

（1）

$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$$

→ 电场线起于正电荷、止于负电荷。
静电场是有源场

$$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\,\vec{S}=0$$

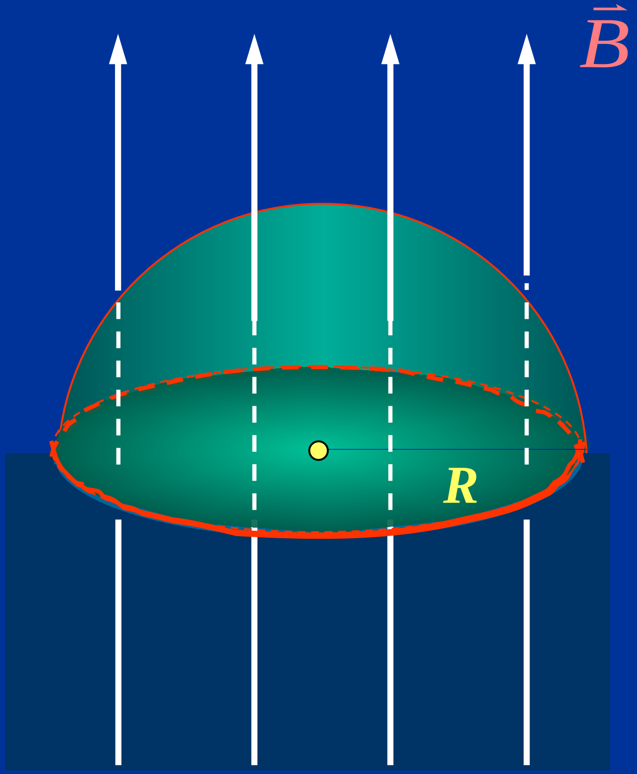
→ 磁感应线是闭合曲线
磁场是无源场

（2）

$$\boxed{\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\,\vec{S}=0:}$$ 对任何磁场均成立

例 均匀磁场中有一个半径为R 的半球面

求 通过此半球面的磁通量。



方法： 构成一闭合面，磁通量

$$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_{\text{半球面}} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} + \int_{\text{圆面}} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

$$\therefore \int_{\text{半球面}} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\int_{\text{圆面}} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\because \int_{\text{圆面}} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\pi R^2 B$$

$$\because \int_{\text{半球面}} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \pi R^2 B$$

§5-4　稳恒磁场的安培环路定理

静电场的环路定理

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

稳恒磁场的安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = ?$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0?$$

若$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq 0$，$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = ?$

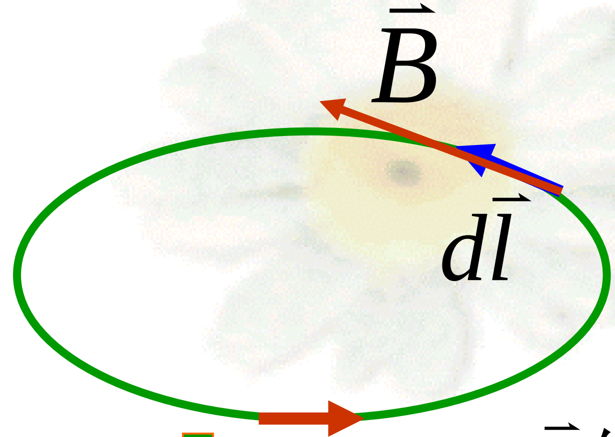
一、讨论 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0\,?$

任取 $d\vec{l}$

$\vec{B} \,/\!/\, d\vec{l}$

$\vec{B}\cdot d\vec{l} = Bdl > 0$

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} \neq 0}$$



$L \rightarrow \vec{B}$线

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0\,?$$

$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} \neq 0$ 那么 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = ?$

二. 安培环路定理

1. 安培环路定理的表述

在真空的稳恒磁场中，磁感应强度$\vec{B}$沿任一闭合路径的积分的值，

等于μ_0乘以该闭合路径所包围的各电流的代数和.

2. 安培环路定理的表达式

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} \pm I_i$$

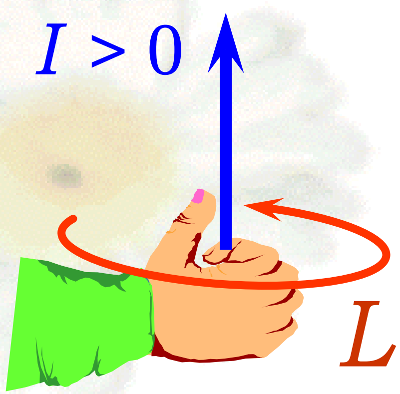
成立条件：

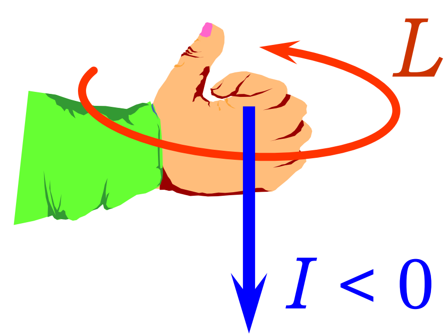
真空；稳恒磁场

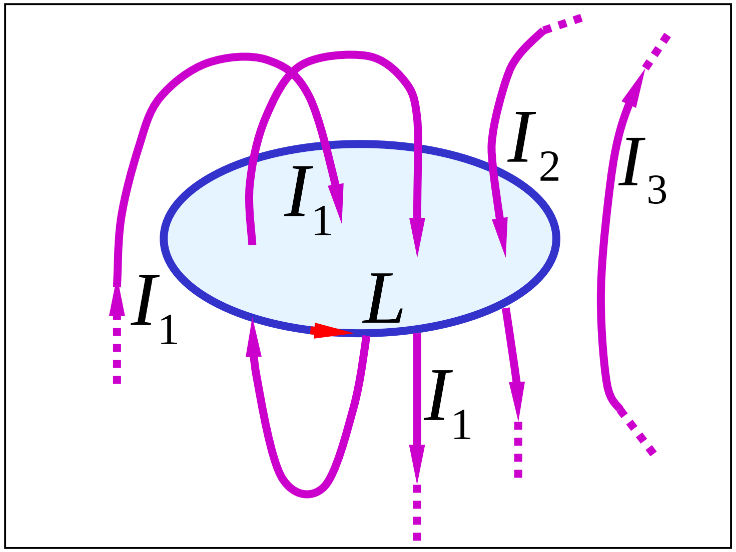
$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \boxed{\sum_{i=1}^{n} \pm I_i}$$

闭合路径 L 所包围的各电流的代数和

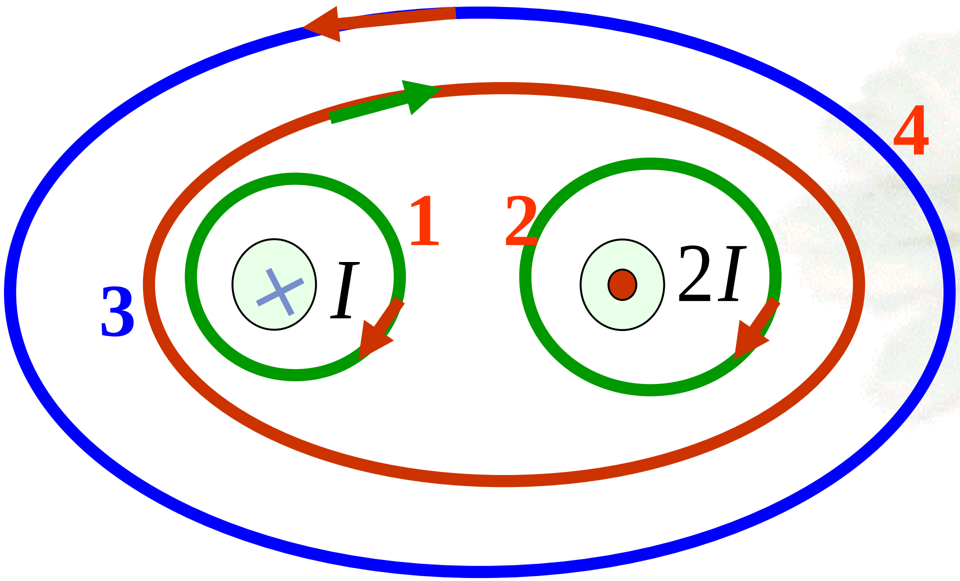
电流 I 正负的规定：I 与 L 的绕行方向成右螺旋时，I 为正；反之为负.







$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\mu_0 (I_1 + I_2)$$



$$\oint_{L_1} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_{L_2} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -2\mu_0 I$$

$$\oint_{L_3} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\mu_0 I$$

$$\oint_{L_4} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I$$

原则上: 毕奥-萨伐尔定律
磁感应强度叠加原理

推导 → 安培环路定理

3.验证

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$$

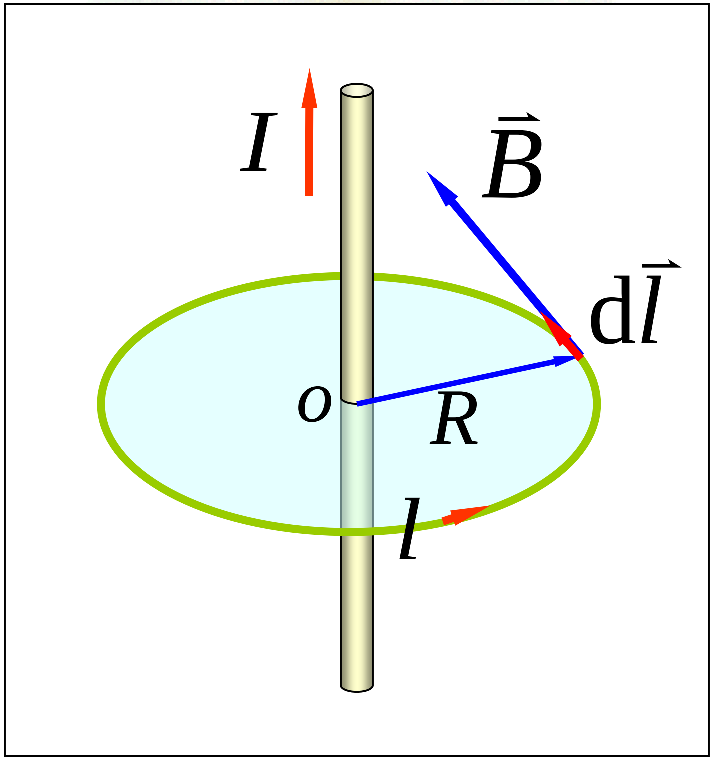
以无限长载流直导线的磁场为例

推广

任何电流的磁场

3、验证安培环路定理

$$\boxed{\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} \pm I_i} \Rightarrow \boxed{\oint_l \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I}$$



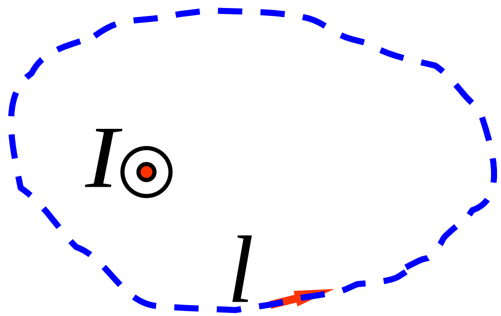
载流长直导线的磁感强度为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

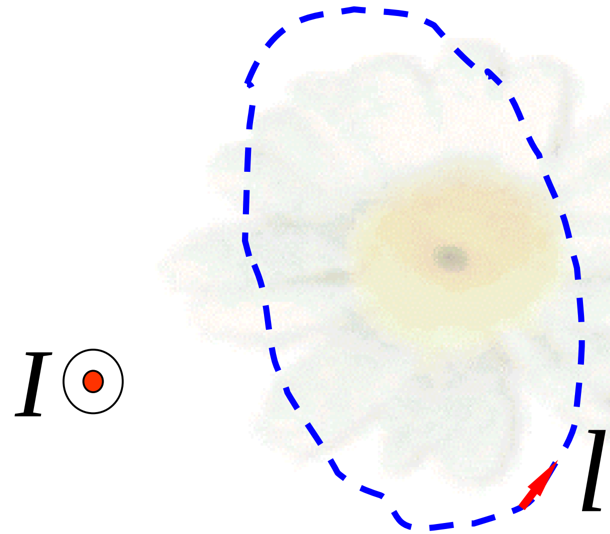
$$\oint_l \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\mathrm{d}l$$

$$\boxed{\oint_l \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I}$$

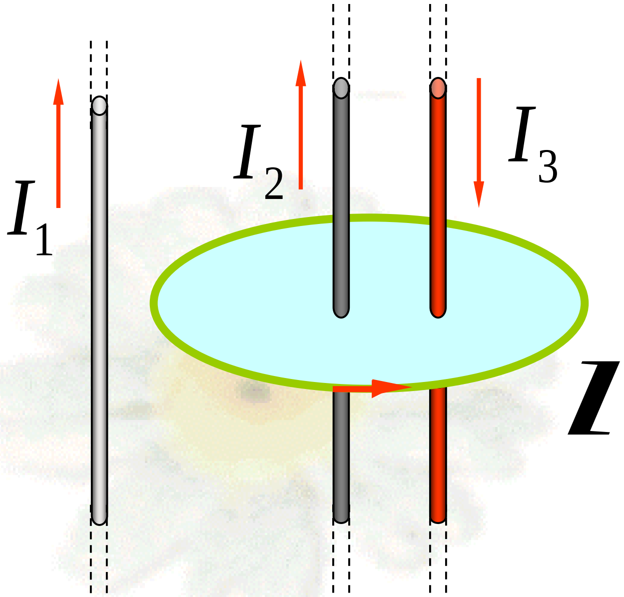
设闭合回路 l **为圆形回路**（l 与 I 成**右**螺旋）

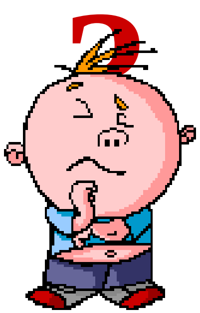


l 与 I 成右螺旋



l 与 I 成右螺旋

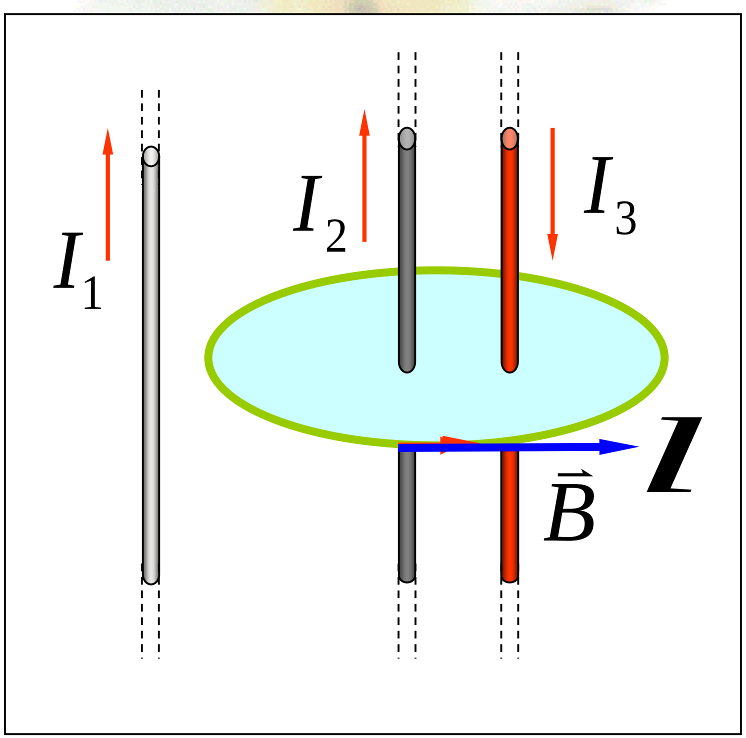




4. 对安培环路定理的**理解**

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$$

（1）定理表达式中**B**是**闭合环路上**各点的**总磁感应强度,**是由**空间所有电流共同激发**的



$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

（2）$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}$ 只与闭合回路内电流代数和有关

（3）闭合环路不包围的电流对 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}$ 没有贡献

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_2 - \mu_0 I_3$$

4. **对**安培**环**路定理的理解

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

→ **静电场**是**保守场**

可引入**电势**

（4）$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} \neq 0$$

→ **稳恒磁场**是非**保守场**，也叫**涡旋场**

不可引入**磁势**

（5）**该**定理可用于**求解对称性磁场的B分布**

稳恒电流 —激发→ **稳恒磁场**

问题：

由稳恒电流所激发的**稳恒磁场的性质如何**?

稳恒磁场的 高斯定理

稳恒磁场的 环路定理

稳恒磁场是 ___?___ 场

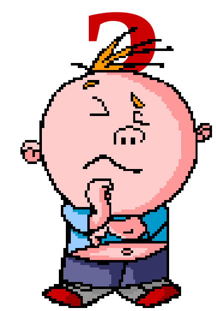
真空中静电场	真空中稳恒磁场
$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$	$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$
保守场，或无旋场	非保守场，或涡旋场
$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$	$\oint \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$
电场线起于正电荷、止于负电荷。静电场是有源场	磁感应线闭合、磁场是无源场

§5-4 稳恒磁场的安培环路定理

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} \pm I_i$$

稳恒磁场是非保守场

求解对称性磁场的B分布



类比静电场高斯定理的应用

回顾静电场高斯定理的应用

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{in}$$

（1）对称性分析；（应用的条件）

（2）根据对称性选择合适的高斯面；（解题的关键）

- 通过所求点;
- 高斯面上各点场强大小相等,各面元与场强垂直
- 选取规则形状

（3）应用高斯定理计算;

$$\left.\begin{aligned} \phi_e &= \oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = ? \\ \sum q_{in} &= ? \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \phi_e = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} \Longrightarrow E = ?$$

三、安培环路定理的应用

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} \pm I_i$$

- 对称性分析；（应用的条件）
- 根据对称性选择合适的安培环路；（解题的关键）

(1) 通过所求点；

(2) 回路上各点 $\vec{B}$ 大小相等，$\vec{B} // d\vec{l}$

(3) 选取规则形状

- 应用安培环路定理计算；

$$\int_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

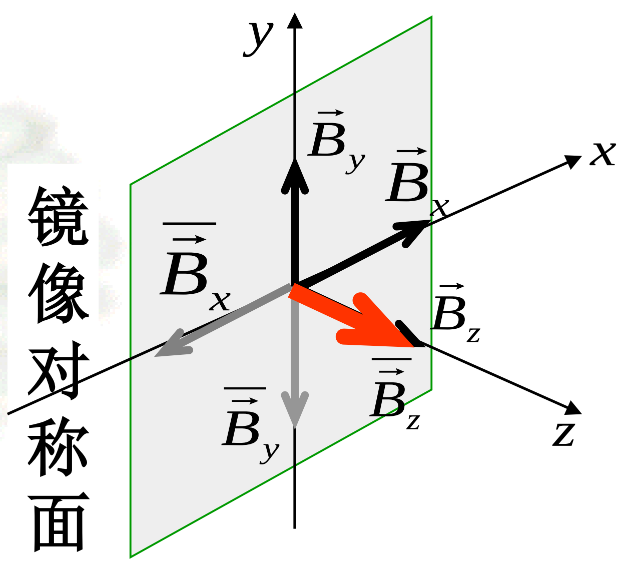
$$\left.\begin{array}{l} \text{计算:} \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} \\ \text{计算} \sum I_i \end{array}\right\} \Longrightarrow \text{求出B}$$

补充：

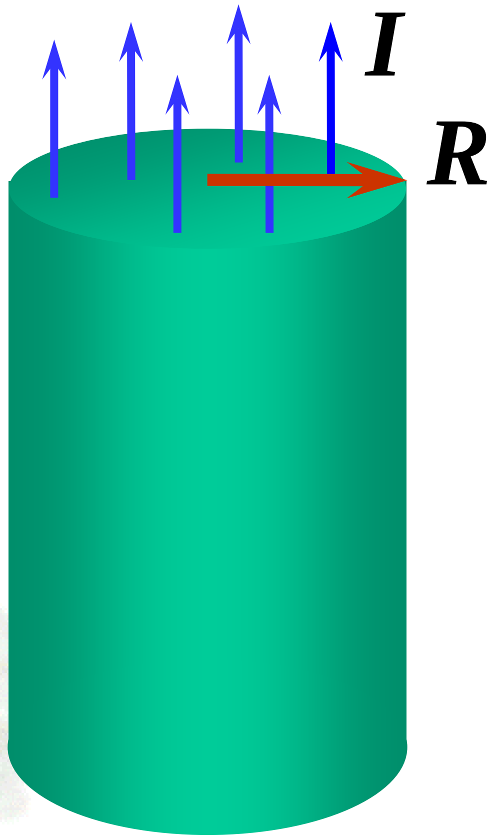
分析磁场对称性特点时用到的一个重要结论

若两电流元关于某个面镜像对称，

则它们在此对称面上产生的合磁感应强度**必与此面垂直**

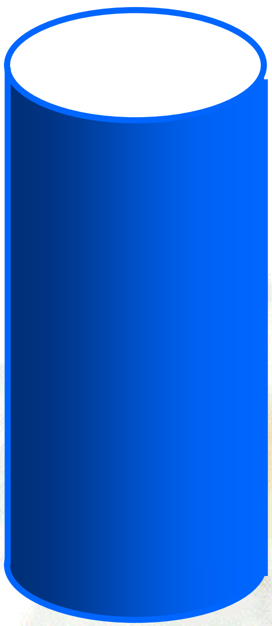


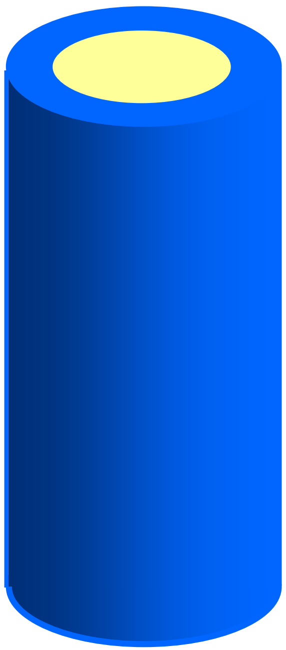
例1. 无限长**载流圆柱导体**的磁场分布



均匀载流长直圆柱体的磁场问题

可扩展为：

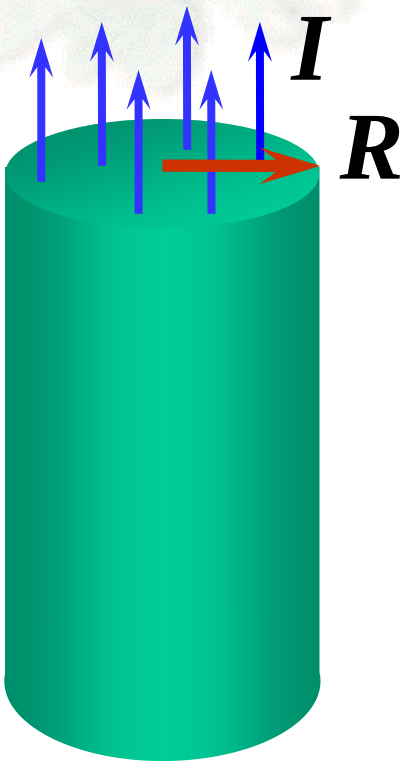




例1. 无限长**载流圆柱导体**的磁场分布

已知：I、R

电流沿轴向，在截面上均匀分布



电流分布——**轴对称**

例1 无限长载流圆柱体的磁场

解 1）对称性分析：

到圆柱体距离相等的各点，$\vec{B}$ 的大小相等，在与圆柱垂直的平面内，$\vec{B}$ 的方向沿圆心在轴线的圆周的切线方向，$\vec{B}$ 与电流方向成右手螺旋关系

2）选取回路

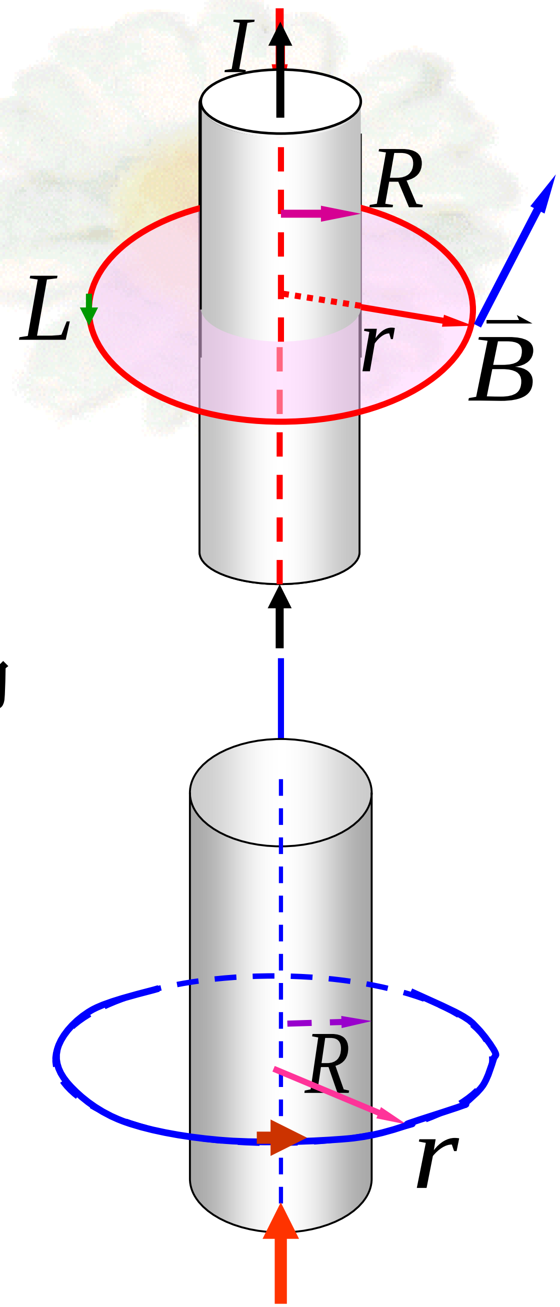
在与圆柱垂直的平面内，选择与场点到轴线的距离为半径的圆周作为安培环路，如图所示：

$r > R$

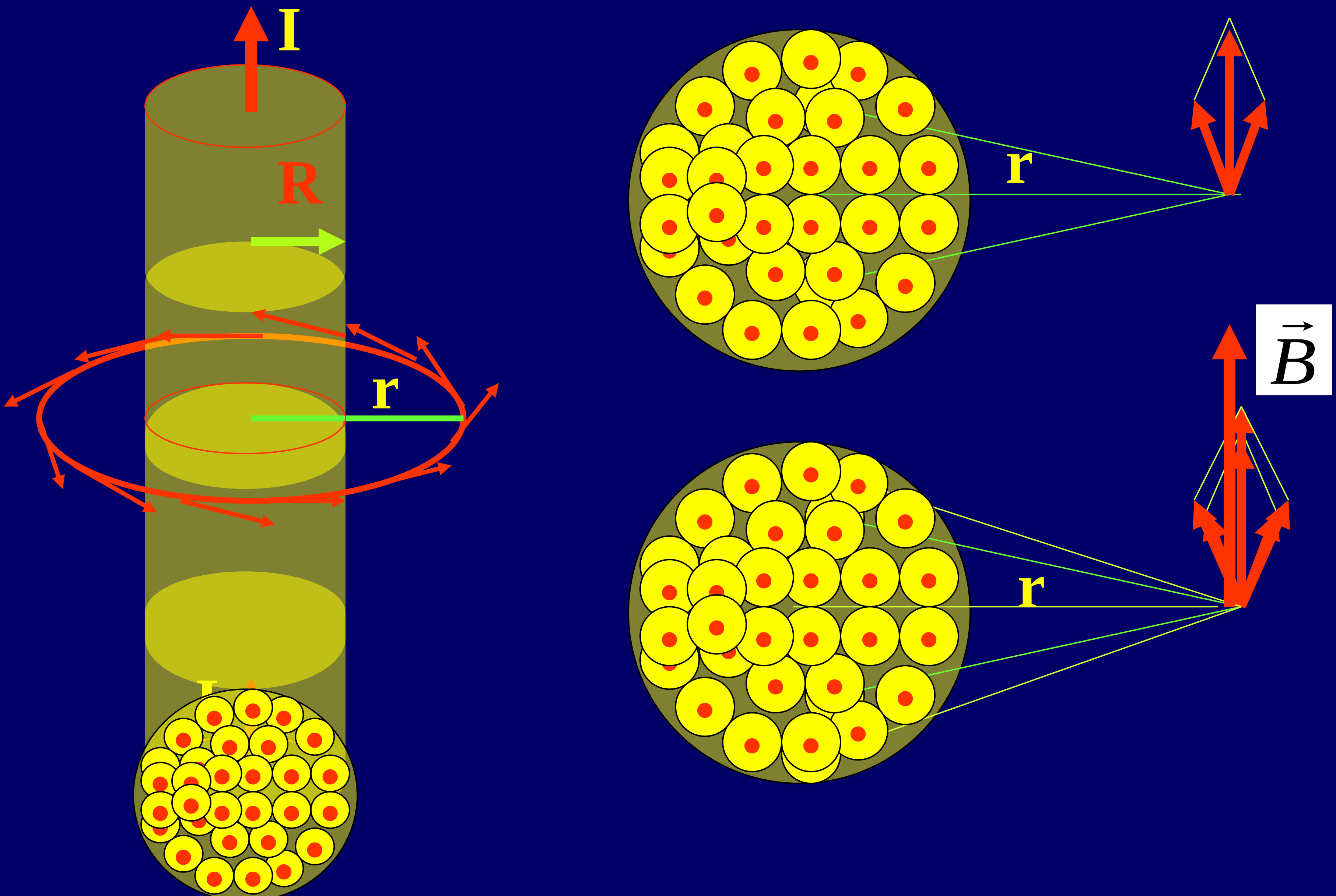
$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = B\cdot 2\pi r \qquad \sum I_i = I$$

由 $\int_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$ 得：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (r > R)$$



磁场分布的分析：



$0 < r < R$

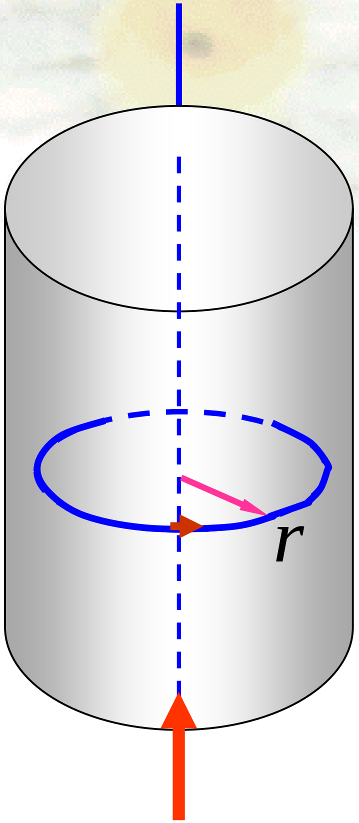
$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = B \cdot 2\pi r$$

$$\sum I_i = \frac{I}{\pi R^2}\pi r^2 = \frac{Ir^2}{R^2} \quad (r \le R)$$

由 $\int_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$ 得：

$$2\pi\, rB = \frac{\mu_0 r^2}{R^2} I$$

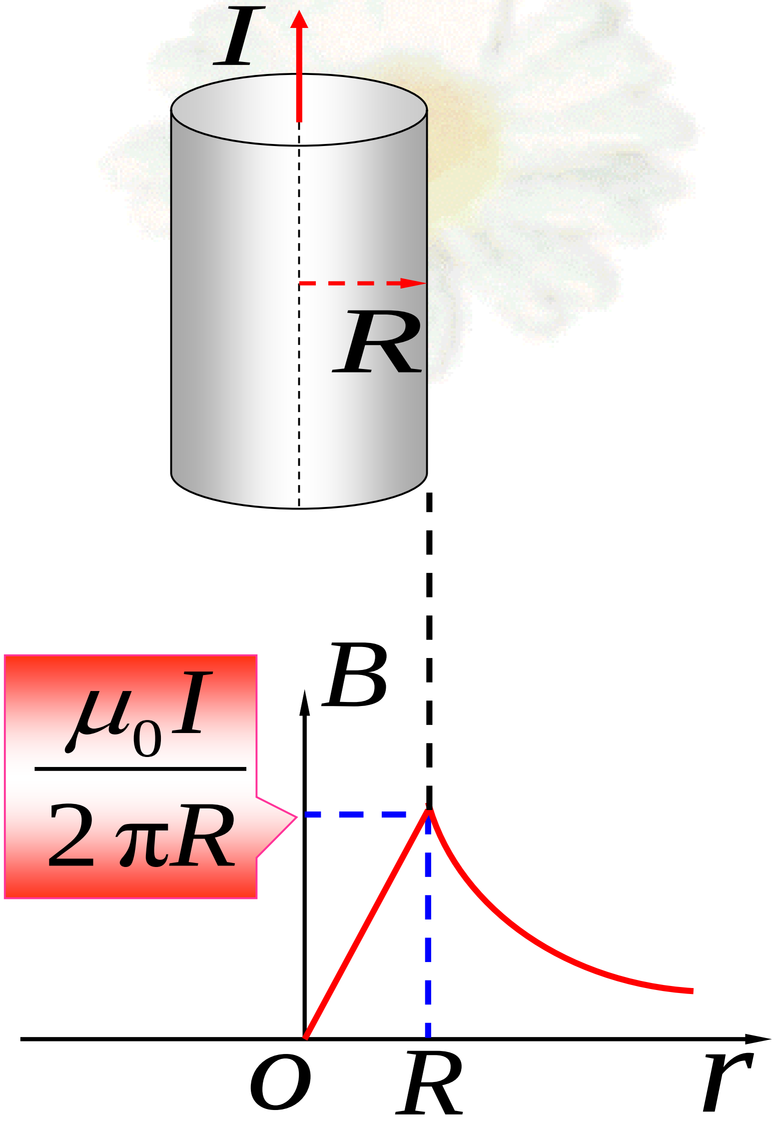
$$\boxed{B = \frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2} (r < R)}$$



例1　无限长载流圆柱体的磁场

$$\begin{cases} 0<r<R, & B=\dfrac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \\ r>R, & B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{cases}$$

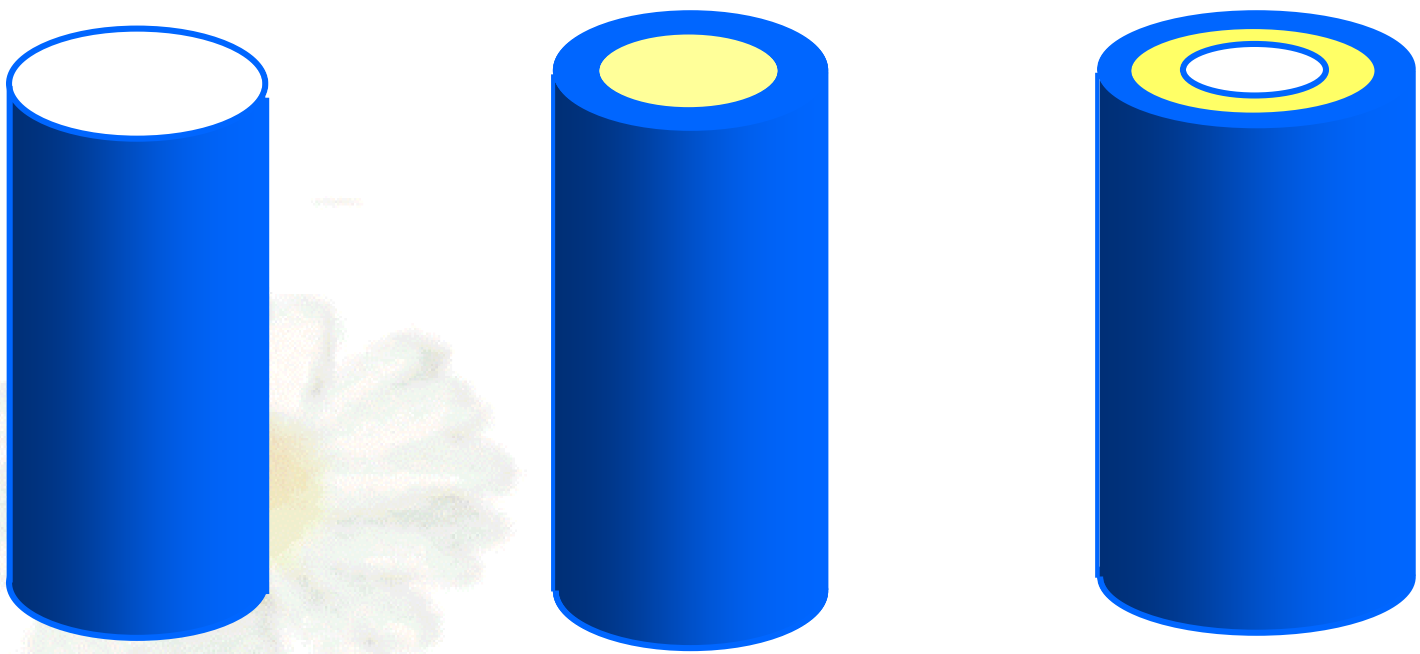
$\vec{B}$ 的方向与 I 成右螺旋



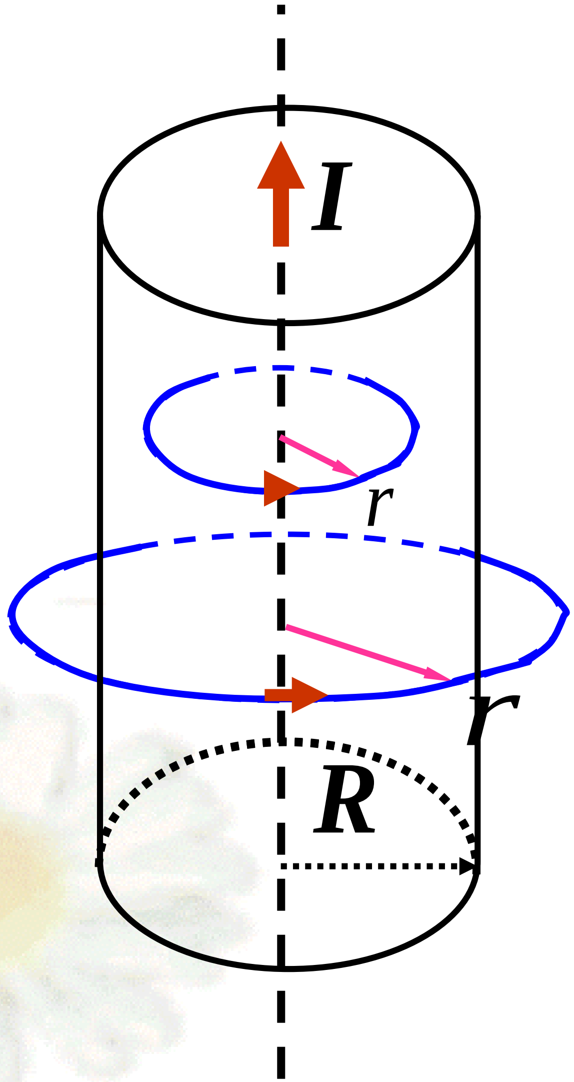
均匀载流长直圆柱体的磁场问题可扩展为

在与圆柱垂直的平面内，选择与场点到轴线的距离为半径的圆周作为安培环路

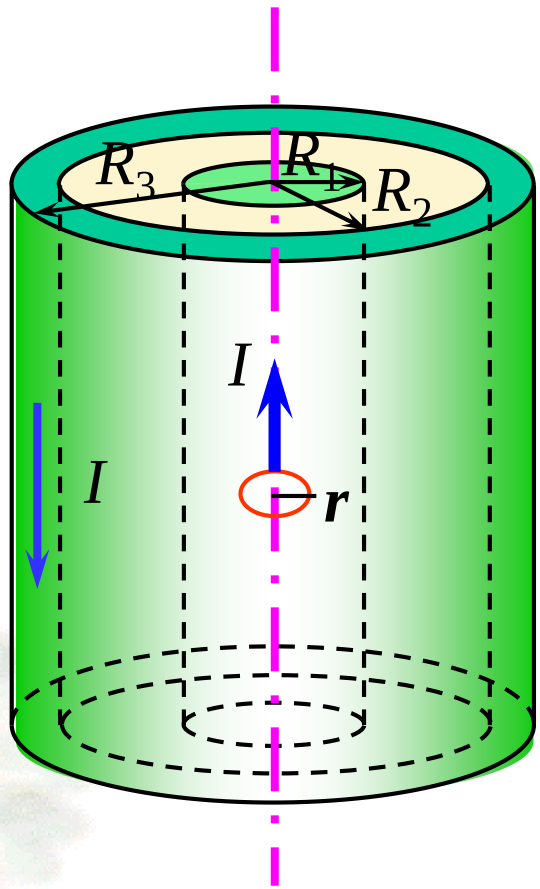
$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = B\cdot 2\pi r$$

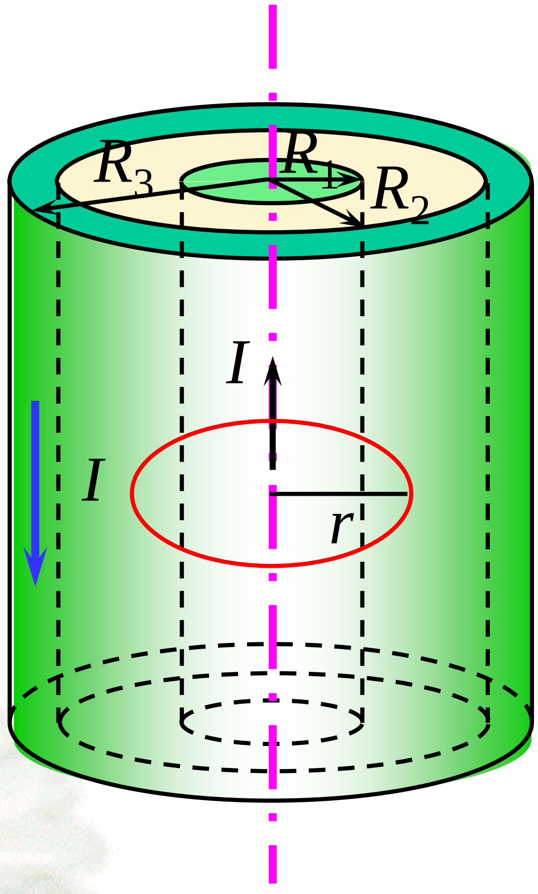


221页5-10：长直载流圆柱面。已知：I、R

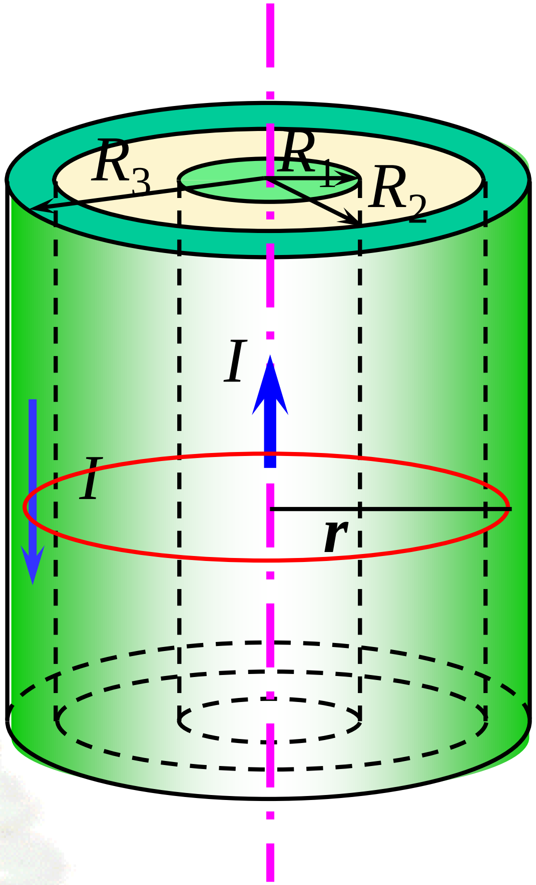


5-11、同轴电缆的内导体圆柱半径为R_1，外导体圆筒内外半径分别为R_2、 R_3，电缆载有电流I，求磁场的分布。

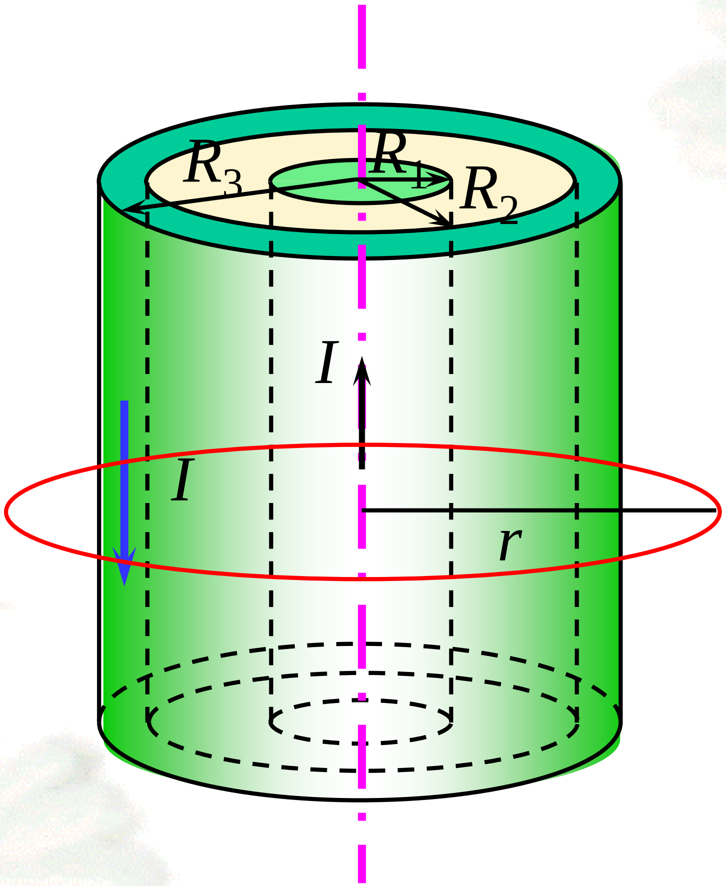




R3
R1
R2
I
I
r

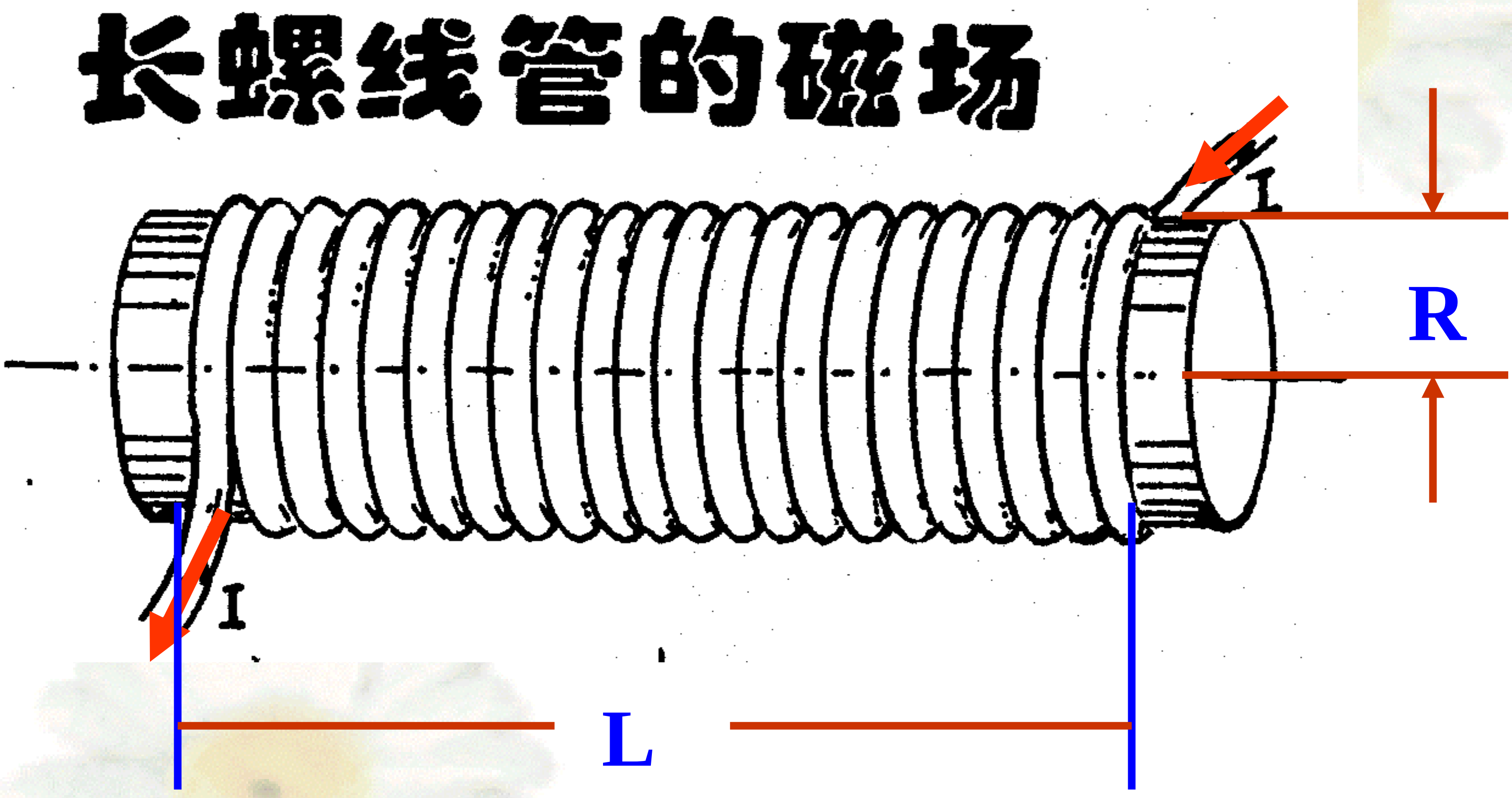


R_3
R_1
R_2
I
I
r



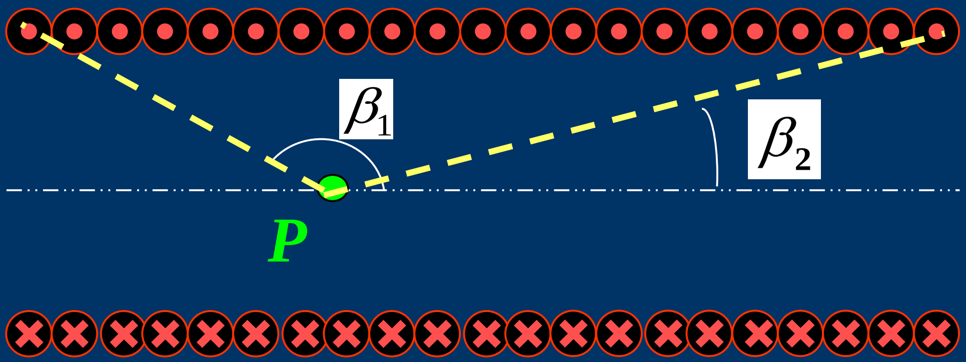
R_3
R_1
R_2
I
I
r

例2：求长直密绕螺线管的磁场



$$\boxed{n = \frac{N}{L}}$$:单位长度导线匝数

$$B=\frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\beta_2-\cos\beta_1\right)$$



讨论

无限长载流螺线管

$\beta_1 \to \pi$

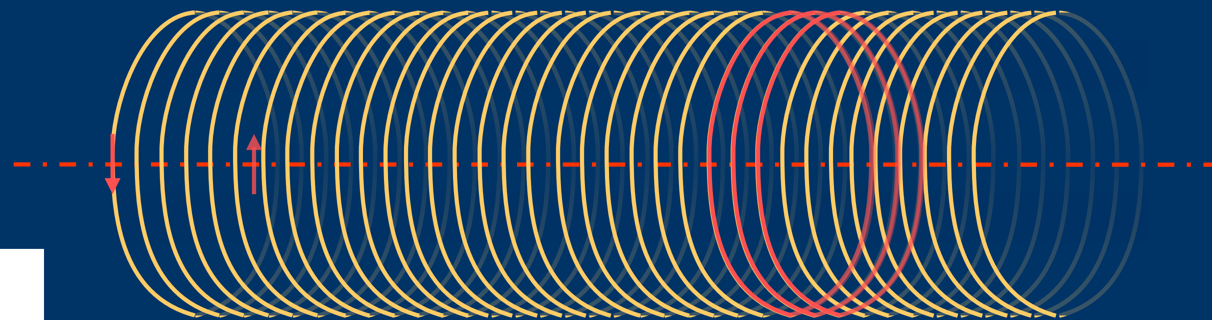
$\beta_2 \to 0$

$$B=\mu_0 nI$$

无限长载流螺线管轴线上任意一点的磁感应强度

例2：求长直密绕螺线管的磁场

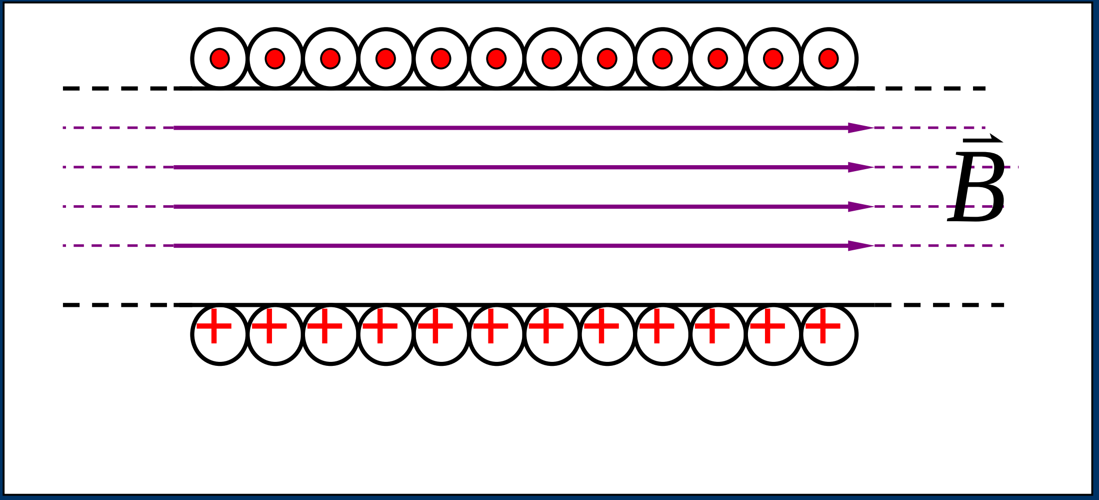
已知螺线管半径为R ，单位长度上有n 匝



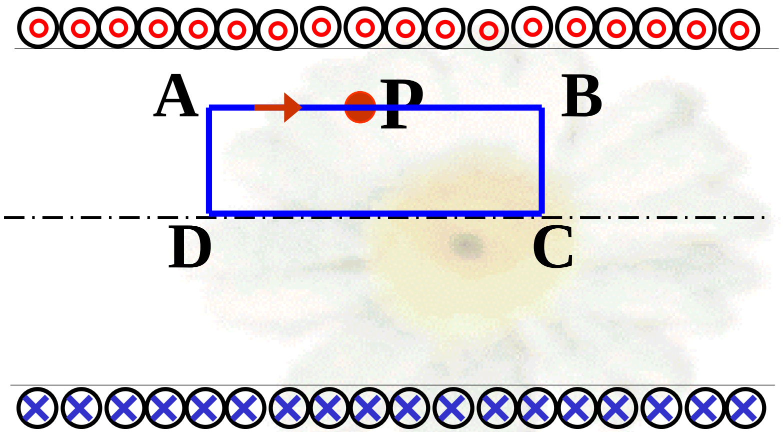
对称性特点：

到螺线管轴线距离距离相等的各点，$\vec{B}$ 的大小相等，

$\vec{B}$的方向与轴线平行，与电流成右螺旋.



（1）螺线管内的磁场



取环路*L*=ABCDA，如图

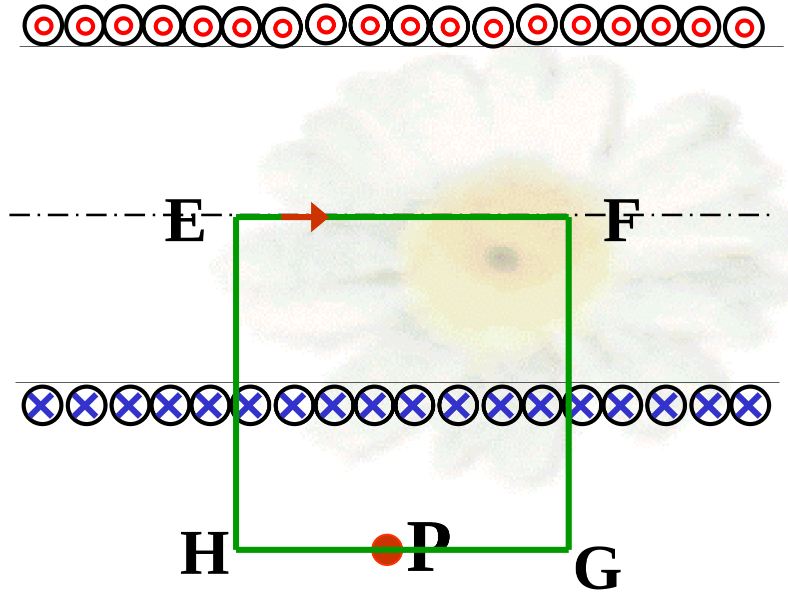
$$\oint_l \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{AB}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \cancel{\int_{BC}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}} + \int_{CD}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \cancel{\int_{DA}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

$$= B\overline{AB} - \mu_0 nI\overline{CD}$$

$$\sum I_i = 0$$

由 $\int_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$ 得：$\boxed{B_{内} = \mu_0 nI}$ → 匀强磁场

（2）螺线管外的磁场



取环路L=EFGHEA，如图

$$\oint_l \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{EF}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \cancel{\int_{FG}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}} + \int_{GH}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \cancel{\int_{HE}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

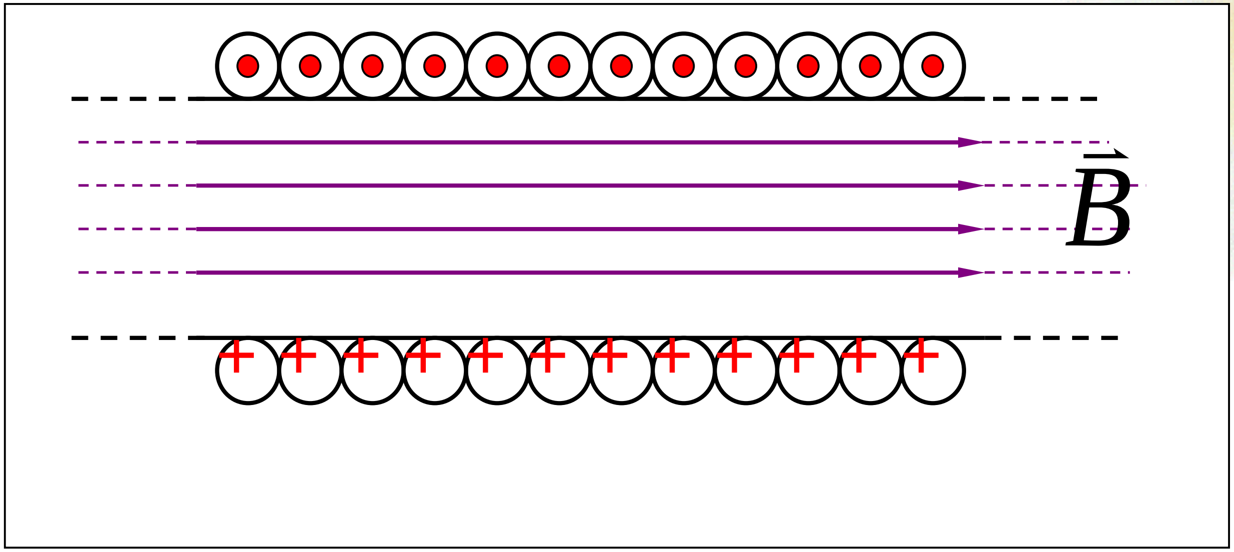
$$= \mu_0 nI\,\overline{EF} - B\overline{GH}$$

$$\sum I_i = n\overline{GH}I$$

由 $\int_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$ 得：

$$\boxed{B_{外} = 0}$$

例2：求长直密绕螺线管的磁场



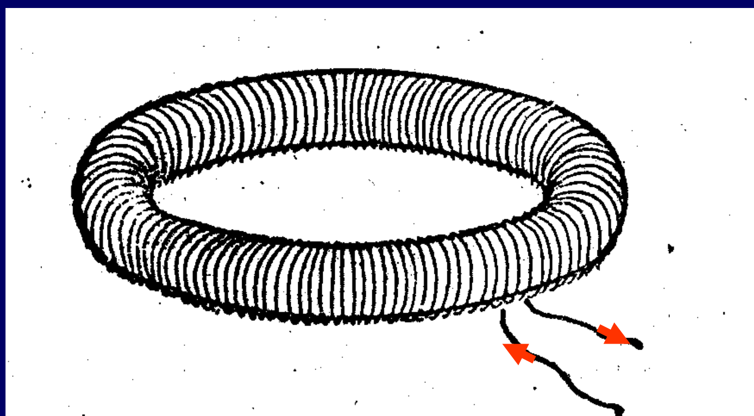
221页5-14

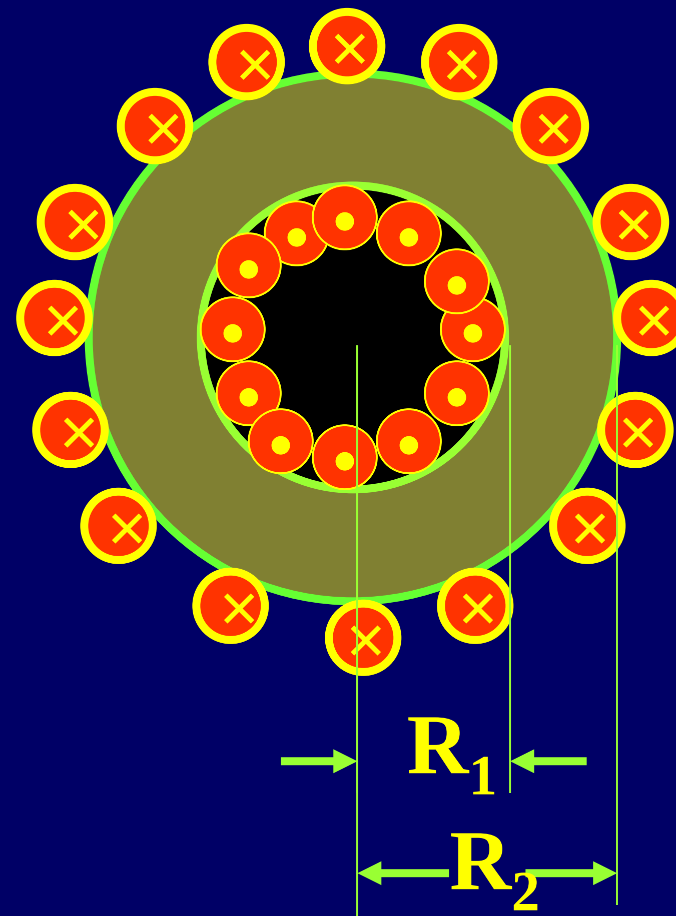
$$B_{内} = \mu_0 nI$$

$$B_{外} = 0$$

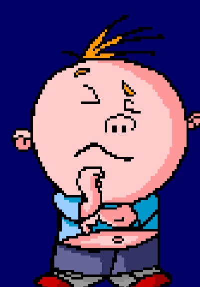
无限长载流螺线管内部磁场处处相等，
管内为匀强磁场，管外磁场为零.

例3:求载流密绕螺绕环内的磁场





对称性分析



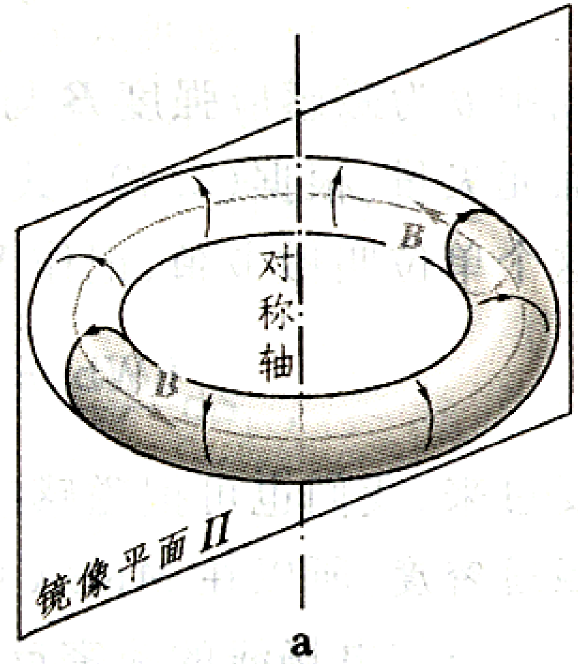
已知：R_1、R_2匝数N
电流I

例3：求载流密绕螺绕环内的磁场

对称性分析

在环内, 到环心距离距离相等的各点, $\vec{B}$ 的大小相等,

$\vec{B}$ 的方向沿圆心在轴线的圆周的切线方向, 与电流成右螺旋.



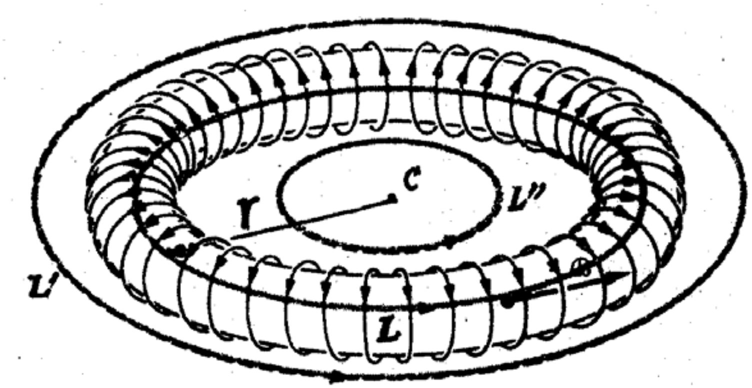
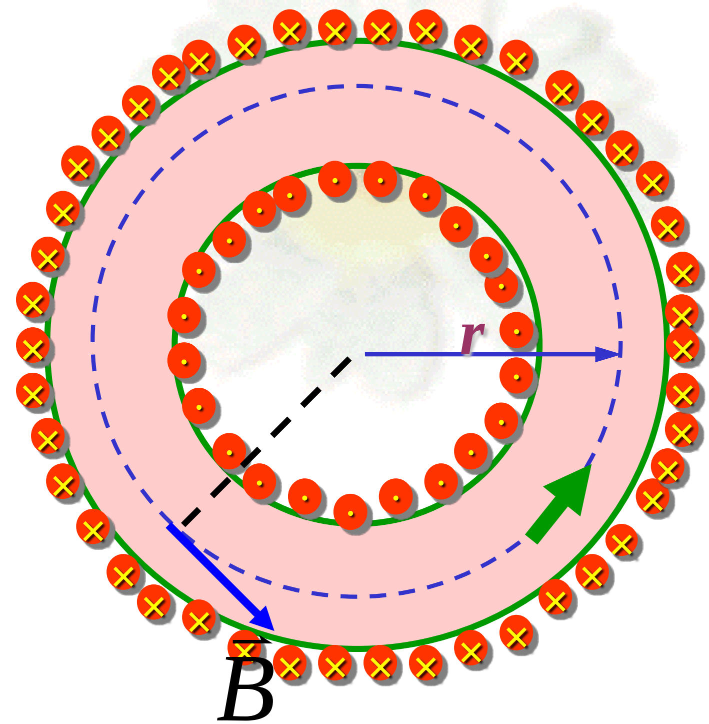


Fig. 6-6. A toroidal coil.

例3:求载流密绕螺绕环的磁场

（1）环内磁场:



作半径为r圆为安培环路L，如图

$$\oint_l \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 2\pi r B$$

$$\sum I_i = NI$$

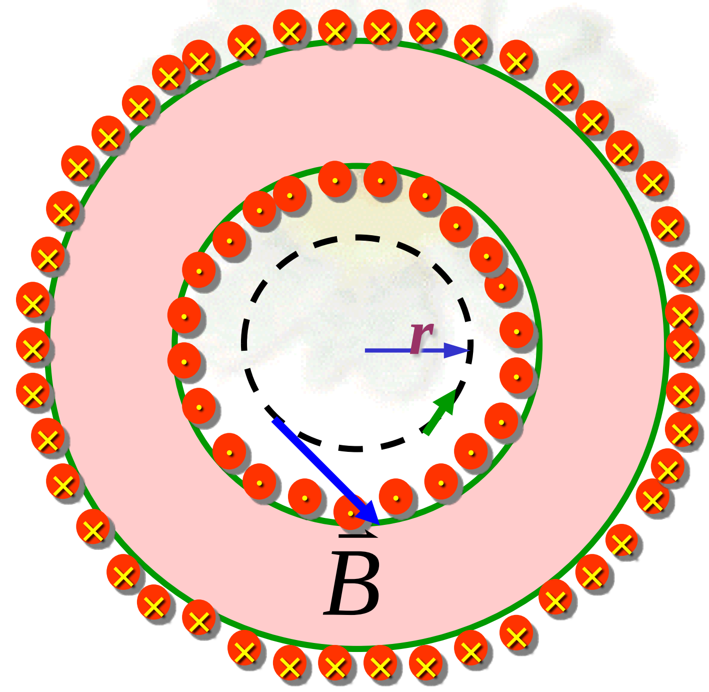
由 $\int_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$ 得:

$$B\cdot 2\pi r = \mu_0 NI \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}}$$

例3：求载流密绕螺绕环的磁场

（2）环外磁场：

作半径为r圆为安培环路L，如图



$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = 2\pi r B$$

$$\sum I_i = 0$$

由 $\int_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$ 得：

$$B\cdot 2\pi r = 0$$

$$\boxed{B = 0}$$

例3：求载流密绕螺绕环的磁场

（2）环外磁场：

作半径为r圆为安培环路L，如图

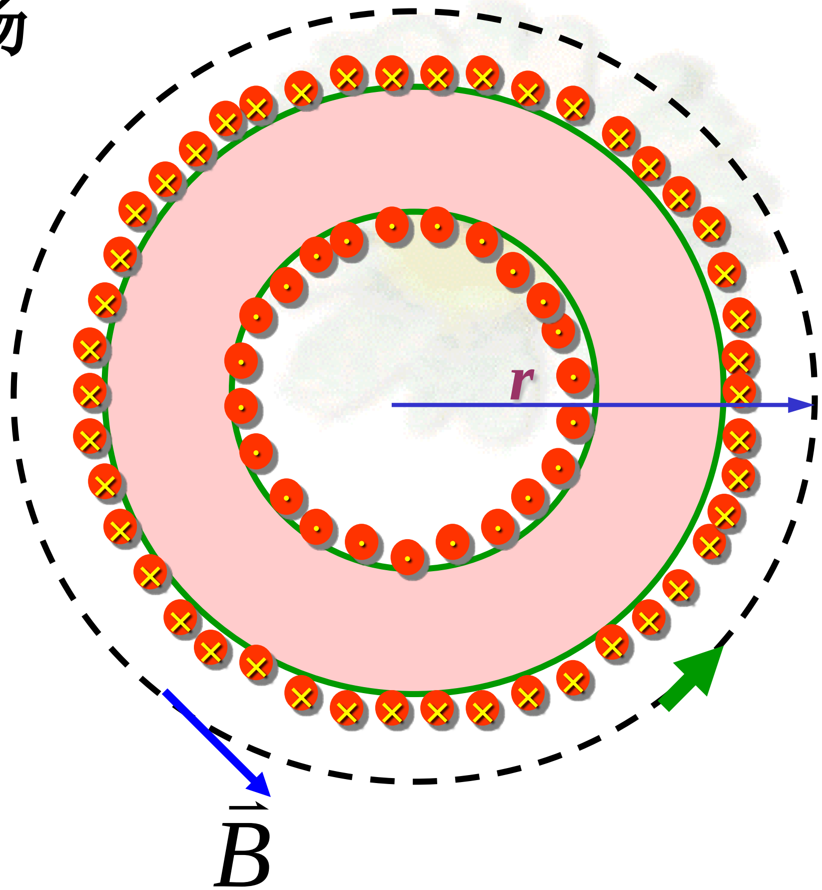
$$\oint_l \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 2\pi r B$$

$$\sum I_i = NI - NI = 0$$

由 $\int_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$ 得：

$$B\cdot 2\pi r = 0$$

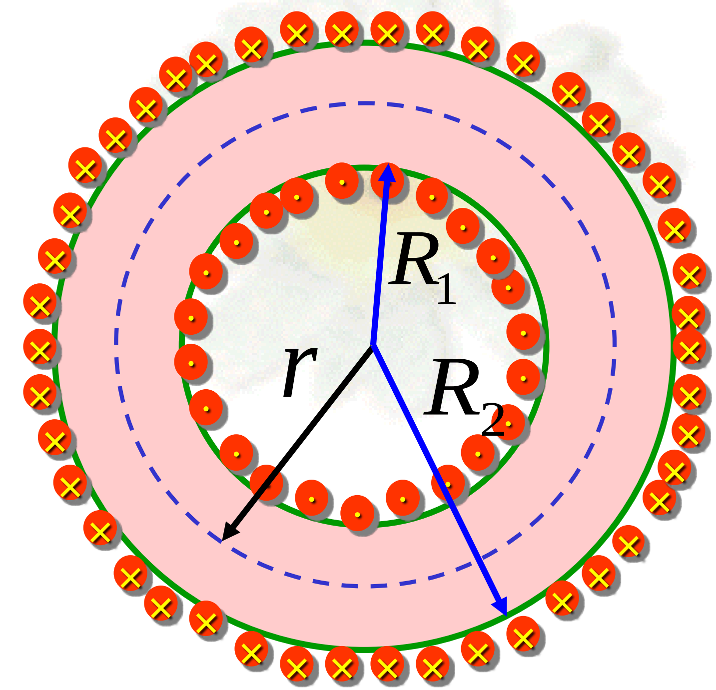
$$\boxed{B = 0}$$

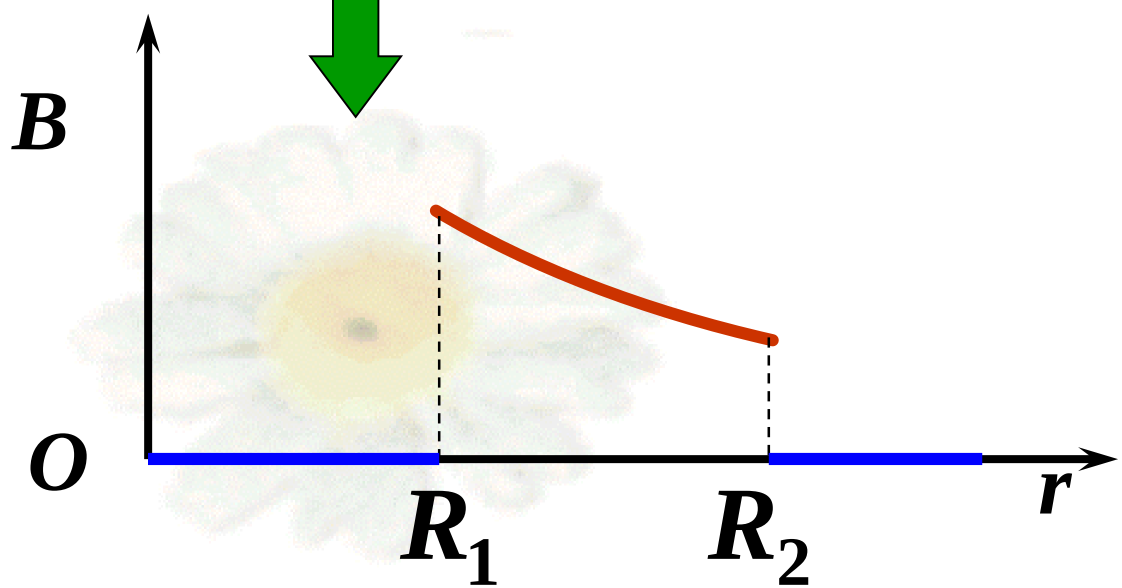


载流螺线环的磁场分布

$$B=\frac{\mu_0 NI}{2\pi r},\ R_1<r<R_2$$

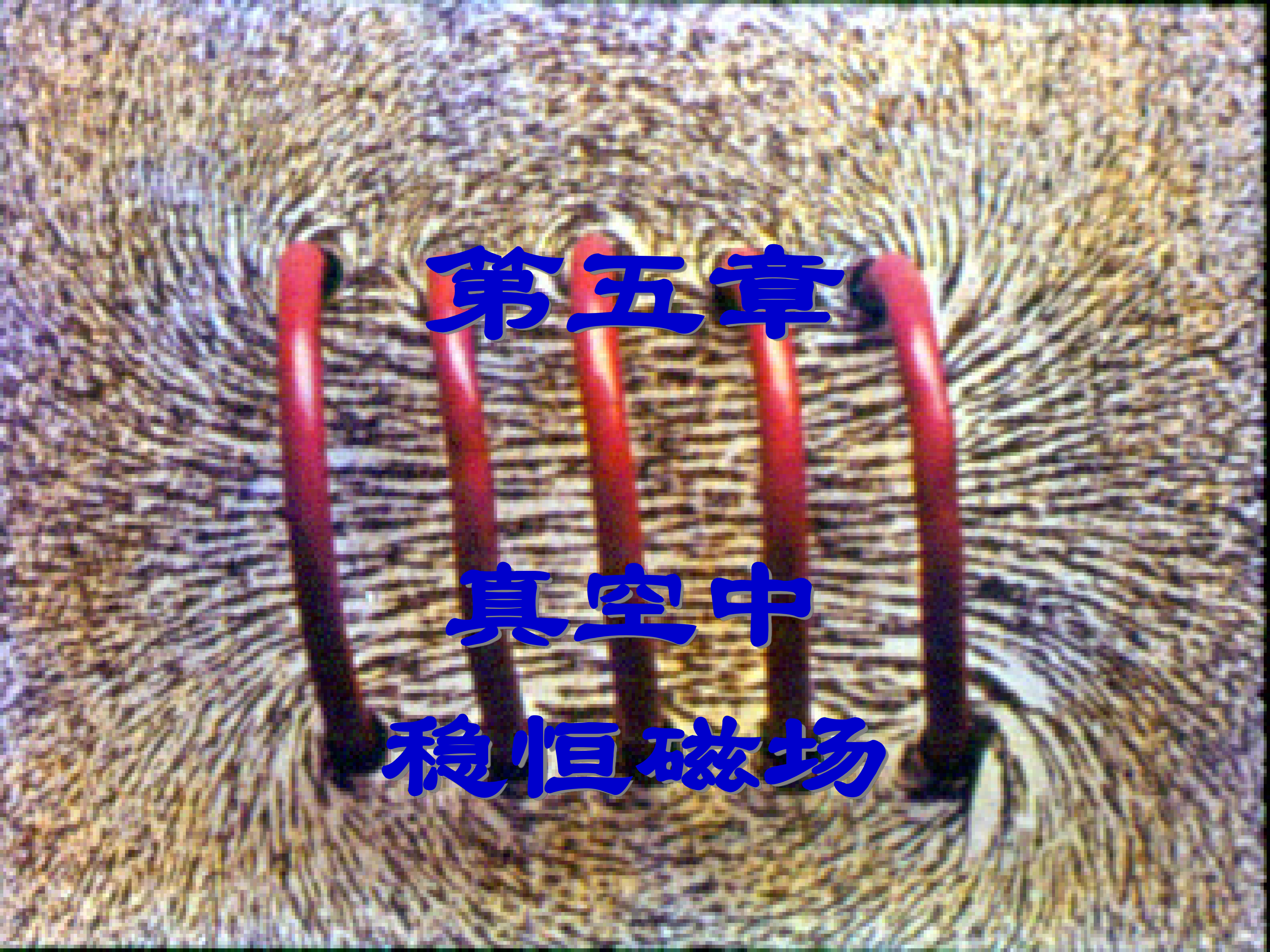
$$B=0,\qquad R_2<r,\ r<R_1$$





作业：

221页：5-13



第五章

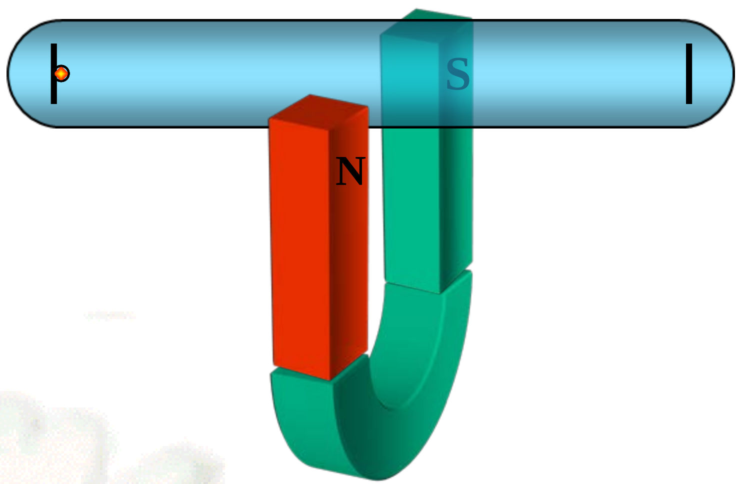
真空中
稳恒磁场

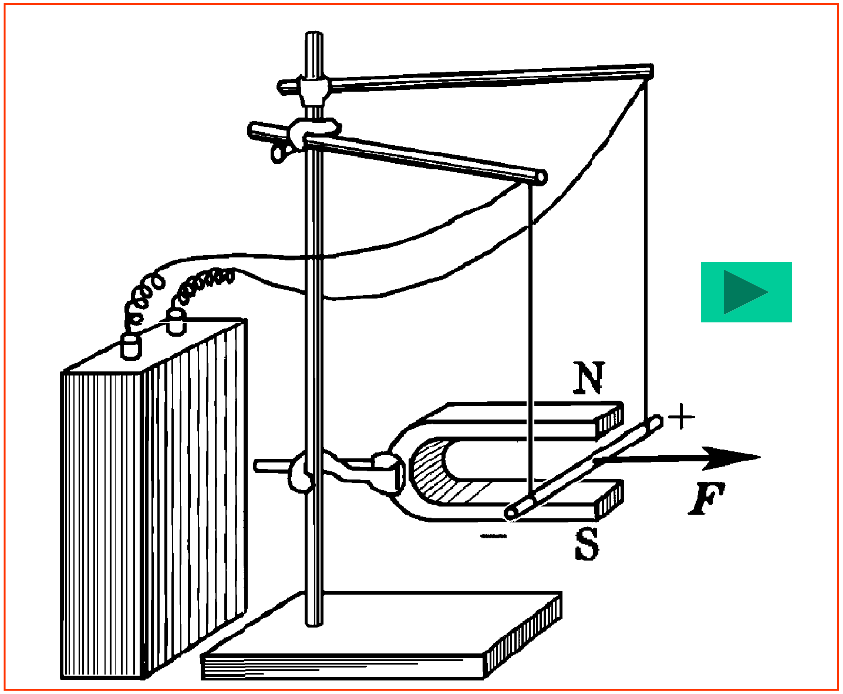
5-1 磁场 磁感强度

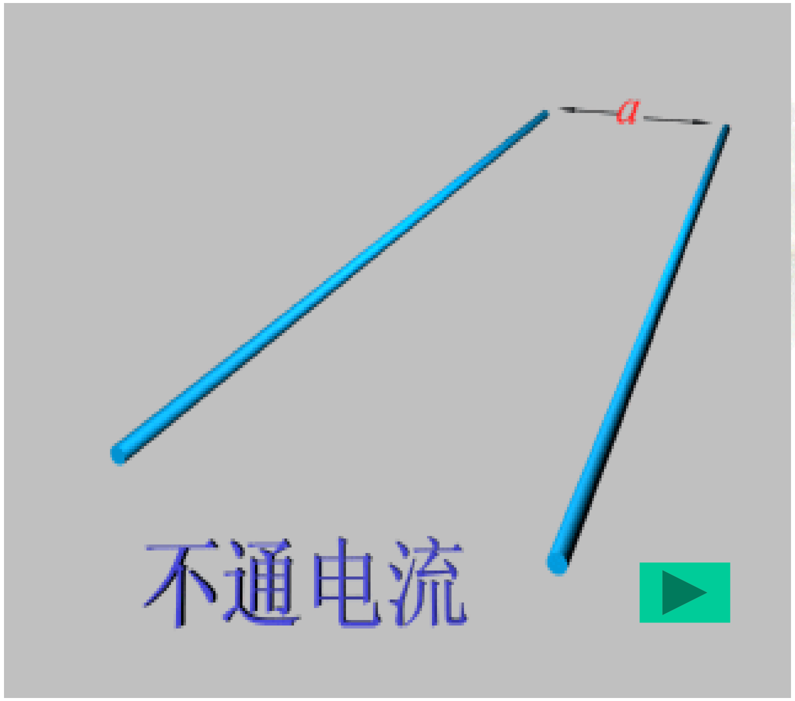
5-2 毕奥-萨伐尔定律

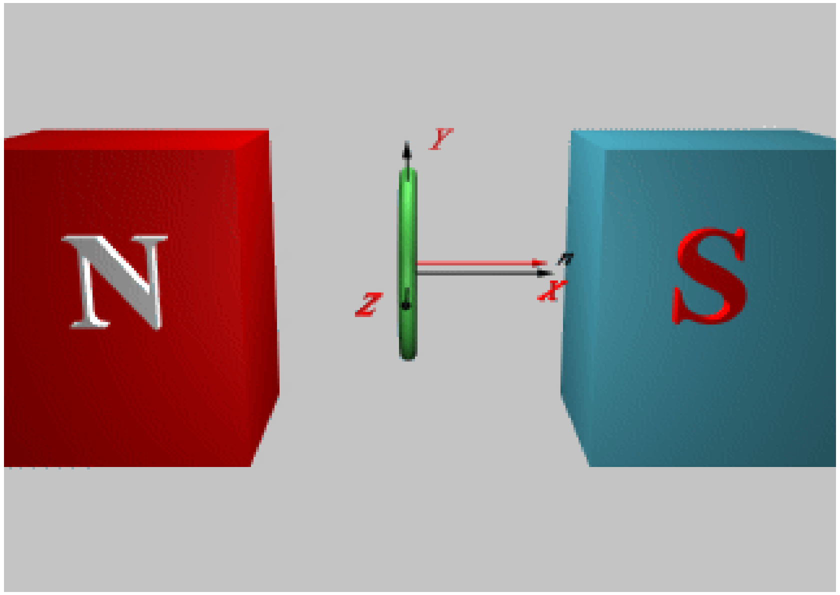
5-3 磁通量 磁场的高斯定理

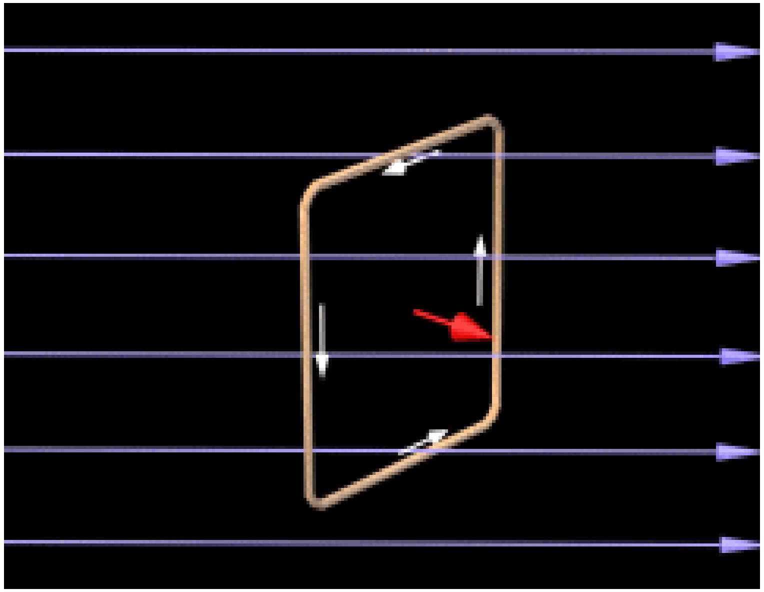
5-4 安培环路定理


S
N


N
+
F
−
S


a
不通电流


Y
N
Z
X
S



§5-6　带电粒子在磁场中的运动

§5-7　磁场对载流导线的作用

§5-6　带电粒子在磁场中的运动

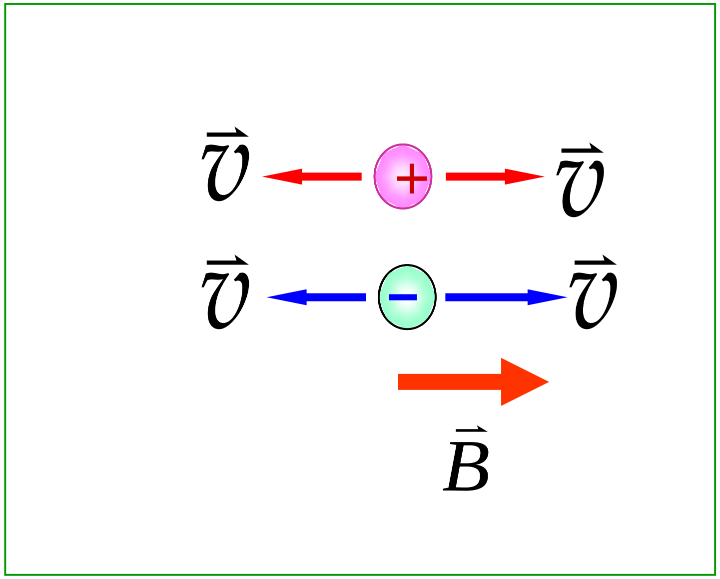
主要研究**两个问题**：

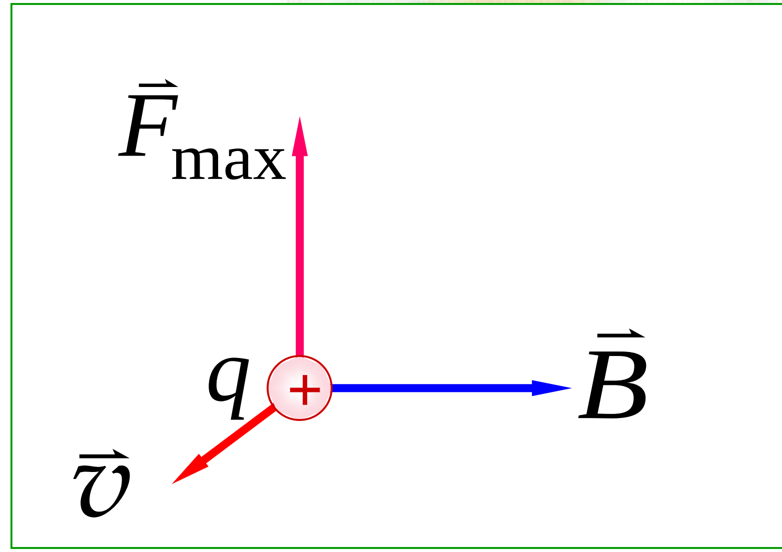
- 运动电荷在磁场中所受的力如何?

  洛仑兹力

- 带电粒子在匀强磁场中如何运动?

一、带电粒子在磁场中所受的力---洛伦兹力



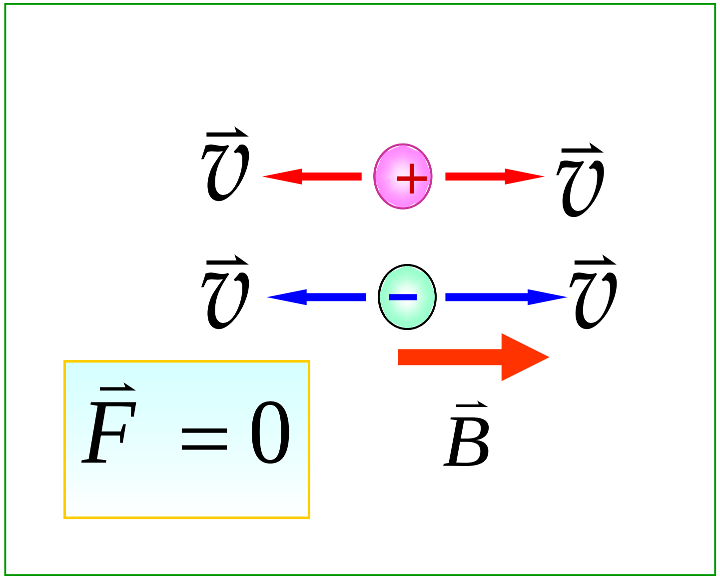


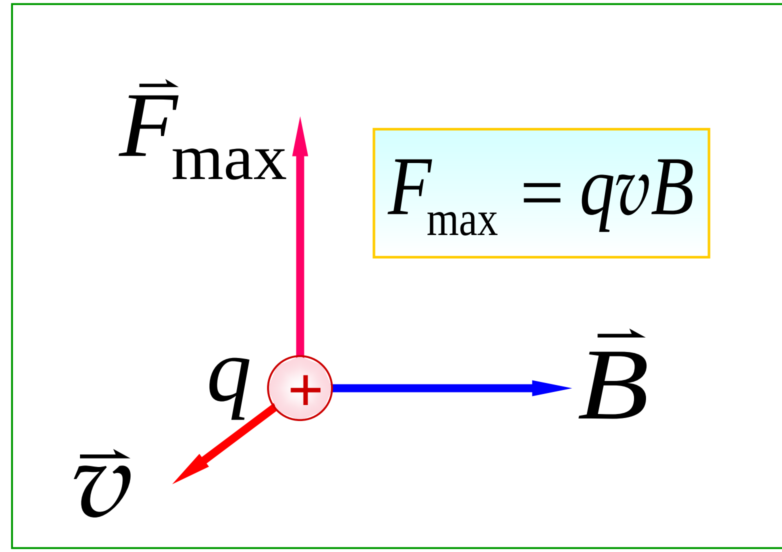
当 $\vec{v}//\vec{B}$ 时

$$\vec{F}=0$$

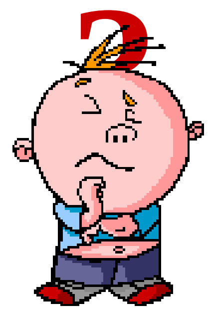
当 $\vec{v}\perp\vec{B}$ 时

$$B=\frac{F_{\max}}{qv}\Rightarrow F_{\max}=qvB$$



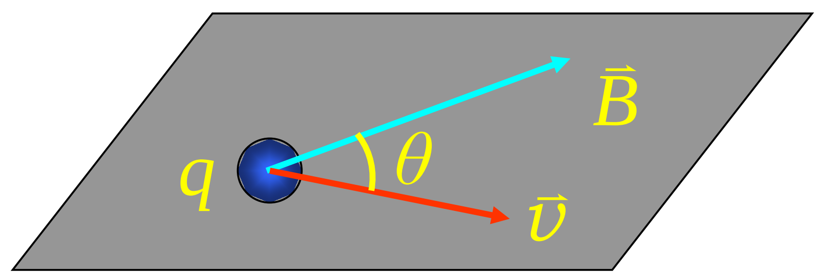


当$\vec{v}$与$\vec{B}$成任意角度θ



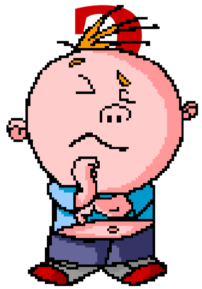
$$\vec{v}=\vec{v}_{//}+\vec{v}_{\perp}$$

$$F=qvB\sin\theta$$

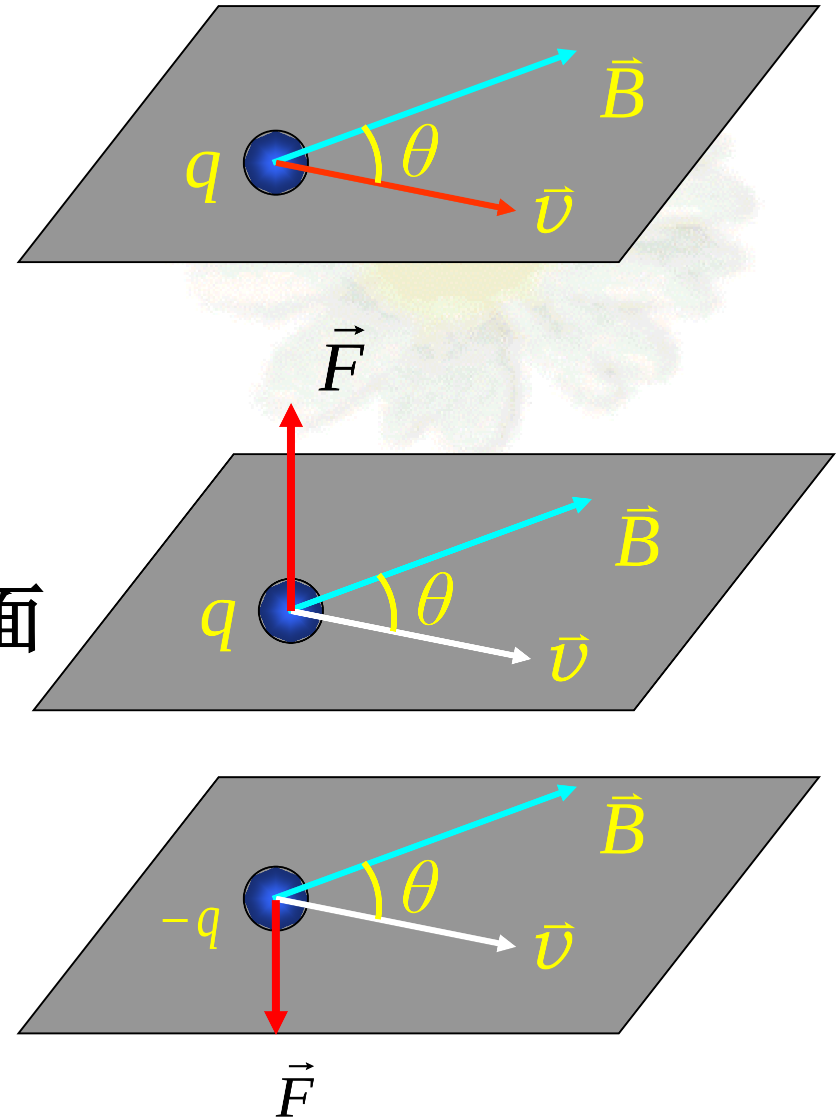


大小：$F = qvB\sin\theta$

方 向 ：



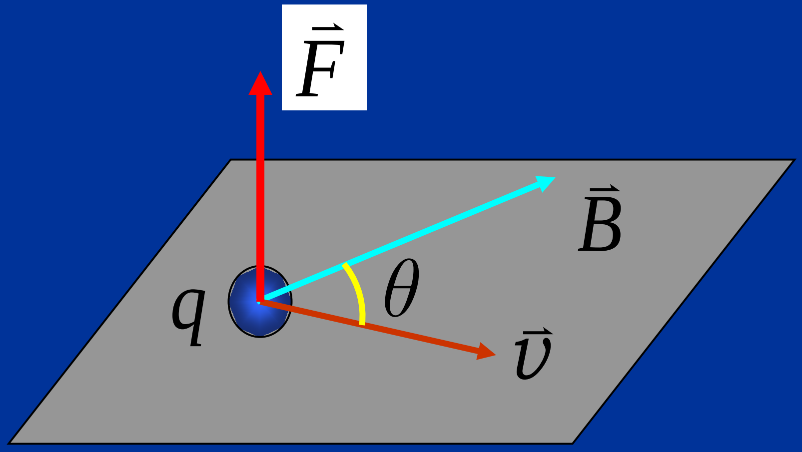
其方向垂直于 $\vec{v}$ 和 $\vec{B}$ 构成的平面



正电荷 $\vec{F}$ 、$\vec{v}$ 、 $\vec{B}$ 三者方向满足右手螺旋法则，负电荷相反。

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

讨论 $\boxed{\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}}$



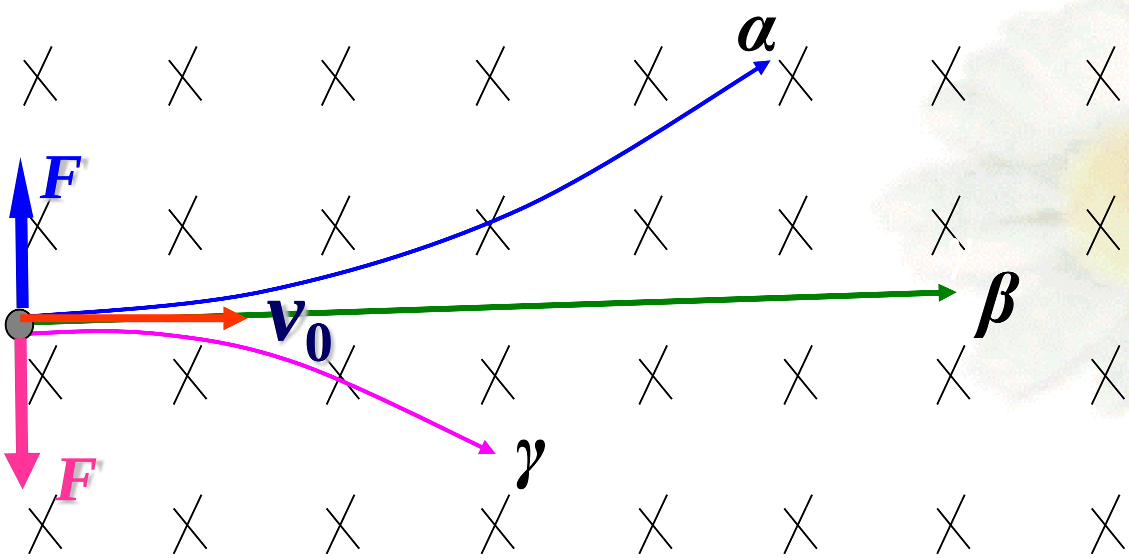
（1） 若 $\vec{v}=0, q=0$, 或 $\vec{v}\,//\,\vec{B}$, 则 $\vec{F}=0$

（2）洛仑兹力对运动电荷**不做功**，

洛伦兹力**不改变**带电粒子的**速率(动能）**，

它只**改变**带电粒子的**运动方向(动量）**，

使电荷的运动**路径弯曲**



上图中$\alpha\beta\gamma$三种粒子带何种电荷？

α粒子：带正电荷

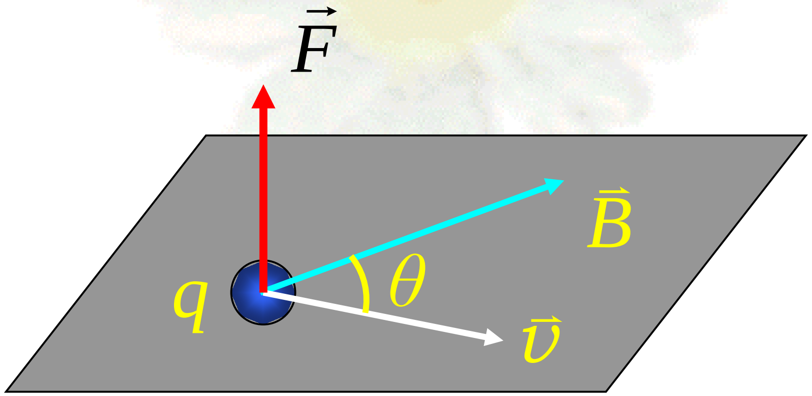
β粒子：不带电荷

γ粒子：带负电荷

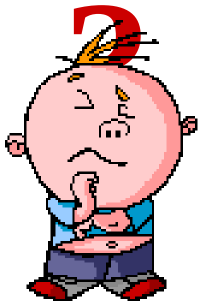
218页思考题：5-13

- 运动电荷在磁场中所受力

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



- 带电粒子在匀强磁场中如何运动?



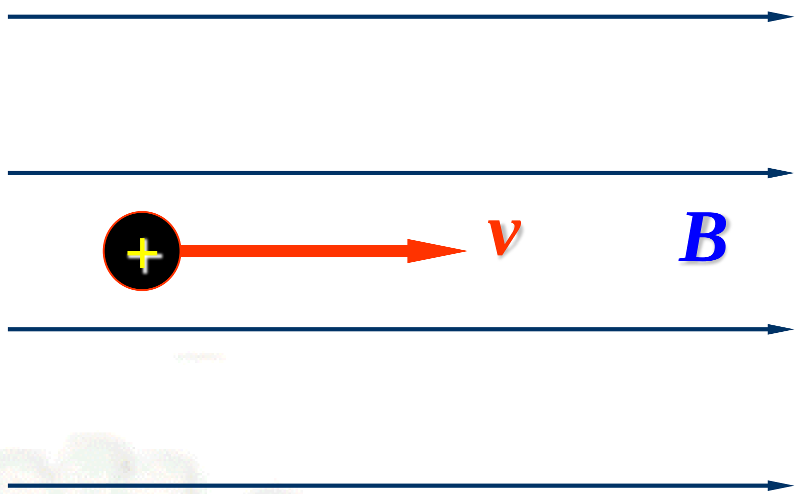
二、带电粒子在匀强磁场中的运动

特殊情况 → 一般情况

- 带电粒子平行射入均匀磁场
- 带电粒子垂直射入均匀磁场
- 带电粒子以任意角度射入均匀磁场

二、带电粒子在均匀磁场中的运动

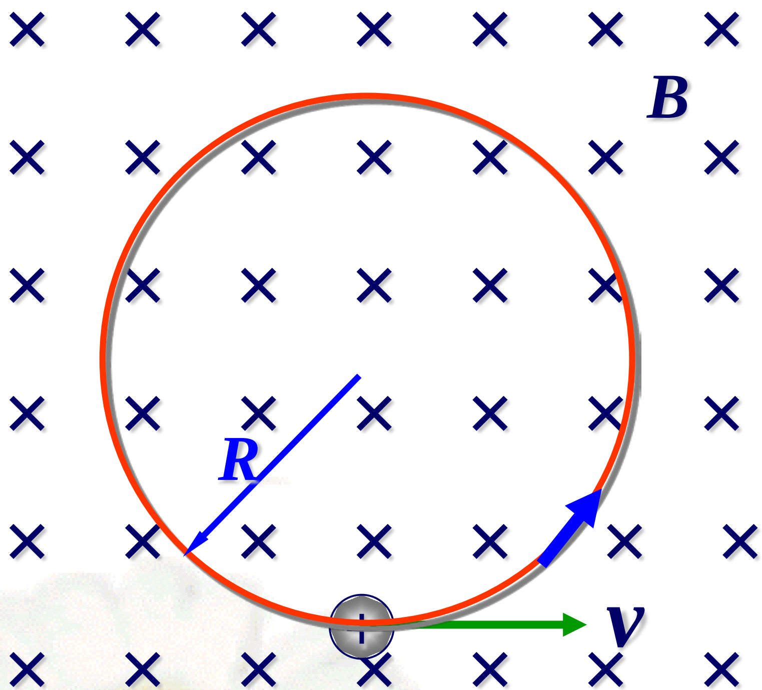
（一）带电粒子平行射入均匀磁场



$$F = qvB\sin\theta = 0$$

——沿磁场方向作匀速直线运动

（二）带电粒子垂直射入均匀磁场

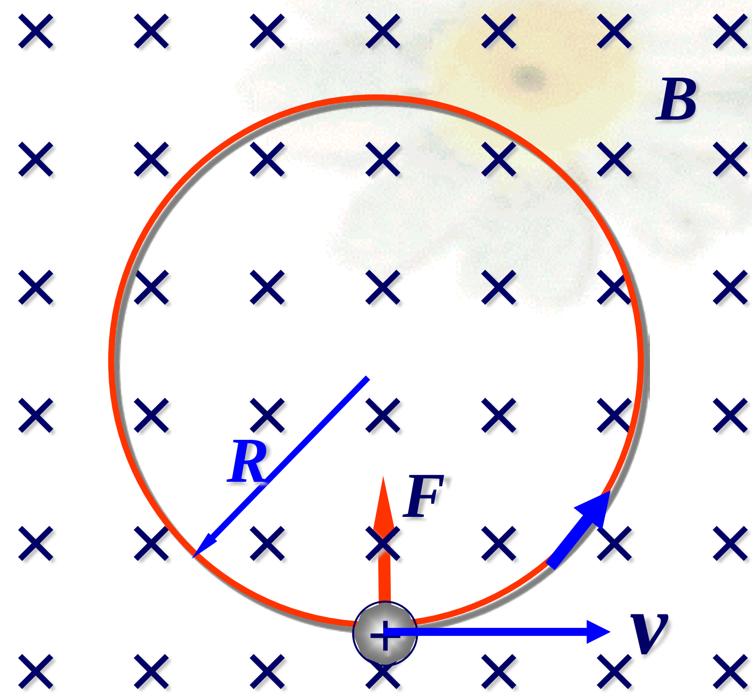


- 半径?
- 周期,频率?

——在垂直于磁场的平面内作匀速圆周运动

讨论带电粒子垂直射入与强磁场中的圆周运动

带电粒子做匀速圆周运动：



$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

粒子回转半径

$$\boxed{R = \frac{mv}{qB}}$$

粒子回转周期与频率

$$\boxed{T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}}$$

$$\boxed{f = \frac{qB}{2\pi m}}$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

对于$\frac{m}{q}$一定的粒子：$R \propto v, \frac{1}{B}$

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

对于$\frac{m}{q}$一定的粒子：T与v, R无关

由此可见：

q*、*m 相同的粒子在同一均匀磁**场**中运**动时**，

速度大的转大圈，速度小的转小圈。

但是，各自都在**相同的时间**内走完一圈。

例： 在均匀磁场中，一电子经时间$t=1.57\times10^{-8}$s, 从a沿半圆运动到b，a、b相距0.1m。求空间磁场的大小和方向，以及电子的运动速度。

解 磁场方向：垂直纸面向里。

$$\frac{2\pi m}{eB}=2\times1.57\times10^{-8}$$

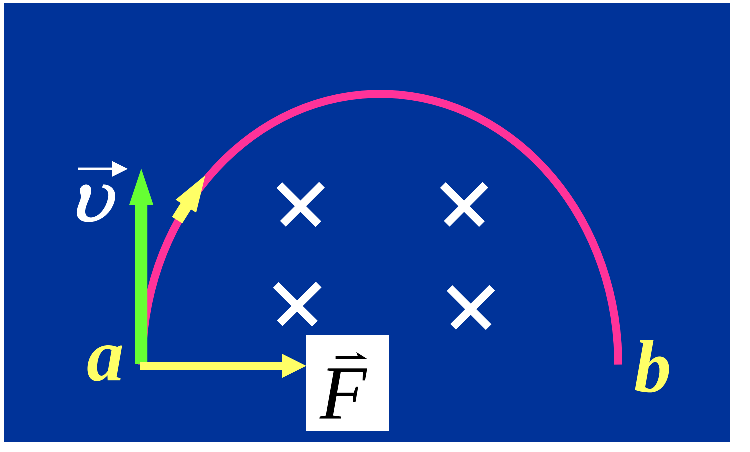
$$\because m=9.11\times10^{-31}kg,$$

$$e=1.6\times10^{-19}C$$

$$\therefore B=1.14\times10^{-3}T$$

又由$R=\dfrac{m\upsilon}{eB}=0.05$

$$\therefore \upsilon=1.0\times10^{-7}m/s$$



例2： 在垂直纸平面的均匀磁场作用下，有一电子束在纸平面内作圆周运动，其半径R=15cm.**已知电子是在U=175V加速电压下，由静止获得作匀速圆周运动速度**的。

求（1）均匀磁场的磁感应强度？（2）电子的角速度？

解：由$qU = \Delta E_k$得：

$$eU = \frac{1}{2}m_e\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$$

$$\boxed{\because m_e = 9.11\times10^{-31}kg,\quad e = 1.6\times10^{-19}C}$$

得：$\upsilon = 7.86\times10^6\ m/s$

（2）电子的角速度？

又由$\boldsymbol{R = \frac{m\upsilon}{eB}}$

$$\omega = \frac{\upsilon}{R} = 5.24\times10^7\ rad/s$$

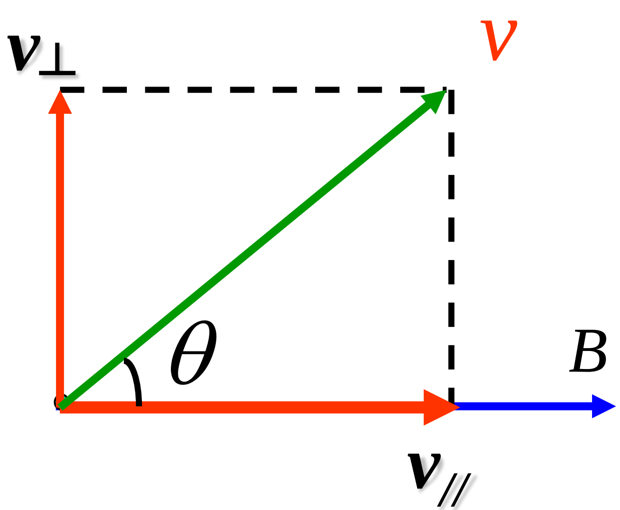
得：$B = \dfrac{m_e\upsilon}{eR} = 2.98\times10^{-4}T$

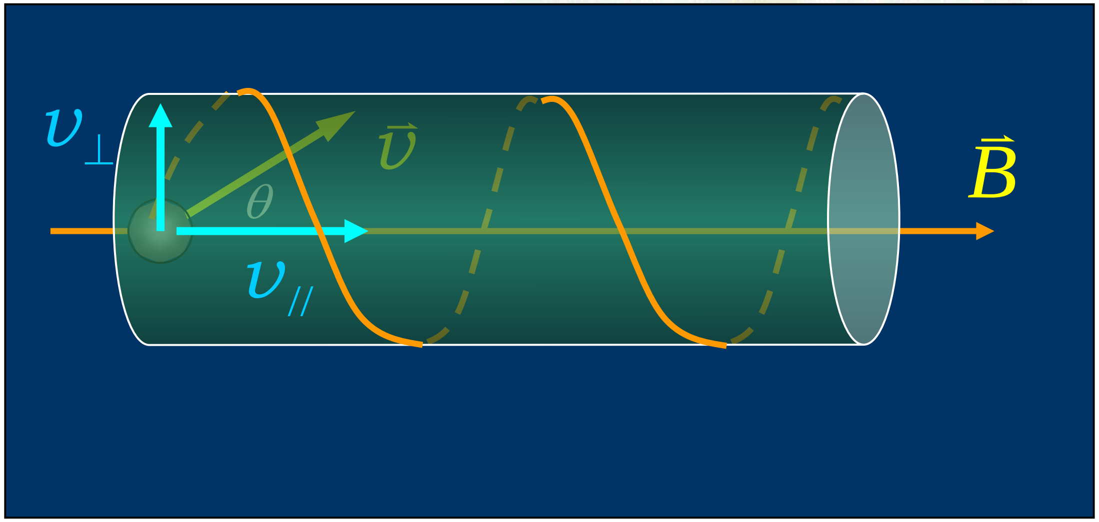
二、带电粒子在匀强磁场中的运动

特殊情况 → 一般情况

- 带电粒子平行射入均匀磁场
- 带电粒子垂直射入均匀磁场
- 带电粒子以任意角度射入均匀磁场 ?

3、带电粒子与任意角度射入磁场





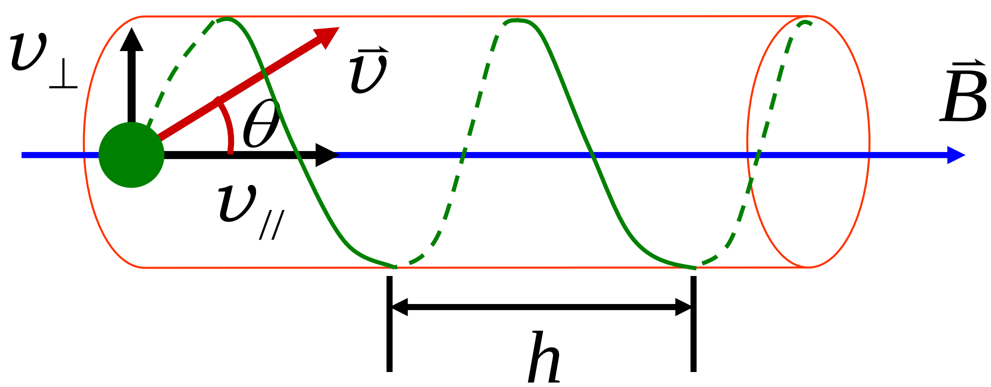
$$\begin{cases} v_{\perp} = v\sin\theta \\ + \\ v_{\parallel} = v\cos\theta \end{cases}$$

合成后，粒子运动轨迹为螺旋线

● 粒子在平行磁场方向上不受力，以$v_{//}$作匀速直线运动。

● 粒子在垂直磁场方向上受洛仑兹力，以$v_{\perp}$作匀速圆周运动

3、带电粒子与任意角度射入磁场



$$\upsilon_{//} = \upsilon\cos\theta$$

$$\upsilon_\perp = \upsilon\sin\theta$$

半径*R*：$R = \dfrac{m\upsilon_\perp}{qB} = \dfrac{m\upsilon\sin\theta}{qB}$

周期*T*：$T = \dfrac{2\pi m}{qB}$

螺距h：带电粒子回转一周所前进的距离

$$h = \upsilon_{//}T = \frac{2\pi m\upsilon\cos\theta}{qB}$$

例:一**质**子以 $1.0\times10^{7}\ m/s$ 的速度射入磁感**应强**度 **B=1.5T**的均匀磁**场**中, 其速度方向与磁**场**方向成 30^{0}

求: (1) **质**子作螺旋**线**运**动**的半径

$$R=\frac{mv\sin\theta}{qB}$$

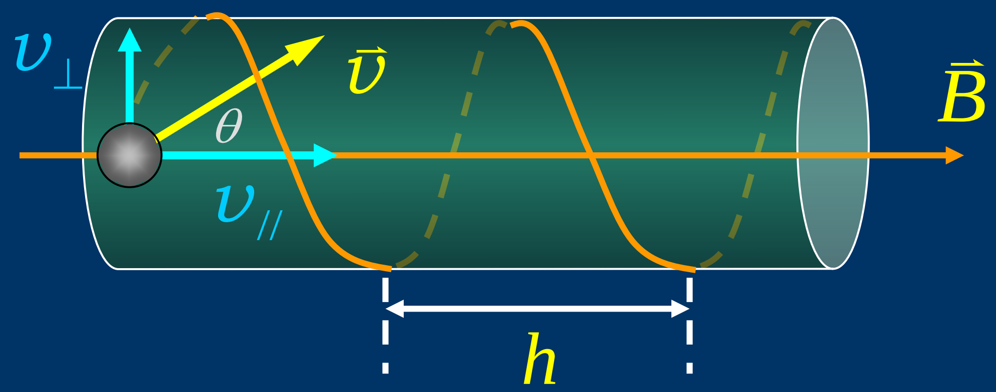
$$=\frac{1.67\times10^{-27}\times1.0\times10^{7}\times\sin30^{0}}{1.6\times10^{-19}\times1.5}=3.48\times10^{-2}m$$

(2) **质**子作螺旋**线**运**动**的螺距

$$h=\frac{2\pi m}{qB}v\cos\theta$$

$$=0.38m$$

4、磁聚焦



带电粒子作**螺旋运动**

$$R=\frac{m}{qB}\upsilon_\perp=\frac{m\upsilon\sin\theta}{qB} \qquad h=\upsilon_{//}T=\frac{2\pi m\upsilon\cos\theta}{qB}$$

对于**发**散角不太大的**带电**粒子束

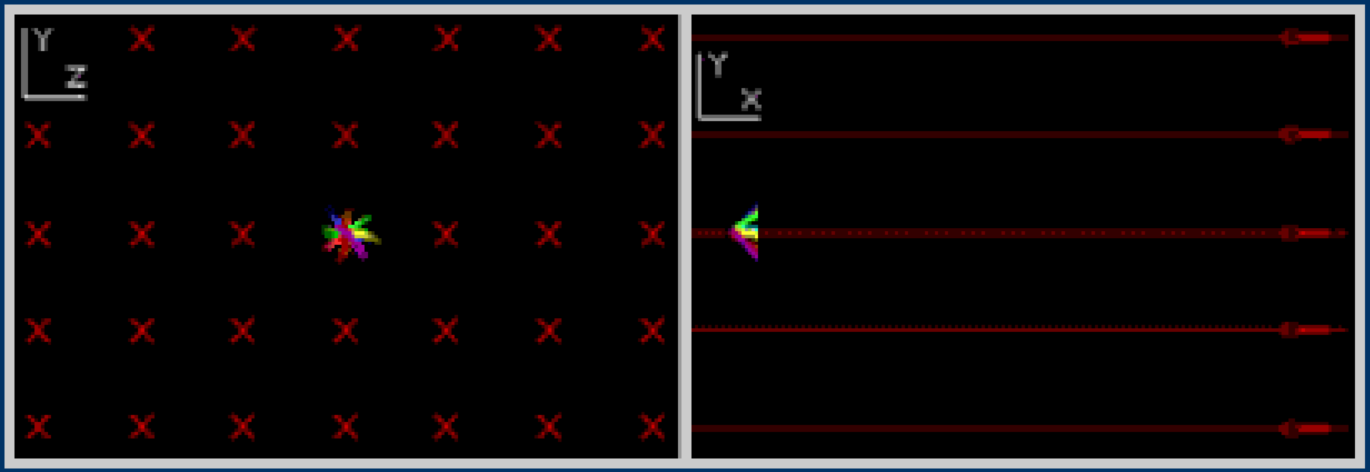
$$\upsilon_\perp\approx\upsilon\theta$$
$$\upsilon_{//}\approx\upsilon$$

$$R\approx\frac{m}{qB}\upsilon\theta \qquad h=\frac{2\pi m\upsilon}{qB}$$

对于发散角不太大的带电粒子束

$$R \approx \frac{m}{qB} \upsilon \theta \qquad h = \frac{2\pi m \upsilon}{qB}$$

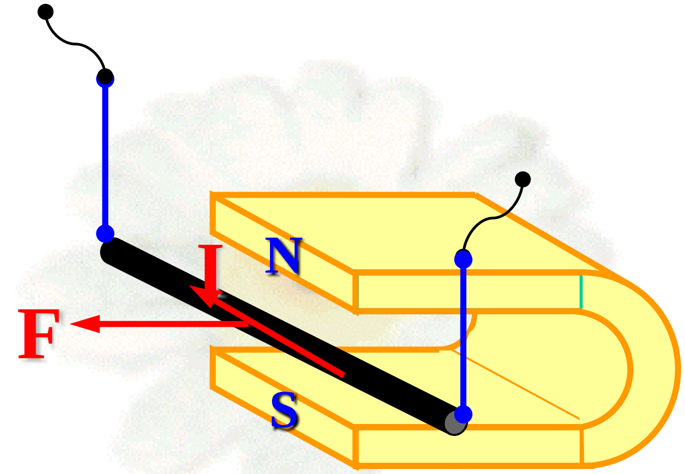
若带电粒子的速率 v 大致相同



若带电粒子的速率v 大致相同，且$\vec{\upsilon}$ 与 $\vec{B}$ 的夹角θ 很小时，它们将从进入点开始做螺旋运动，经相同螺距于一周期后汇聚在同一点。这种现象称为磁聚焦现象。

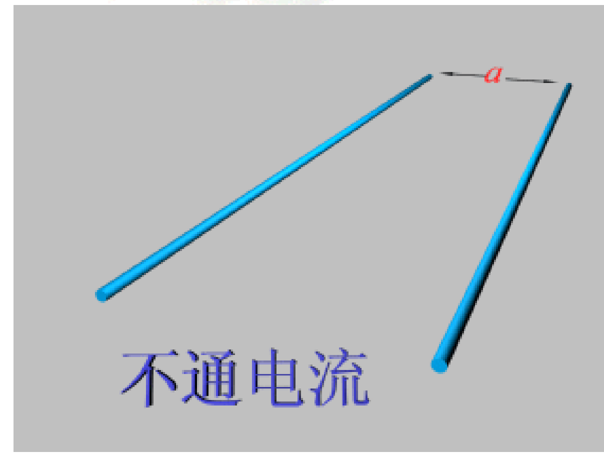
§5-7　磁场对载流导线的作用

磁场对任意载流导线的作用

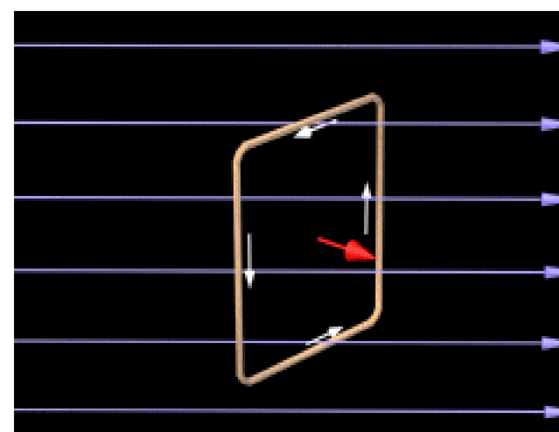


平行无限长电流间的相互作用、

电流强度的单位安培的定义

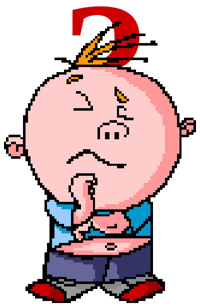


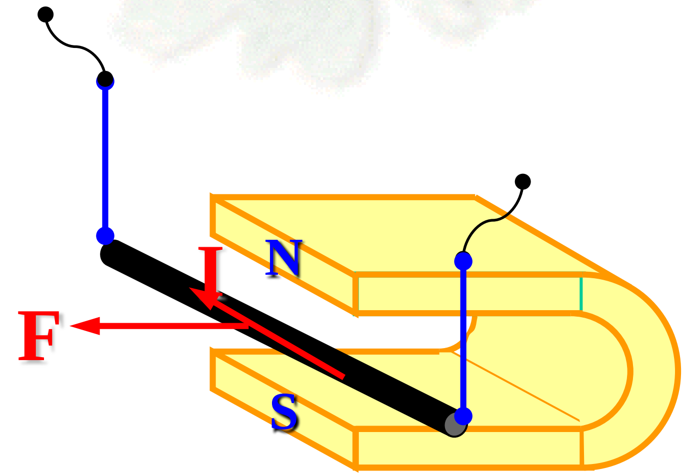
载流线圈在匀强磁场所受的力矩



磁场对任意载流导线的作用

提出问题





安培定律

计算任意载流导线所受的作用力

提出问题：

如何求**任意载流导线**在磁**场**中所受的**作用力？**

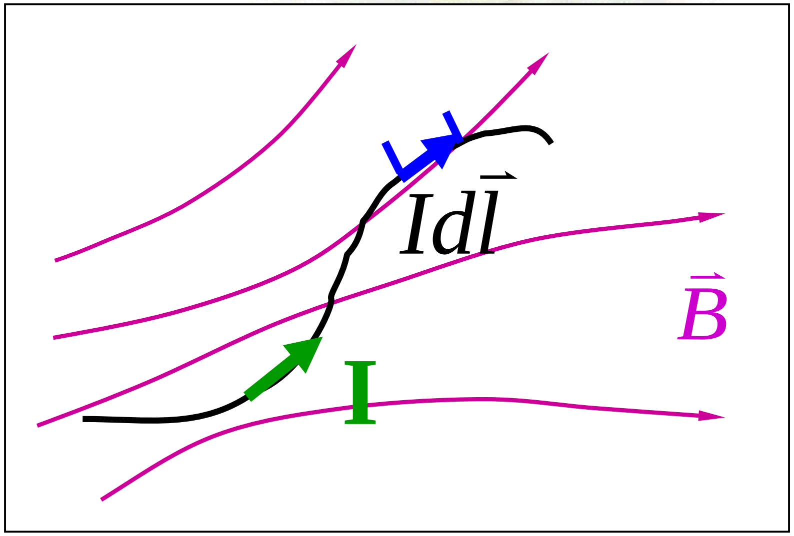
方法：

任**选** $Id\vec{l}$

求出**dF**

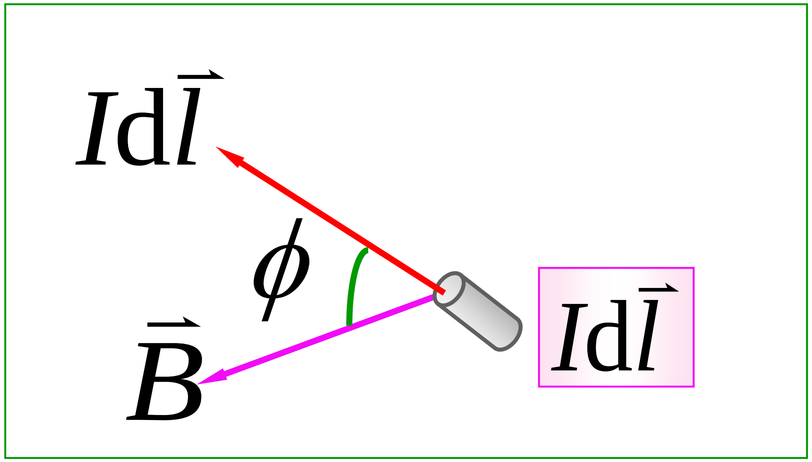
?

$$\vec{F}=\int d\vec{F}$$



安培定律

$$d\vec{F}=?$$



$Id\vec{l}$受到的$d\vec{F}=?$

$Id\vec{l}$受到的$dF=?$

$Id\vec{l}$受到的$d\vec{F}$方向?

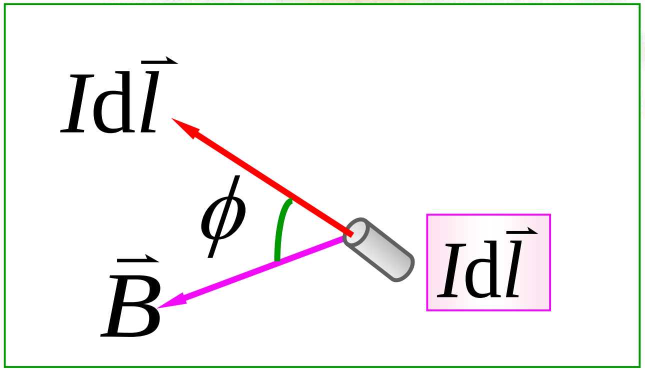
安培定律

的表达式

一、安培定律

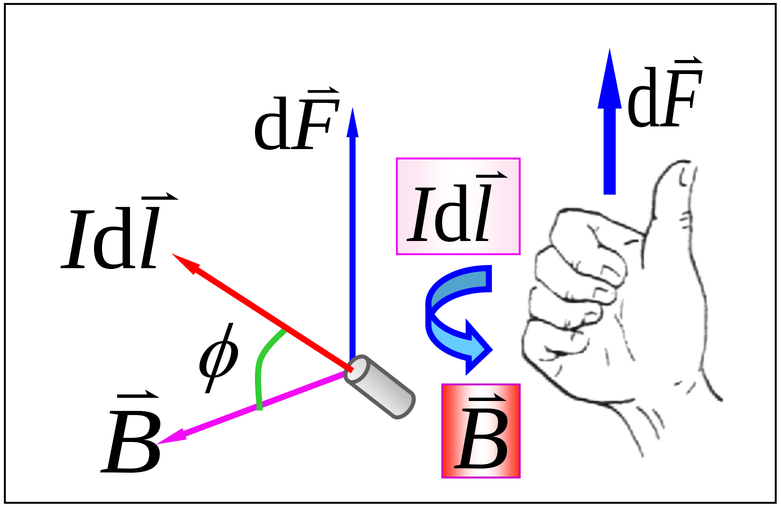
1、**表达式** $\mathrm{d}\vec{F} = ?$

$$\mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB\sin\phi$$



$\mathrm{d}\vec{F}$方向：

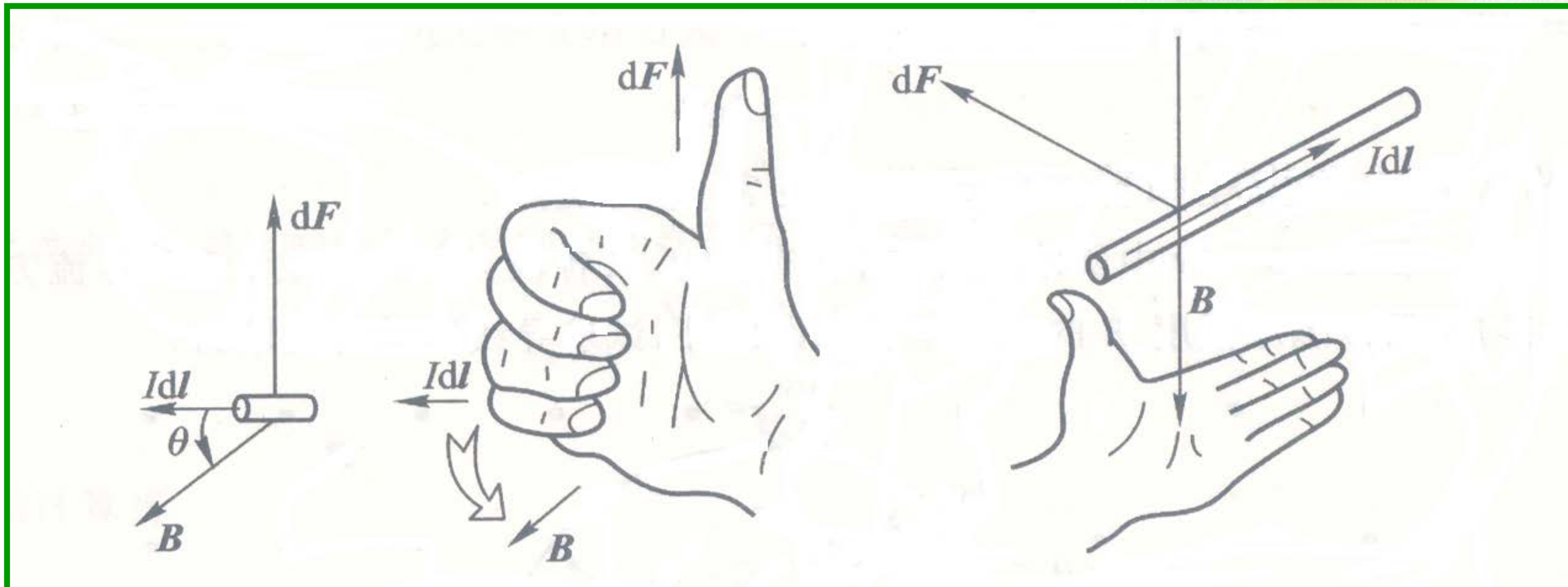
与$I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$的方向一致



安培定律的**表达式**：

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$$

安培力方向的判定：



(a)　　(b)

①右手螺旋法则；

②左手定则；

2、推导安培力的表达式

洛伦兹力是安培力的微观实质

安培力是洛伦兹力的宏观表现

一个电子：$f_{\mathrm{m}} = ev_{\mathrm{d}}B\sin\theta$

电流元：$\mathrm{d}F = nS\mathrm{d}lev_{\mathrm{d}}B\sin\theta$

$\because I = nev_{\mathrm{d}}S$

$\mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB\sin\theta$

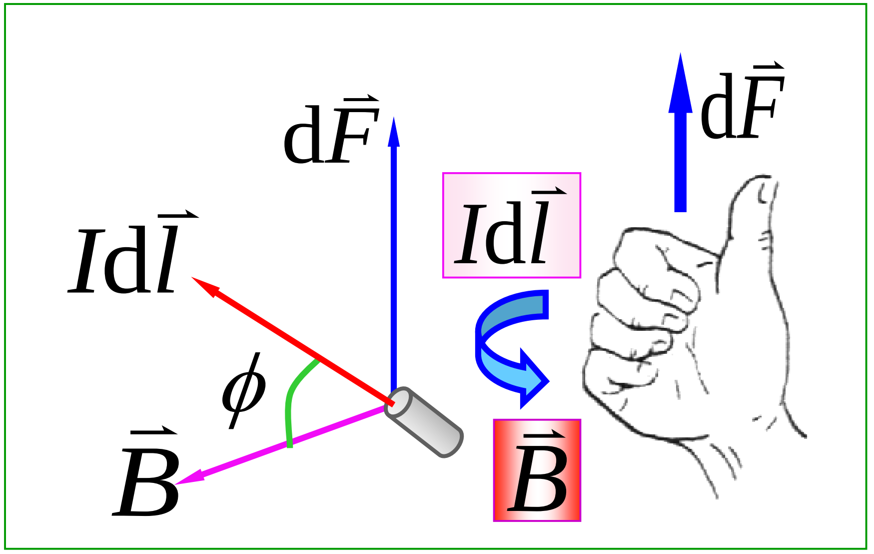
$$dF = I\mathrm{d}lB\sin\phi$$

安培定律 → **电流元**在磁**场**中所受**作用力的规律**

$$d\vec{F} = ?$$

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

$$dF = IdlB\sin\phi$$

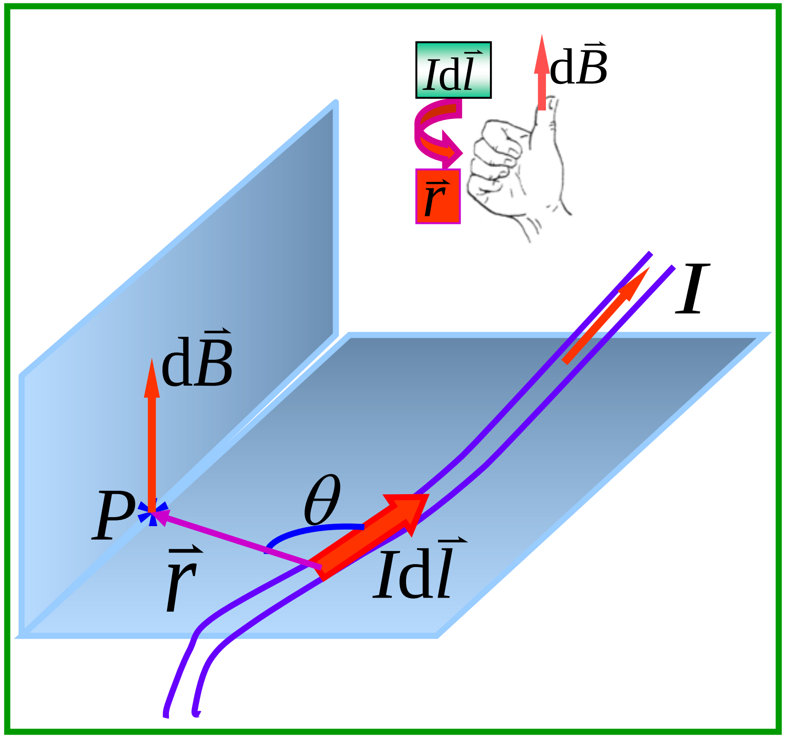


毕奥—萨伐尔定律

电流元在空**间产**生的**磁场的规律**

$$d\vec{B} = ?$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

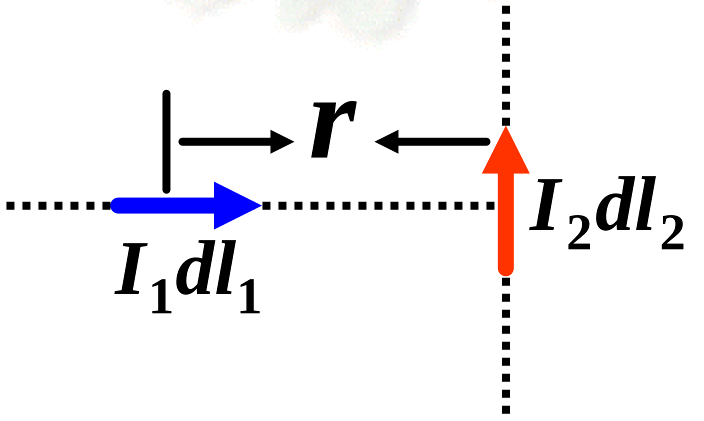


讨论

图示为相互垂直的**两个电流元**

它们之间的相互作用力？

电流元 $\boxed{I_1 dl_1}$ 所受作用力



$$dF_1 = I_1 dl_1 \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_2 dl_2}{r^2}$$

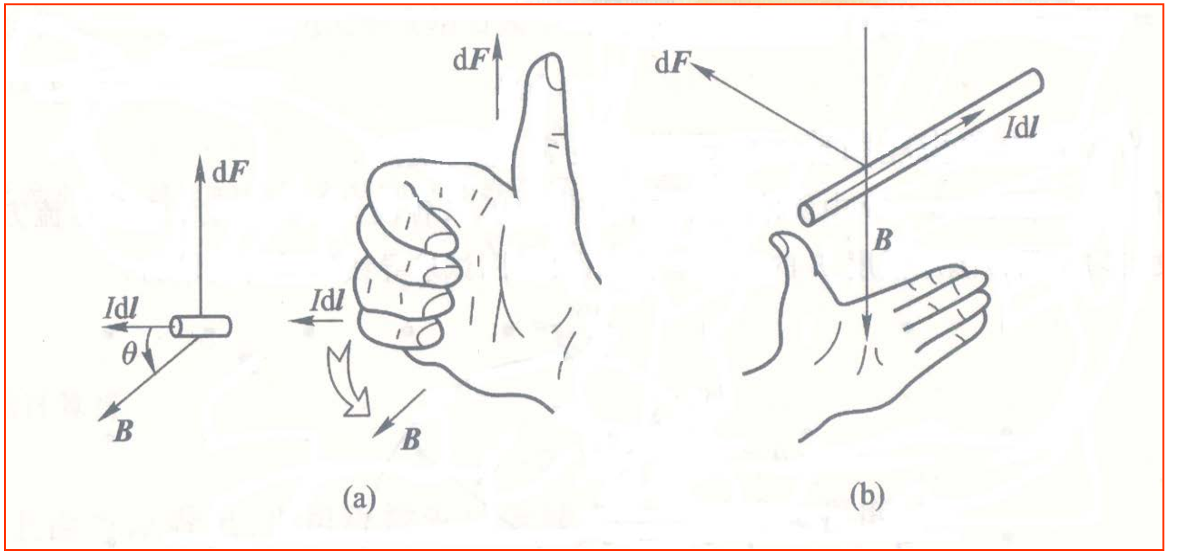
电流元 $\boxed{I_2 dl_2}$ 所受作用力

$$dF_2 = 0$$

二:任意载流导线所受安培力的计算

$$I d\vec{l} \rightarrow d\vec{F}:$$

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$



整段电流 $\rightarrow \vec{F}$ **:**

$$\boxed{\vec{F} = \int d\vec{F}}$$

➢ $\vec{F} = \int d\vec{F}$ 为矢量积分。

应用时

建立坐标系

需划为标量积分

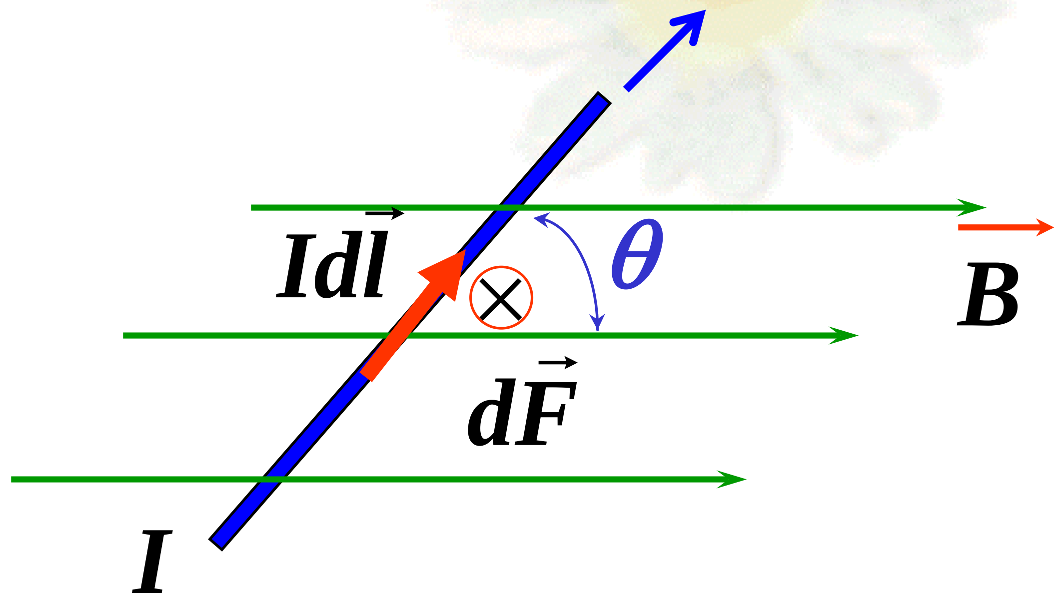
例1:均匀磁场中载流直导线所受安培力

取电流元 $I d\vec{l}$

受力大小

$$dF = IdlB\sin\theta$$

方向 $\otimes$

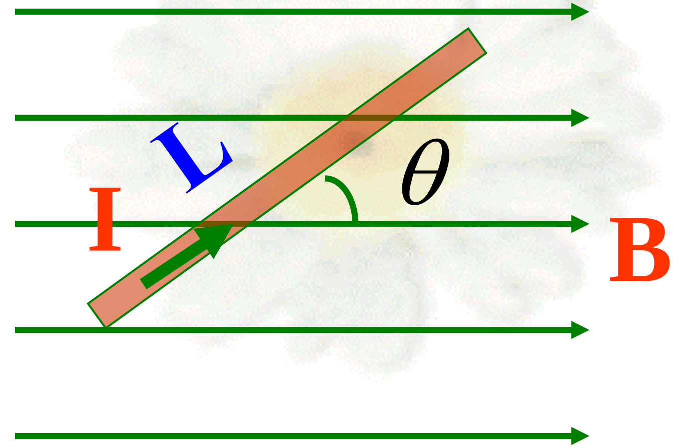


积分 $F = \int_L BIdl\sin\theta = ILB\sin\theta$

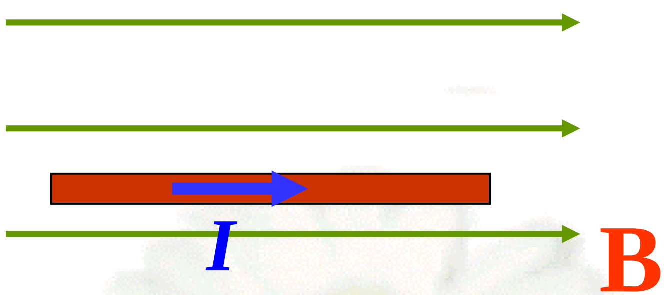
结论 $\boxed{F = ILB\sin\theta}$ 方向 $\otimes$

载流直导线置于匀强磁场中

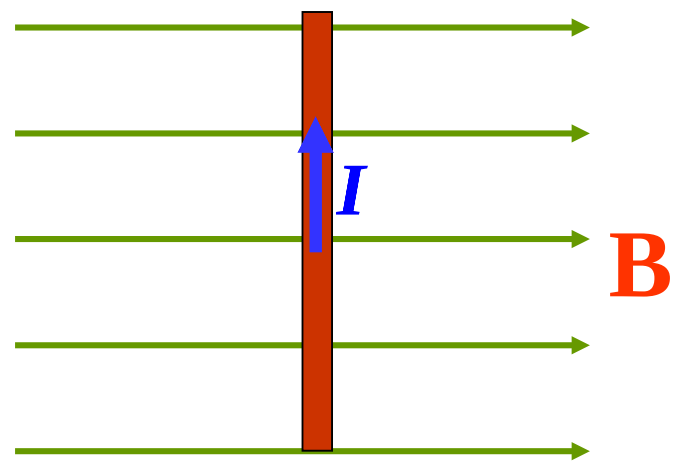
$$F = ILB\sin\theta$$



特例



$$F = 0$$

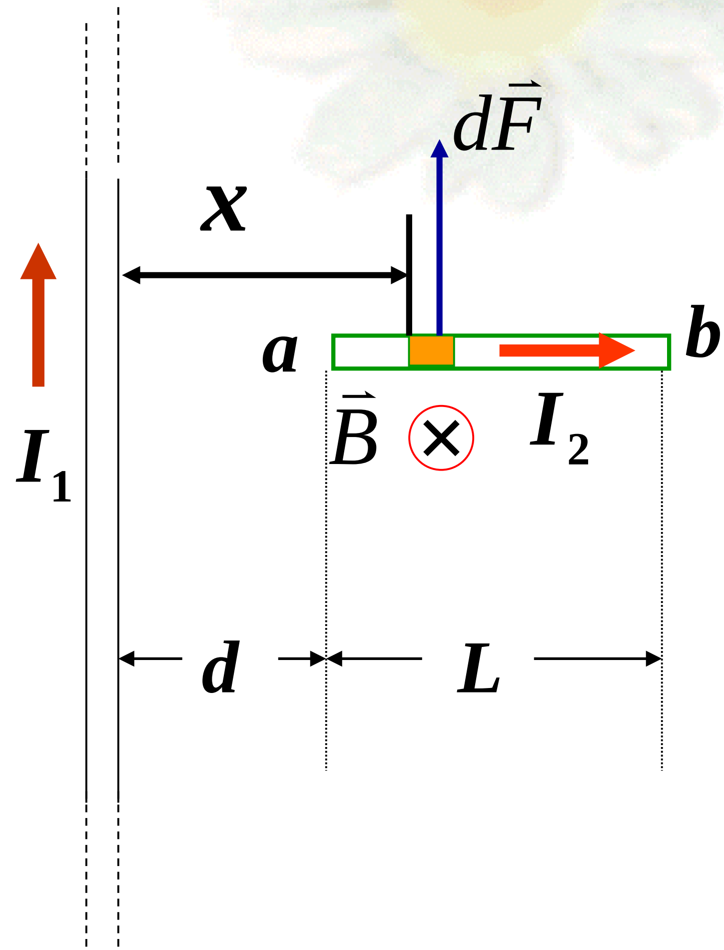


$$F = ILB$$

作业：
223页：5-20

例2： 求一无限长直载流导线的磁场对另一直载流导线*ab*的作用力。

已知：I_1、I_2、d、L



如图选择微元

$$\boxed{dF = I_2 dx B}$$

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

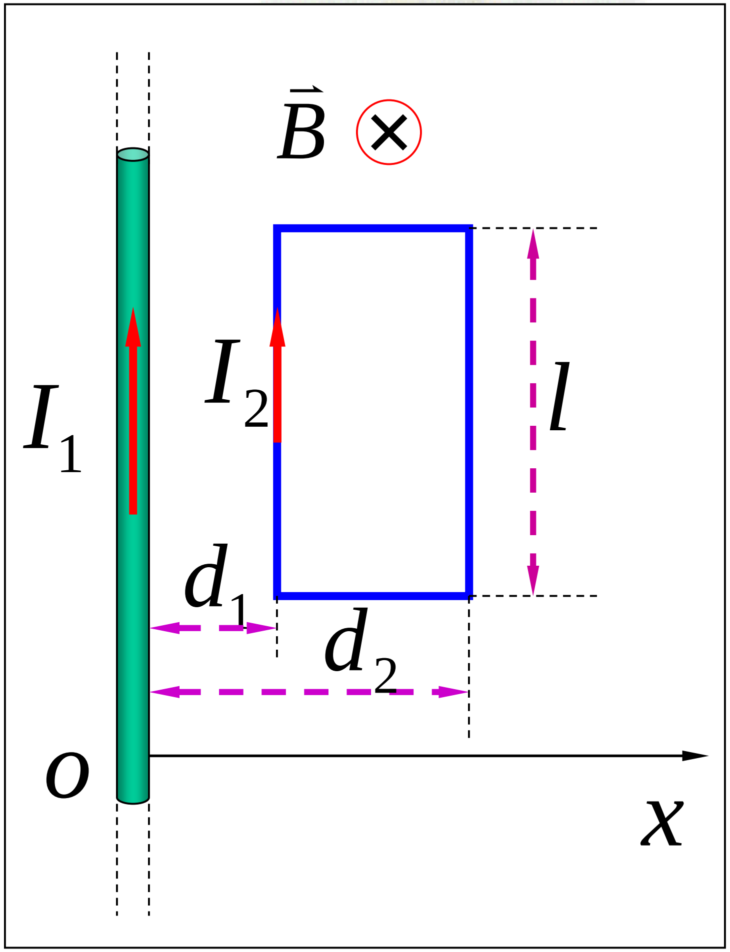
$$F = \int_d^{d+L} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x} dx$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{d+L}{d}$$

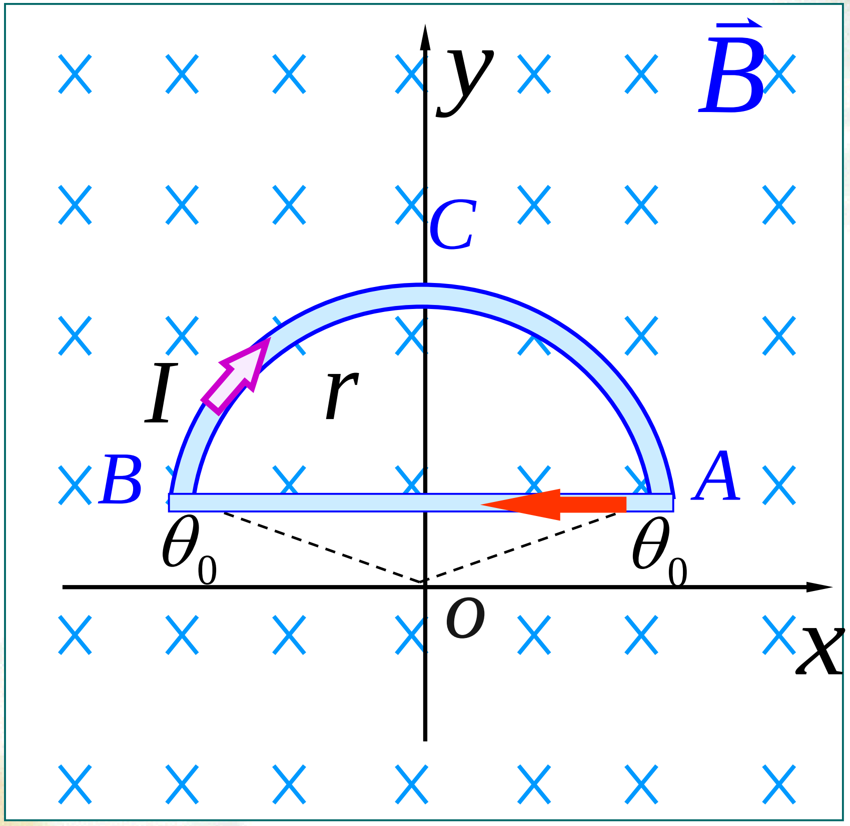
作业：

求一无限长直载流导线对另一矩形载流线框的作用力。

已知：I_1、I_2、d、L

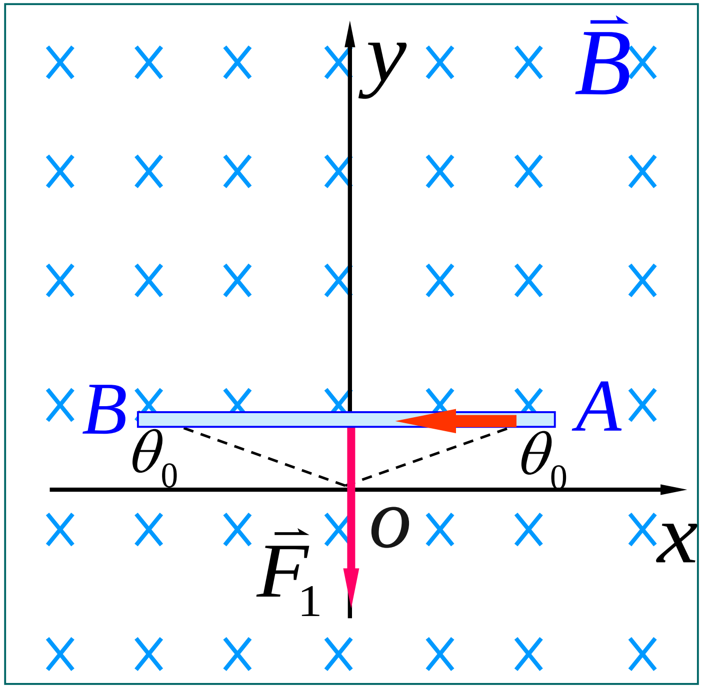


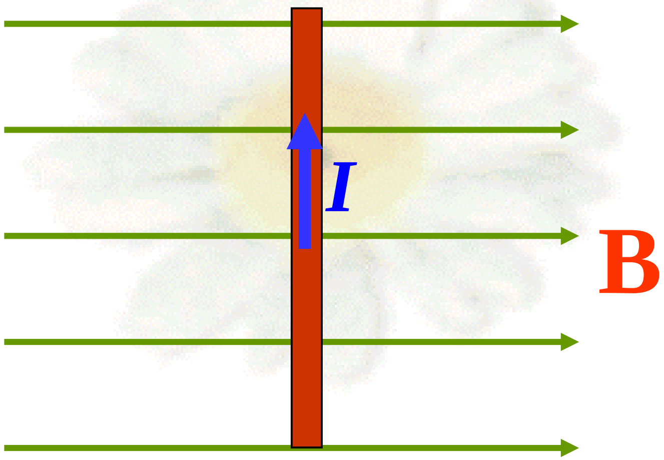
作业 5-24



求匀强磁场作用于闭合载流导线的力.

解





$$F = BIL$$

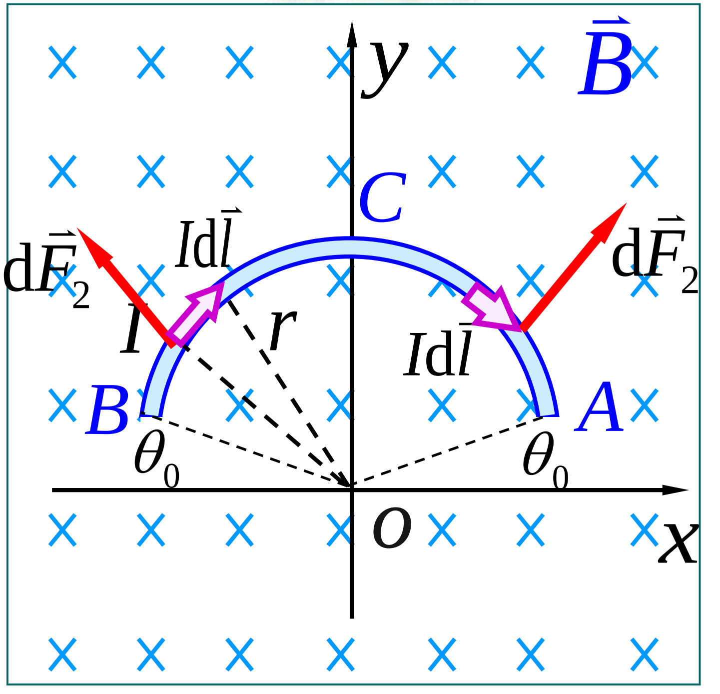
$$F_1 = I\,\overline{AB}B$$

$$= IB2r\cos\theta_0$$

$$\boxed{\vec{F}_1 = -IB(2r\cos\theta_0)\,\vec{j}}$$

根据对称性分析

$$\boxed{F_{2x}=0}\qquad \boxed{\therefore \vec{F}_2=F_{2y}\vec{j}}$$



$$dF_2=BI\mathrm{d}l$$

$$dF_{2y}=BI\mathrm{d}l\sin\theta$$

$$\therefore F_2=\int BI\mathrm{d}l\sin\theta$$ 因 $\mathrm{d}l=r\mathrm{d}\theta$

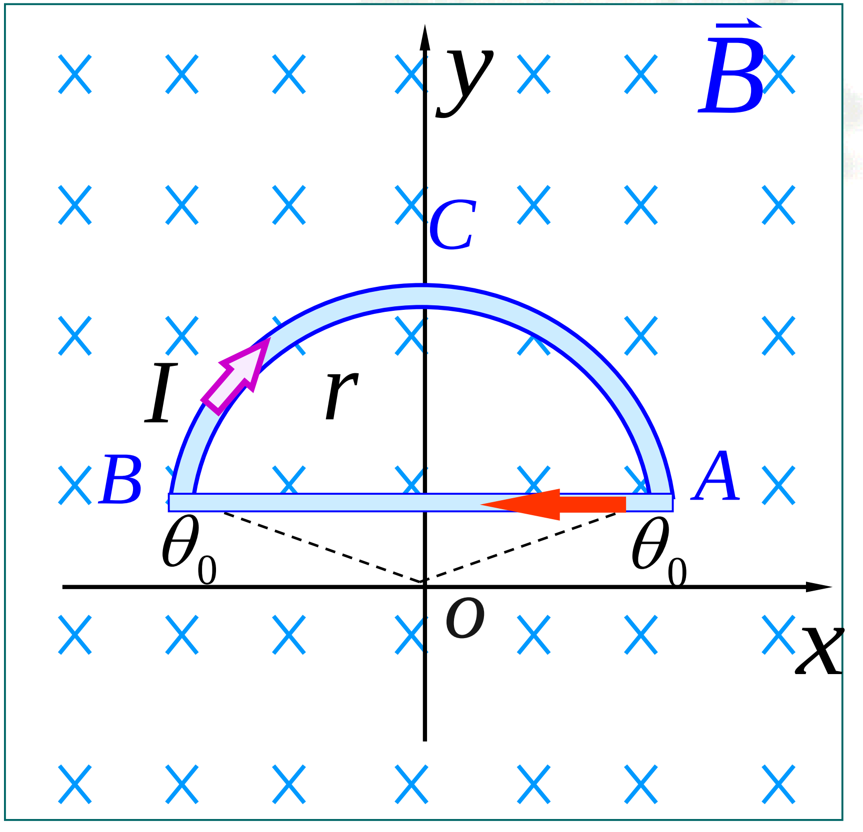
$$F_2=BIr\int_{\theta_0}^{\pi-\theta_0}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta=BI2r\cos\theta_0$$

$$\boxed{\vec{F}_2=BI(2r\cos\theta_0)\vec{j}}$$

$$\vec{F}_1 = -IB(2r\cos\theta_0)\,\vec{j}$$

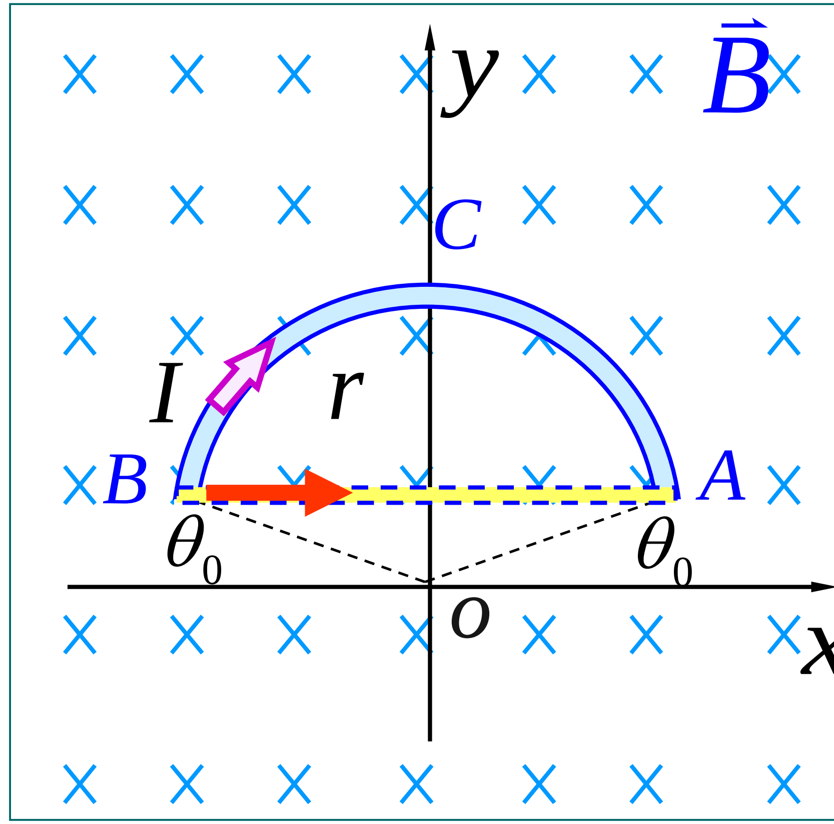
$$\vec{F}_2 = BI(2r\cos\theta_0)\,\vec{j}$$

故 $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$



$$\vec{F}_2 = BI(2r\cos\theta_0)\vec{j}$$

$$\vec{F}_{\overline{BA}} = BI(2r\cos\theta_0)\vec{j}$$



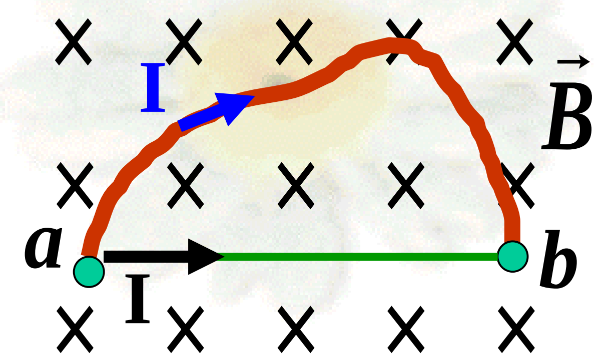
推论1：

任意形状载流导线在均匀磁场中所受的力，

等于从始点到终点作出**载流直导线**所受的磁场力相同.

推论1：

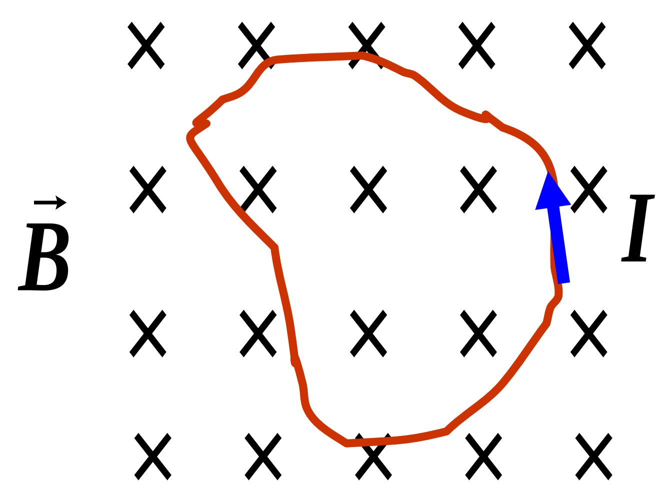
任意形状载流导线在均匀磁场中所受的力，等于从始点到终点作出载流直导线所受的磁场力相同.



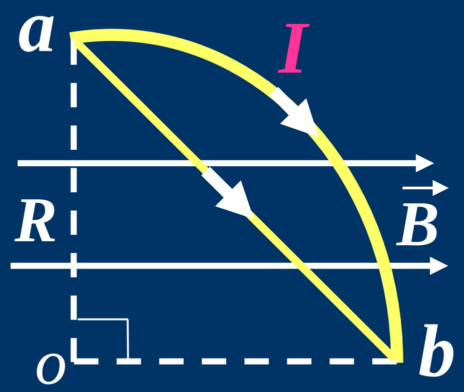
推论2

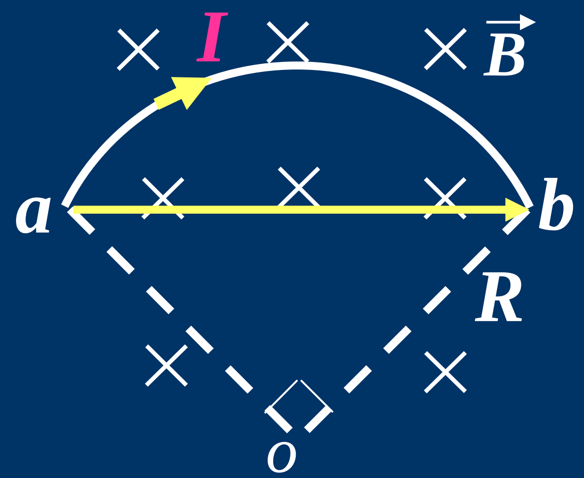
在均匀磁场中任意形状

闭合载流线圈受合力为零



例如，匀强磁场中的导线：





圆弧受的力：

$$F_{\overset{\frown}{ab}} = F_{ab} = I\sqrt{2}RB\sin 45^\circ$$

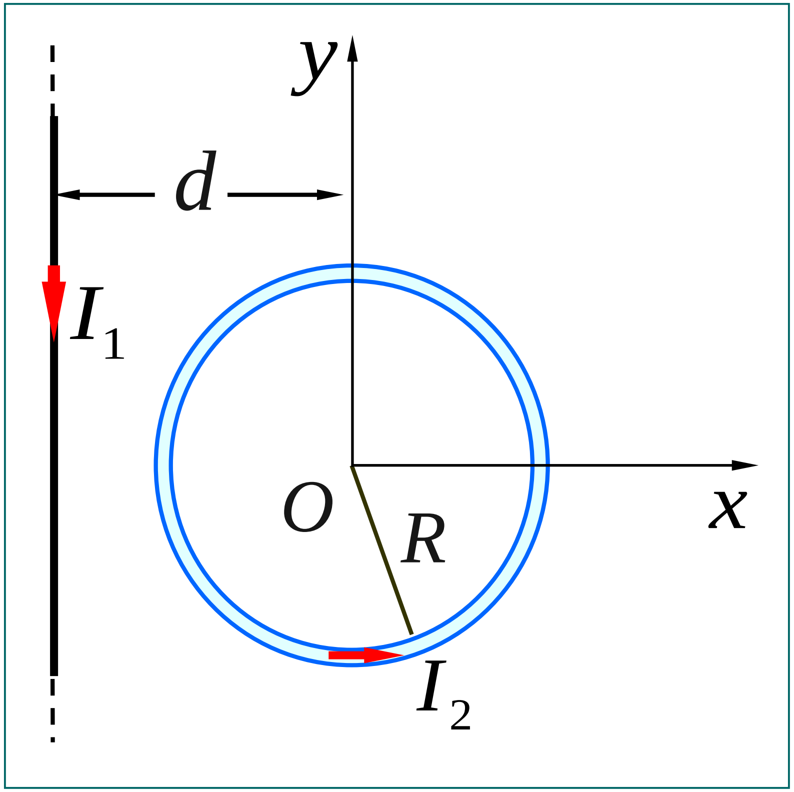
$$F_{\overset{\frown}{ab}} = F_{ao} = IRB$$

力的方向垂直纸面向外。

圆弧受的力：

$$F = I \cdot \sqrt{2}R \cdot B$$

例 4 半径为 R 载有电流 I_2 的导体圆环与电流为 I_1 的长直导线放在同一平面内（如图），直导线与圆心相距为 d，且 $R<d$ 两者间绝缘，**求** 作用在圆电流上的磁场力.



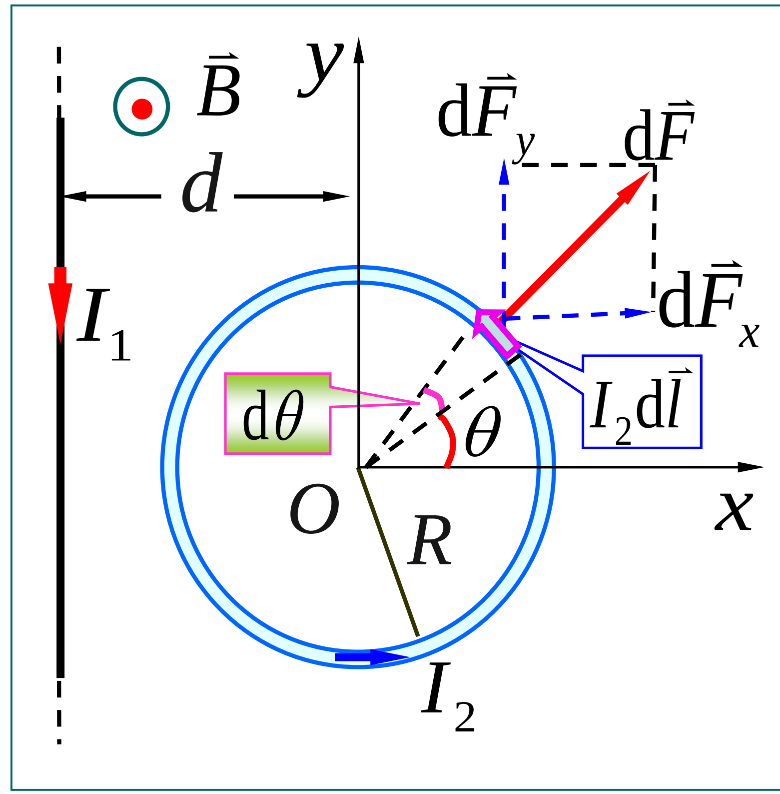
解 $$B=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d+R\cos\theta}$$

$$\mathrm{d}F=BI_2\mathrm{d}l$$

$$=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{\mathrm{d}l}{d+R\cos\theta}$$

$$\mathrm{d}l=R\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{d}F=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{R\mathrm{d}\theta}{d+R\cos\theta}$$

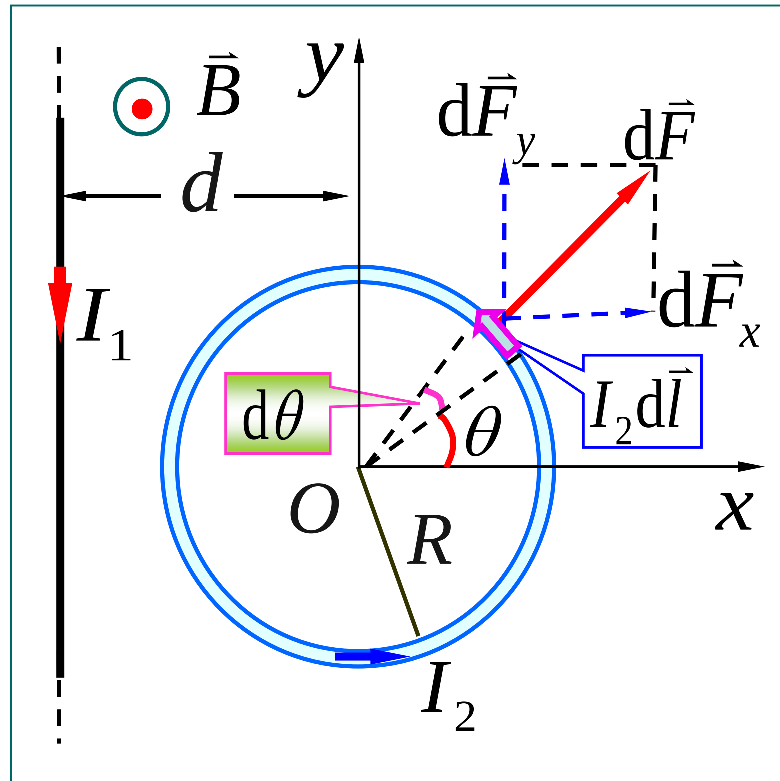


7-8 载流导线在磁场中所受的力

$$\mathrm{d}F_{\mathrm{x}} = \mathrm{d}F\cos\theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{R\cos\theta\mathrm{d}\theta}{d+R\cos\theta}$$

$$F_{\mathrm{x}} = \int_0^{2\pi}\mathrm{d}F_{\mathrm{x}}$$

$$= \mu_0 I_1 I_2 \left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 - R^2}}\right)$$



7-8 载流导线在磁场中所受的力

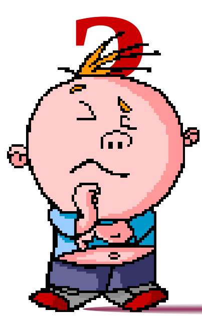
$$\mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F\sin\theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{R\sin\theta\mathrm{d}\theta}{d+R\cos\theta}$$

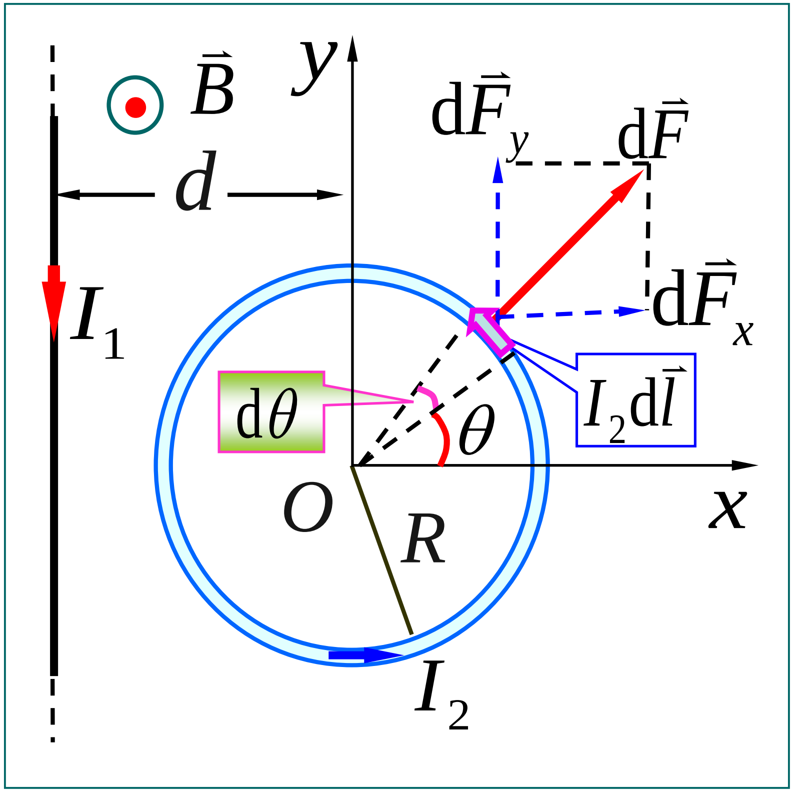
$$F_y = \int_0^{2\pi}\mathrm{d}F_y = 0$$

$$\vec{F} = F_x\vec{i}$$

$$= \mu_0 I_1 I_2 (1-\frac{d}{\sqrt{d^2-R^2}})\vec{i}$$

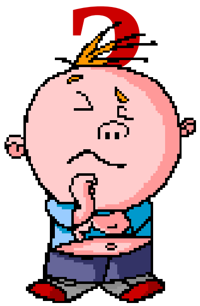
$$F_y = 0$$

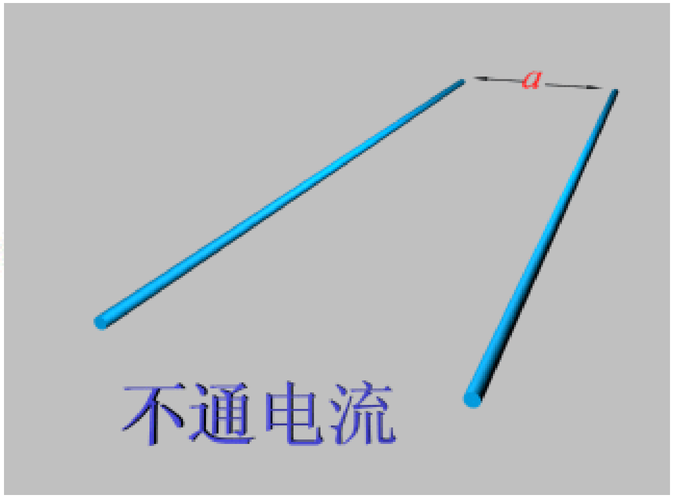




§5-7　磁场对载流导线的作用

平行无限长电流间的相互作用？

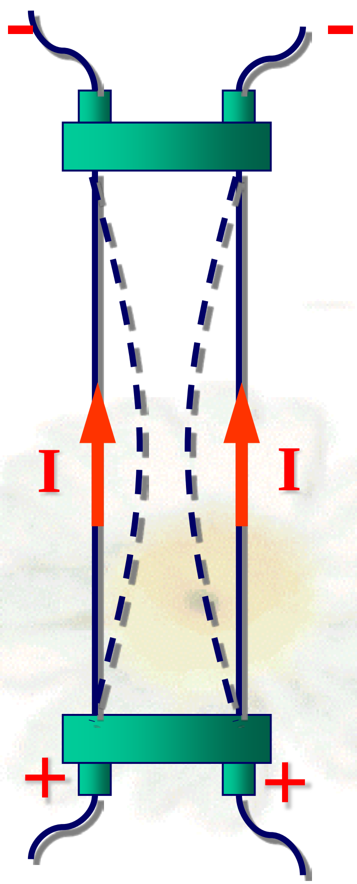


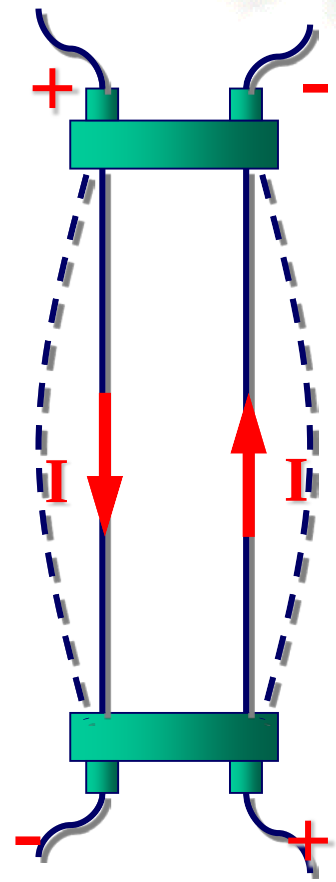


每根电流单位长度所受的作用力

电流强度的单位安培的定义

三、 平行无限长直电流间的相互作用、电流强度的单位安培的定义





1、求：每单位长度电流所受的作用力。

解

电流 2 处于电流 1 的磁场中

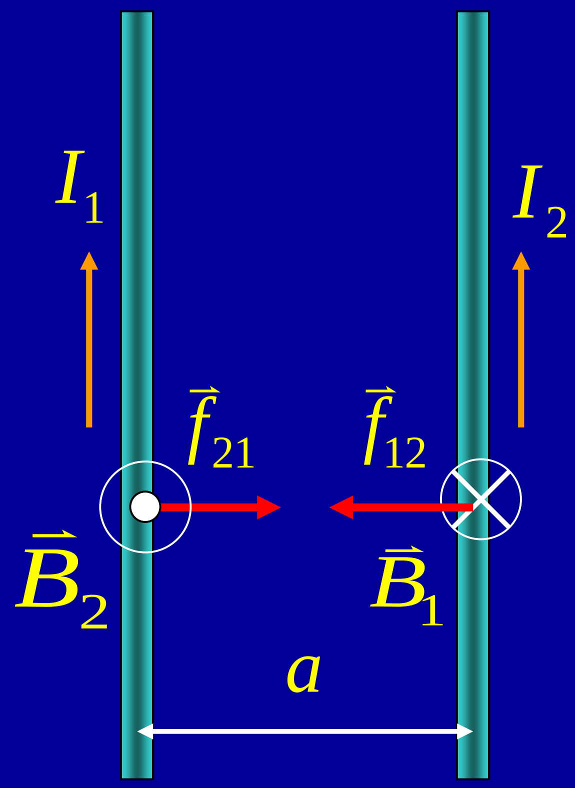
$$B_1=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$$

电流 2 中单位长度上受的安培力

$$f_{12}=I_2B_1=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

同理，电流 1 处于电流 2 的磁场中，

$$B_2=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}$$

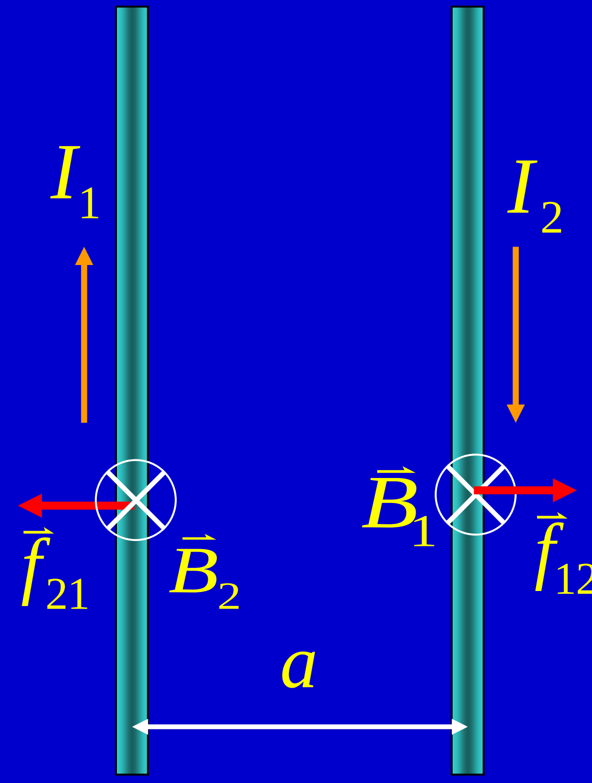


电流 1 中单位长度上受的安培力 $f_{21}=I_1B_2=\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$

$$f \Leftarrow \begin{cases} f_{12} = I_2 B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \\ \parallel \\ f_{21} = I_1 B_2 = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{若} a = 1m,\ \ I_1 = I_2 = I, \\ f = 2\times 10^{-7}\ N/m \end{array}}$$

$$\boxed{I_1 = I_2 = 1A}$$

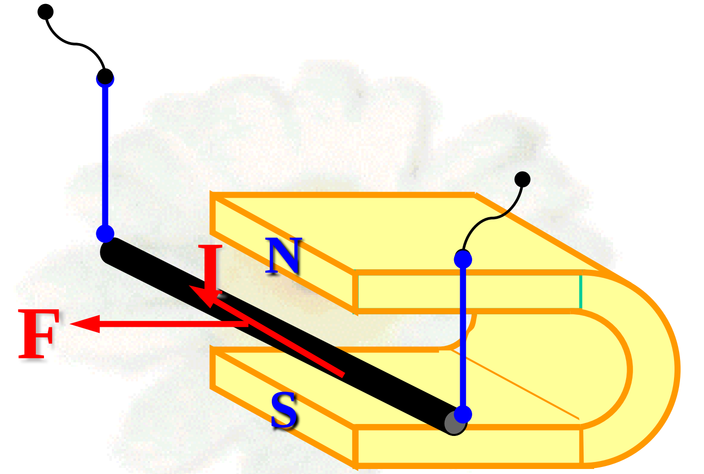


2、电流强度的单位安培的定义：

放在真空中的两条无限长平行直导线，各通有相等的稳恒电流，当导线相距1米，每一导线每米长度上受力为2×10^{-7}牛顿时，各导线中的电流强度为1安培。

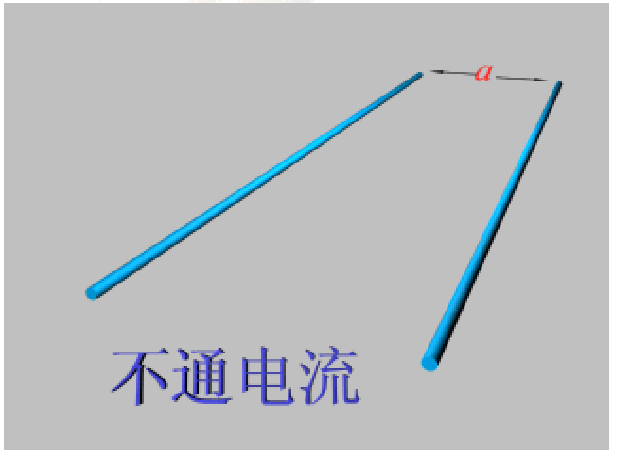
§5-7　磁场对载流导线的作用

磁场对任意载流导线的作用

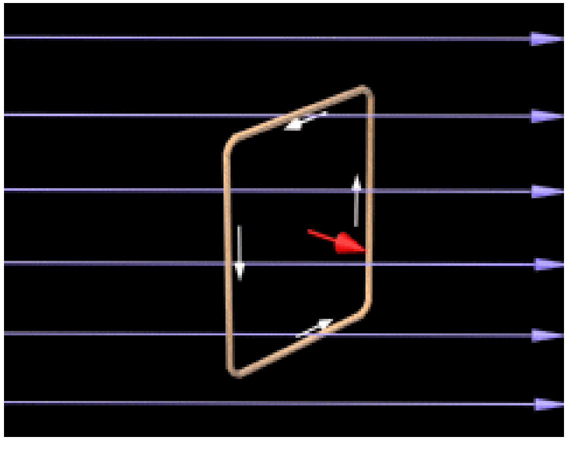


平行无限长电流间的相互作用、

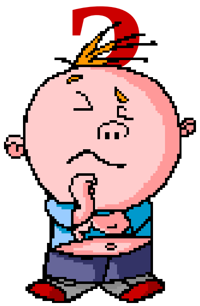
电流强度的单位安培的定义



载流线圈在匀强磁场所受的力矩



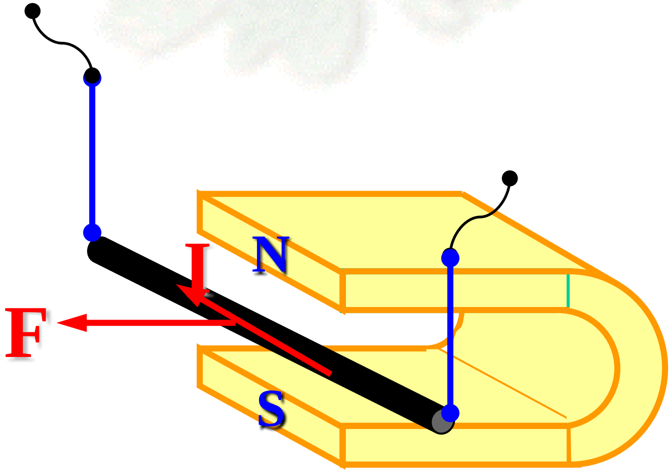
磁场对任意载流导线的作用



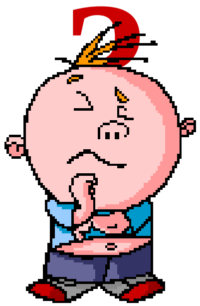
提出问题

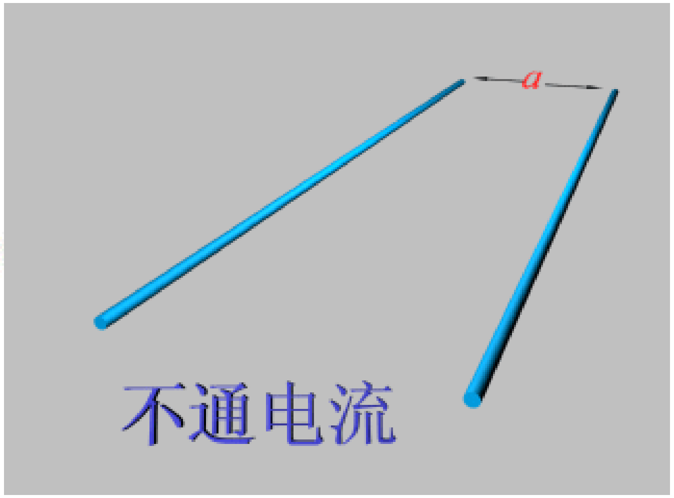
安培定律

计算任意载流导线所受的作用力



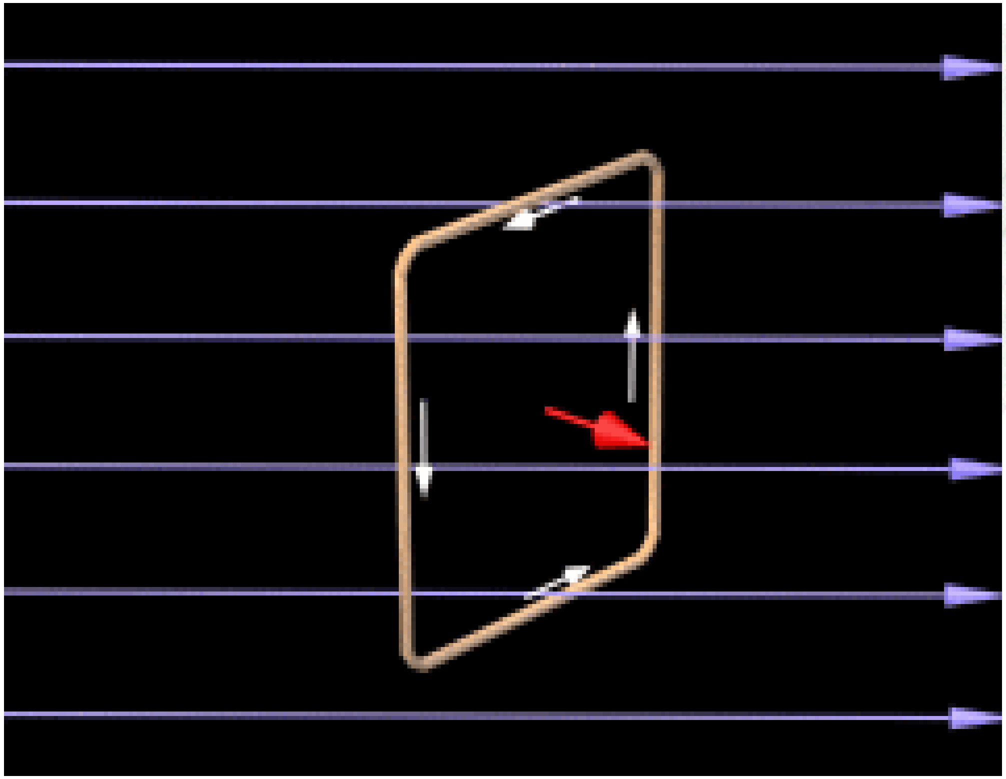
平行无限长电流间的相互作用？



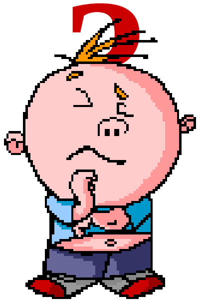


每根电流单位长度所受的作用力

电流强度的单位安培的定义



载流**线**圈在匀**强**磁**场**所受的力矩？

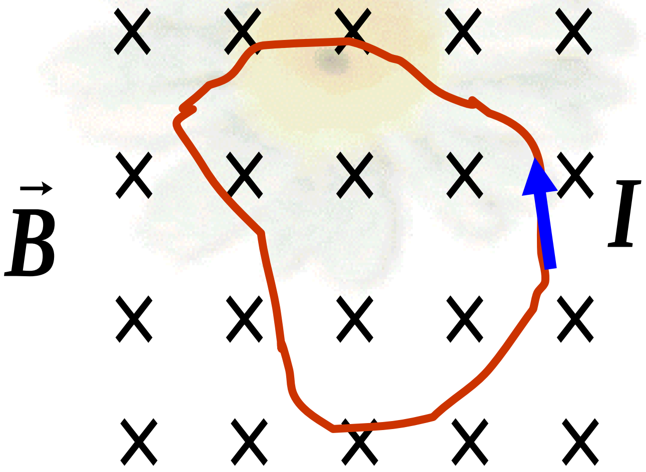


四、匀强磁场对载流线圈的作用

推论2

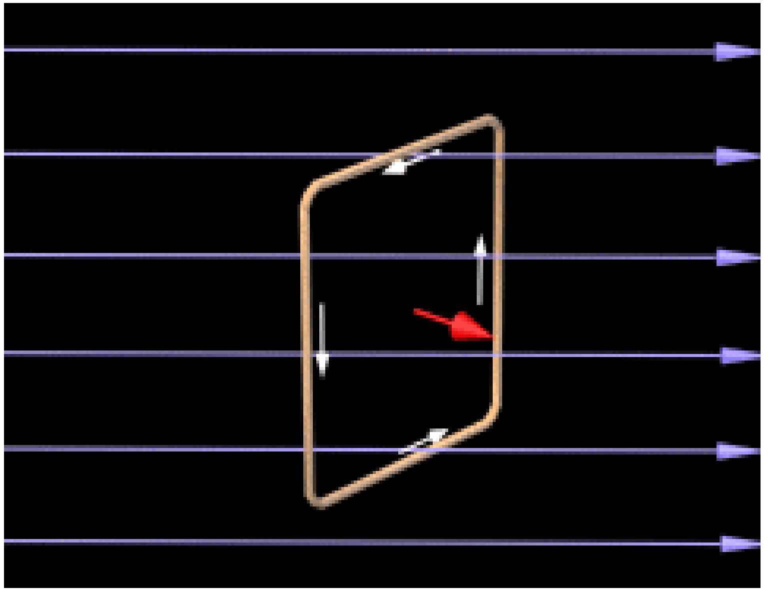
在均匀磁场中任意形状

闭合载流线圈受合力为零



受力情况

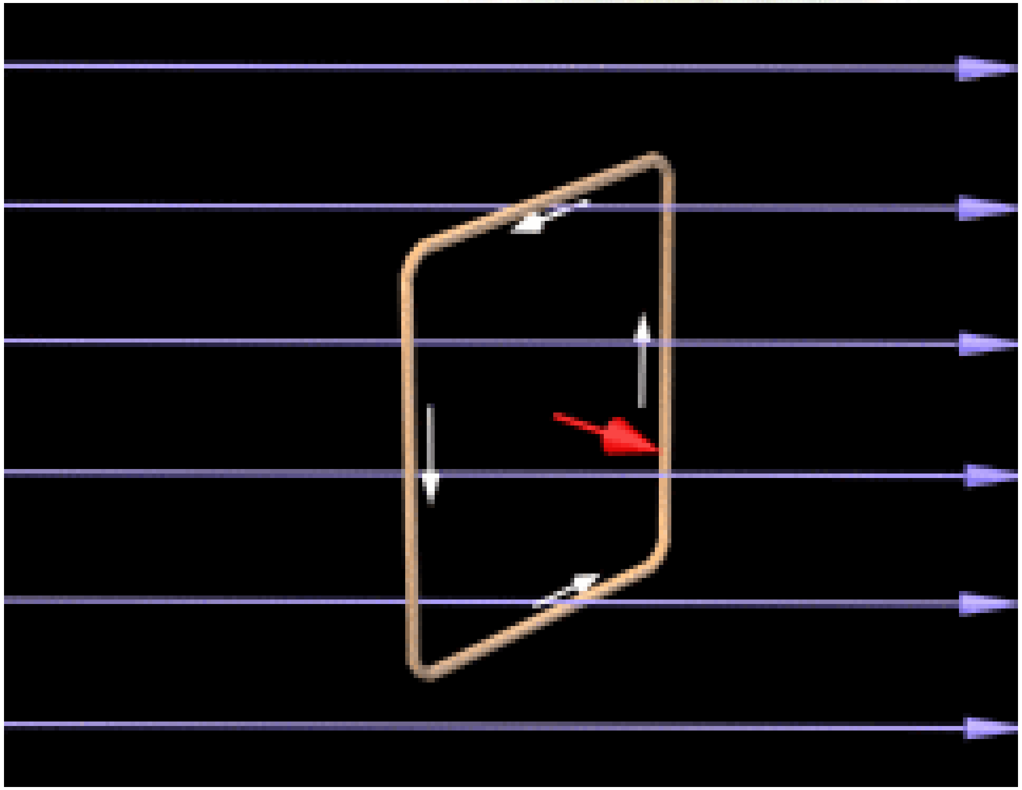
$$\boxed{\vec{F} = 0}$$



四、匀强磁场对载流线圈的力矩

矩形载流线圈在匀强磁场中所受的力矩

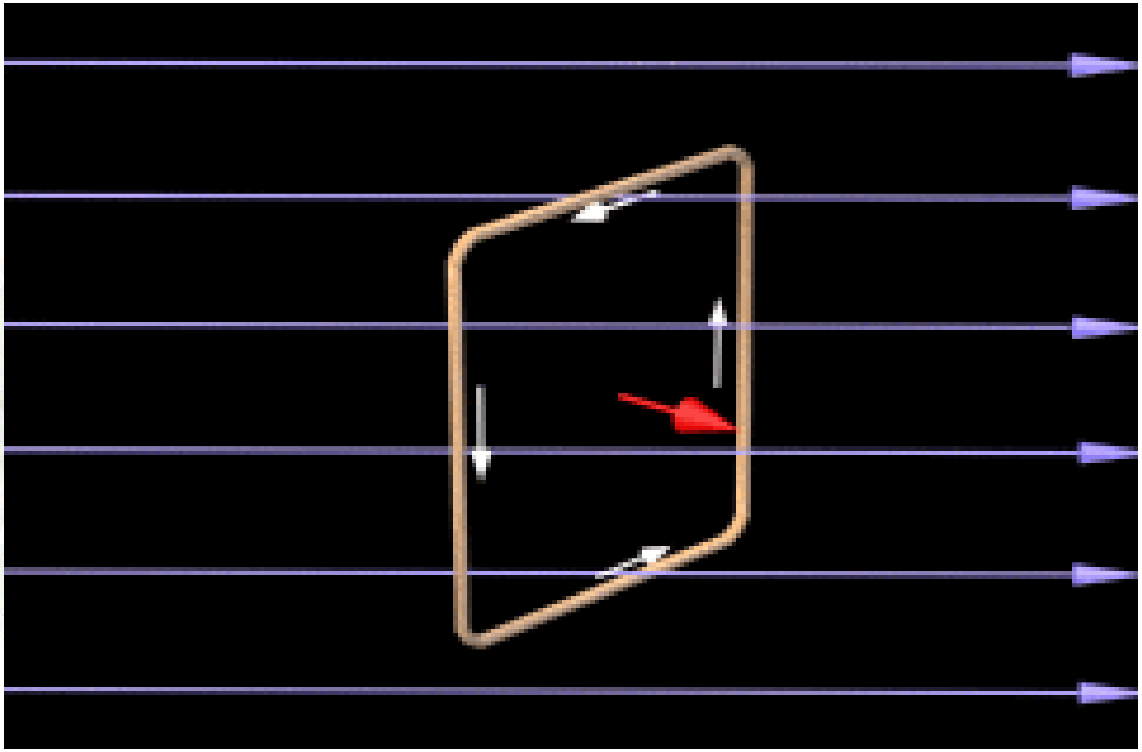
任意形状的平面载流线圈



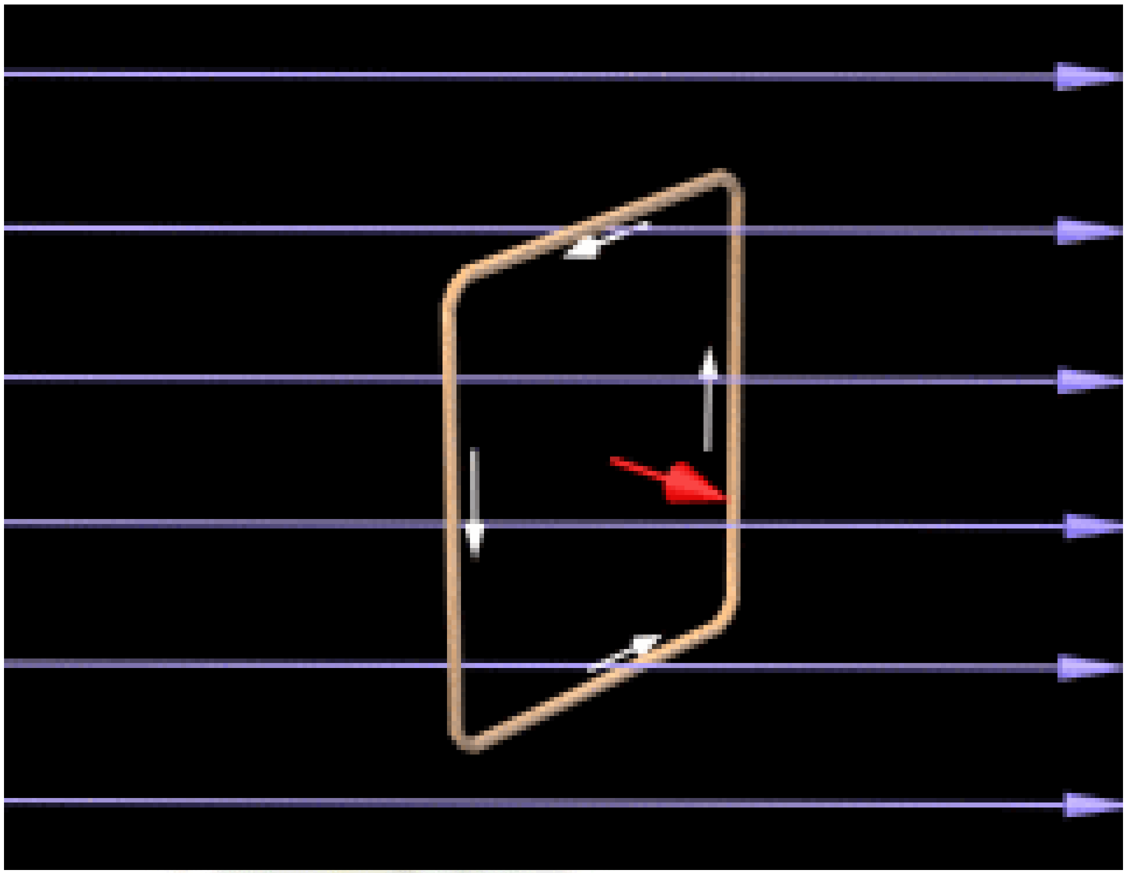
匀强磁场对载流线圈的作用与**线**圈的放置**位置有关**

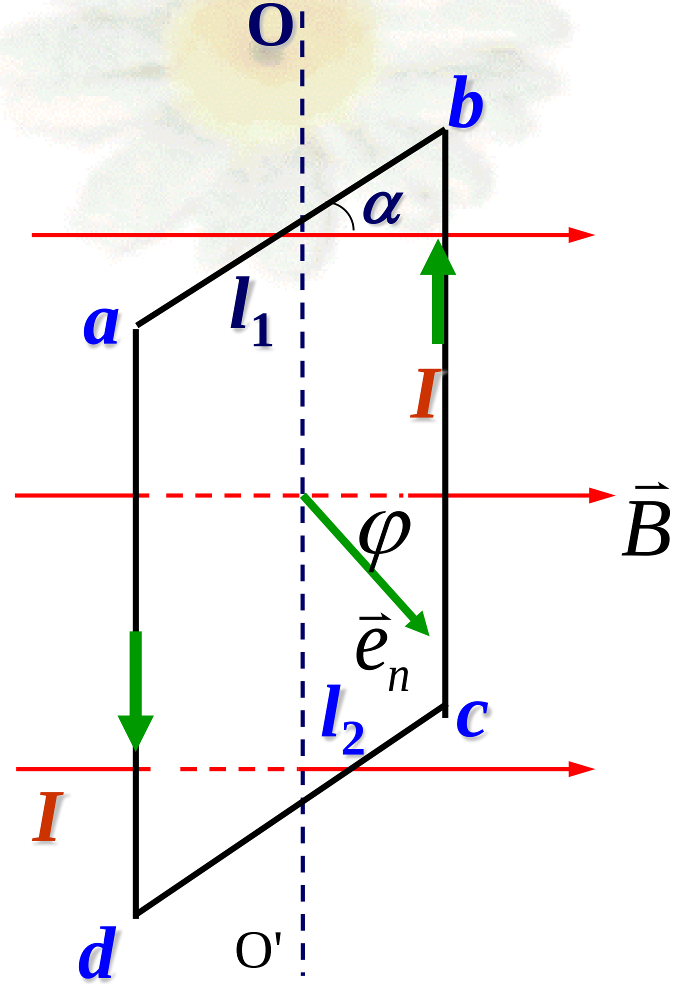
- 用**线**圈**法线方向**确定**线**圈放置位置

四指**环绕电**流，大拇指的指向即**为线**圈法**线**方向，其**单**位矢量用 $\vec{e}_n$ 表示



四、匀强磁场对载流线圈的力矩





四、匀强磁场对载流线圈的力矩

载流线圈所受磁力矩：

$$M = ISB\sin\varphi$$

方向：与$\vec{e}_n \times \vec{B}$方向一致

引入**线圈磁矩**

对于单匝线圈：

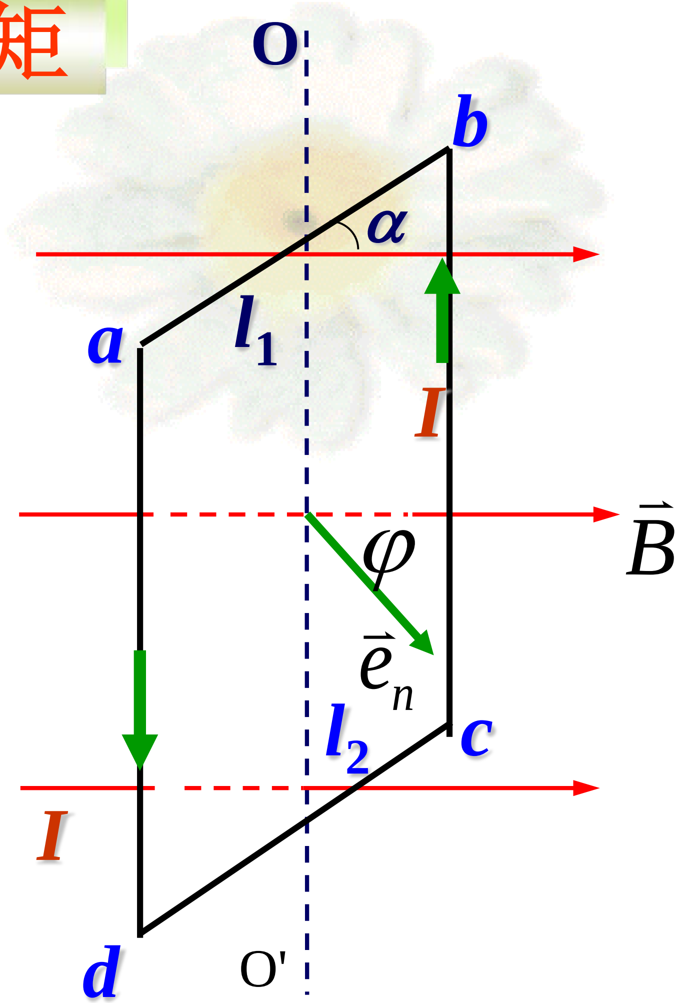
$$\vec{m} = I\vec{S} = IS\vec{e}_n$$

对于多匝线圈：

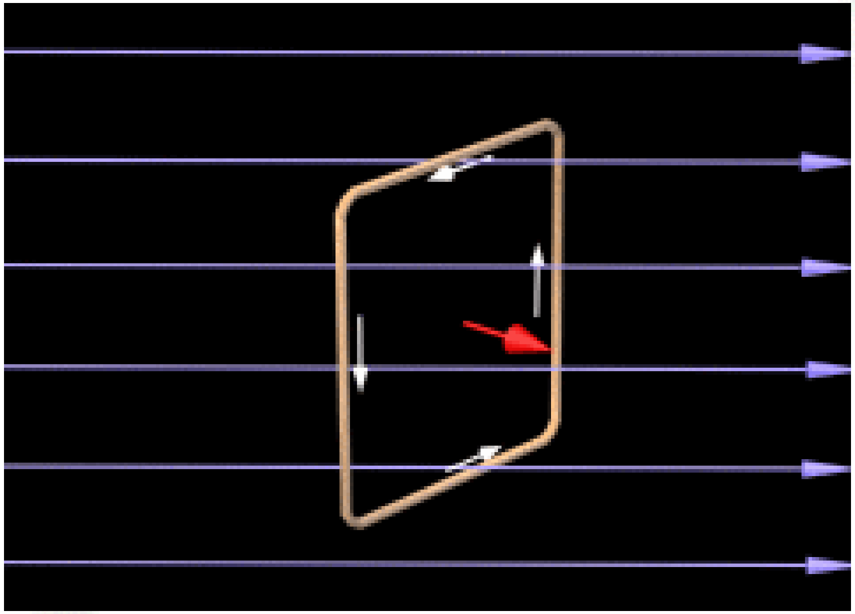
$$\vec{m} = NI\vec{S} = NIS\vec{e}_n$$

载流线圈所受磁力矩

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$



总结匀强磁场对矩形载流线圈的作用

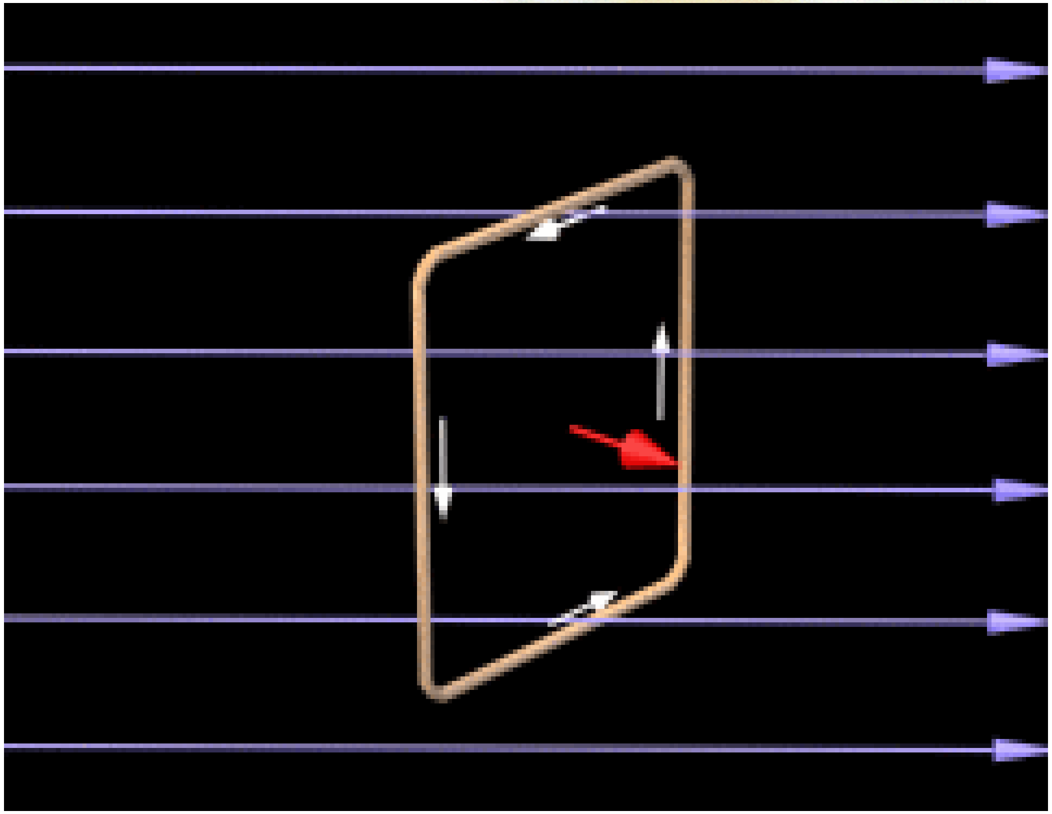


◆结论:

$$\vec{F}=0,\qquad \overrightarrow{M}=\vec{m}\times\vec{B},\text{其中}\vec{m}=NIS\vec{e}_n$$

矩形载流线圈在匀强磁场中所受的力矩

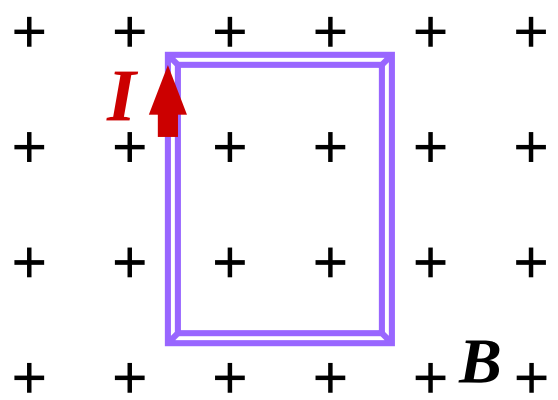
任意形状的平面载流线圈



$$\vec{F}=0,\qquad \overrightarrow{M}=\vec{m}\times\vec{B},\text{其中}\vec{m}=NIS\vec{e}_n$$

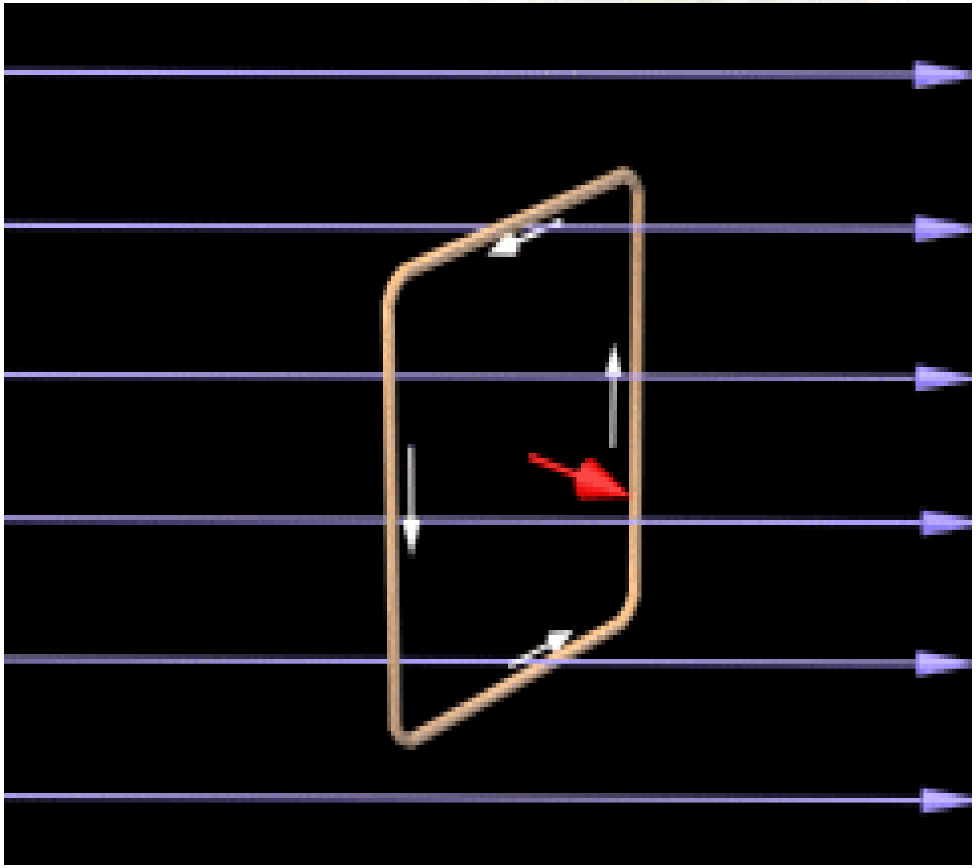
讨 论

$$\vec{F}=0,\qquad \overrightarrow{M}=\vec{m}\times\vec{B}$$



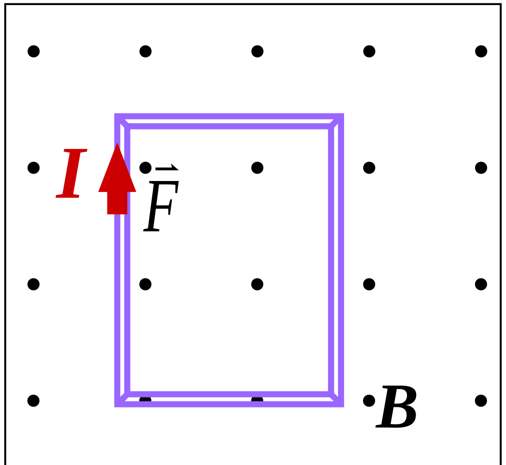
$\varphi=0^{\circ}, M=0$

稳定平衡



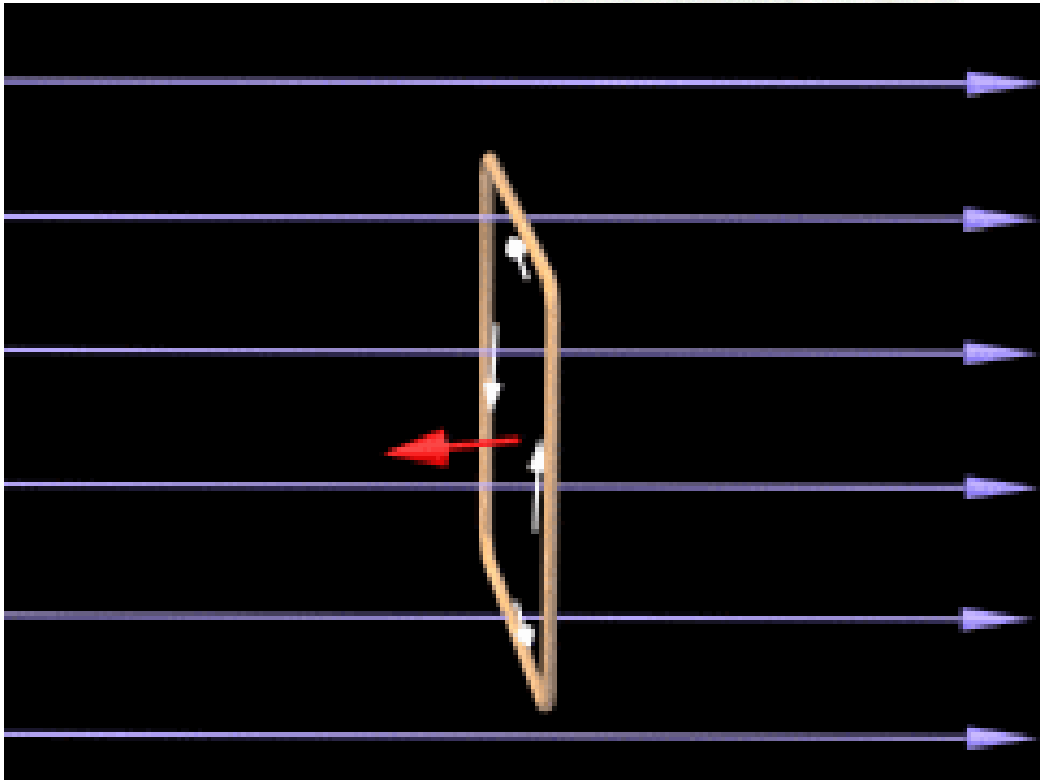
讨 论

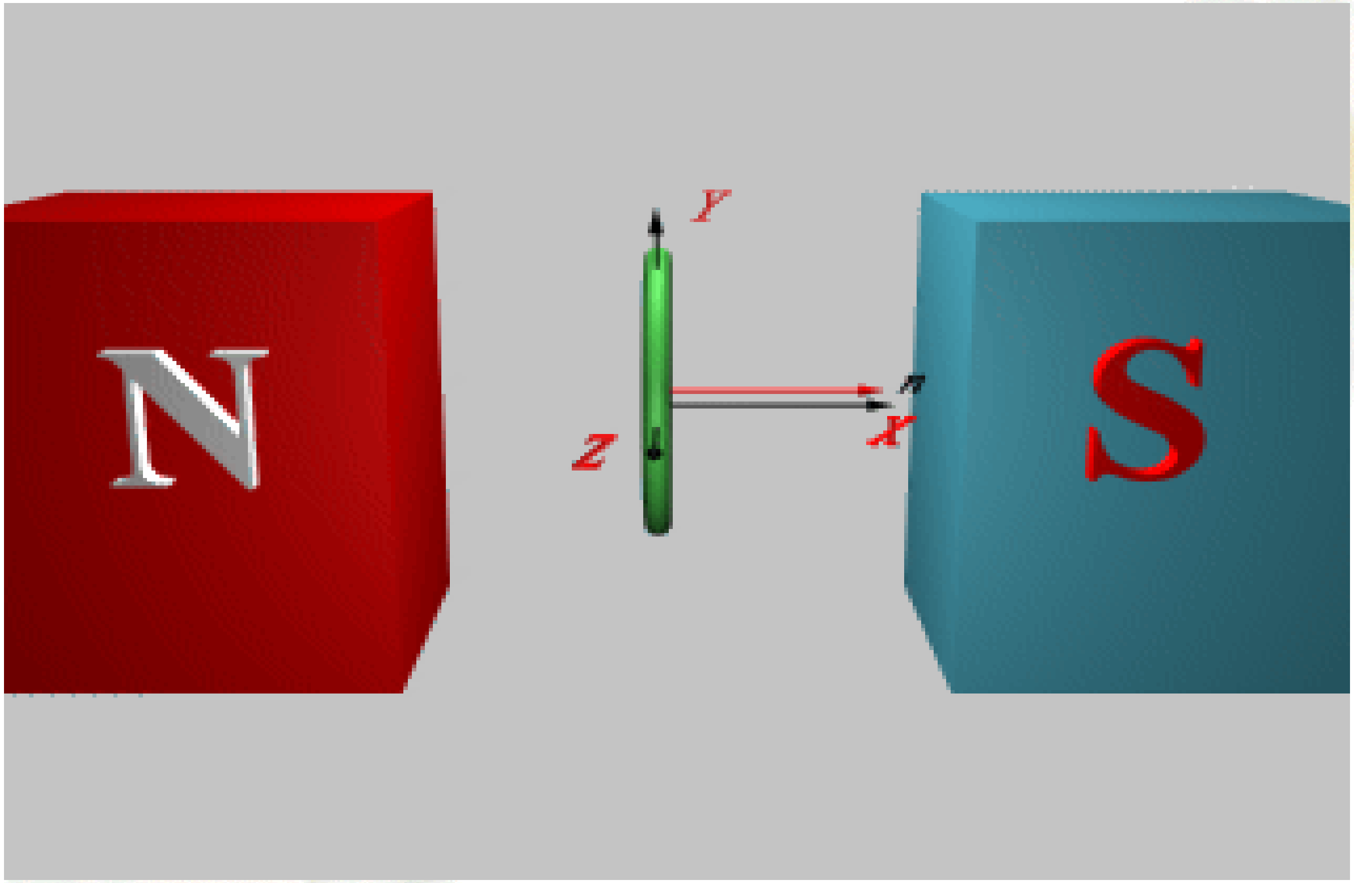
$$\vec{F}=0, \qquad \overrightarrow{M}=\vec{m}\times\vec{B}$$



$\varphi=\pi, M=0$

不稳定平衡

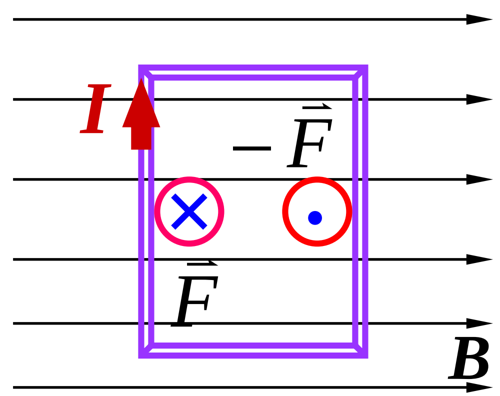




不稳定平衡 → 稳定平衡

讨 论

$$\vec{F}=0,\quad \overrightarrow{M}=\vec{m}\times\vec{B}$$



$$\varphi=\frac{\pi}{2},M=M_{\max}$$

力矩最大

$$M_{\max}=mB=NISB$$

例1 边长为0.2m的正方形线圈，共有50 匝 ，通以电流2A，把线圈放在磁感应强度为 0.05T的均匀磁场中．问(1)线圈的磁矩;(2)在什么方位时，线圈所受的磁力矩最大？磁力矩等于多少？

解 (1) $m = NIS = 50\times2\times(0.2)^2 = 4A\cdot m^2$

(2) $\varphi = \frac{\pi}{2}, M = M_{\max}$

$$M_{\max} = NBIS = 50\times0.05\times2\times(0.2)^2 \mathrm{N\cdot m}$$

$$M = 0.2\mathrm{N\cdot m}$$

2、周长相等的平面圆线圈和正方形线圈载有相同大小的电流，今把这两个线圈放入同一均匀磁场中，则圆线圈与正方形线圈所受的最大力矩之比为多少？

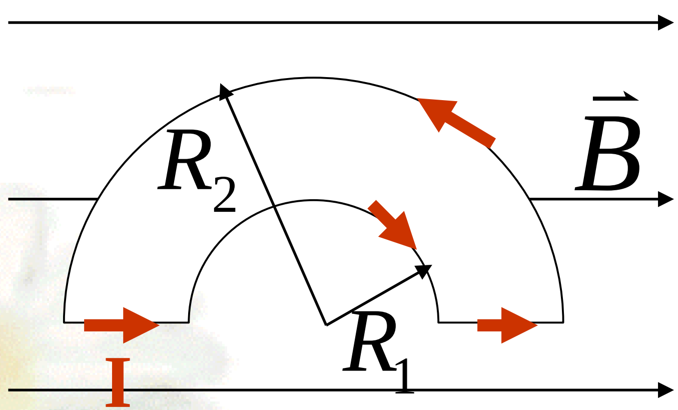
$$\frac{M_{圆\max}}{M_{正\max}} = \frac{BIS_{圆}}{BIS_{正}} = \frac{S_{圆}}{S_{正}} = \frac{\pi R^2}{a^2}$$

$$\because 2\pi R = 4a \Rightarrow \frac{R^2}{a^2} = \frac{4}{\pi^2}$$

$$\therefore \frac{M_{圆\max}}{M_{正\max}} = \frac{\pi R^2}{a^2} = \frac{4}{\pi}$$

3、如图所示，半径分别为R_1和R_2的两个半圆弧与直径的两小段构成通电线圈abcd，放在磁感应强度为$\vec{B}$的匀强磁场中，

$\vec{B}$平行线圈所在平面，则线圈的磁矩为________，线圈受到的磁力矩为______________。



教材223页作业：5-23