



云南省职工业务技能大赛——

“高教社杯” 高等师范院校

物理学教师教学技能大赛决赛





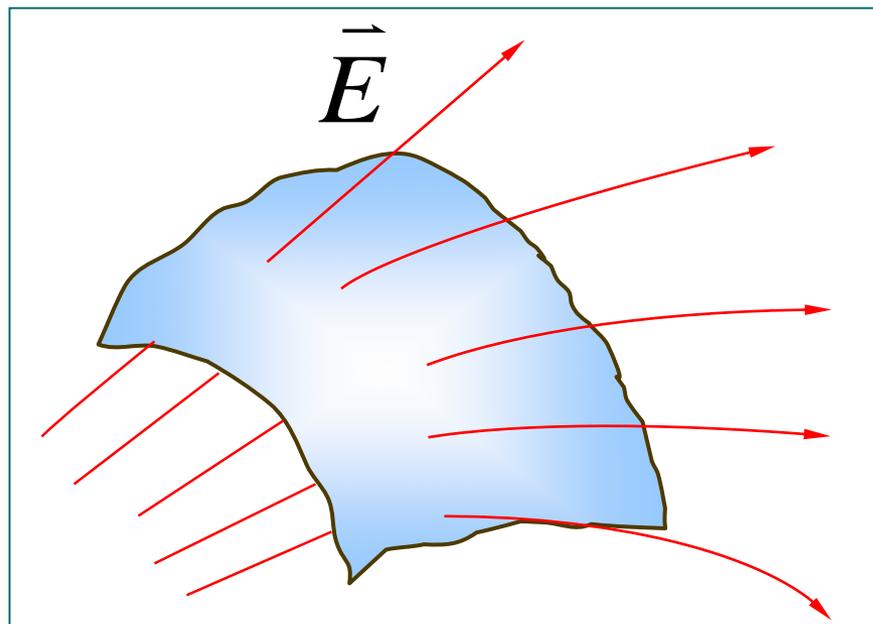
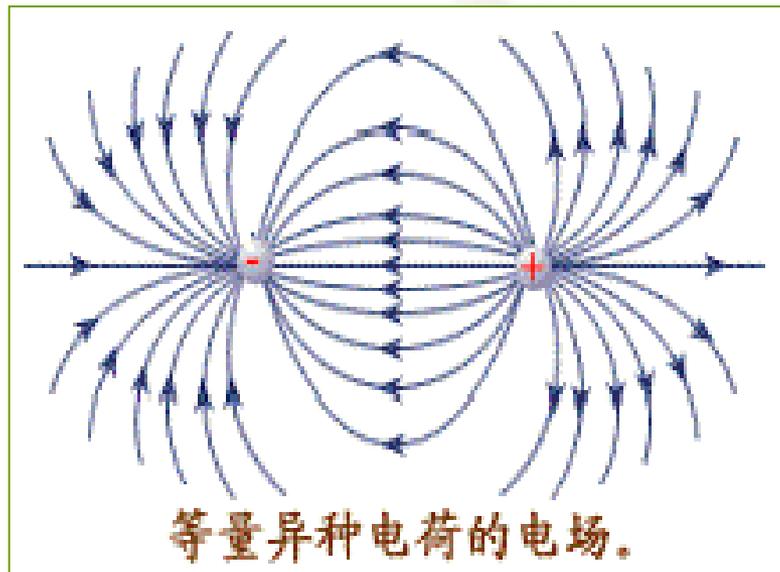
§ 1-4 高斯定理



回顾电通量

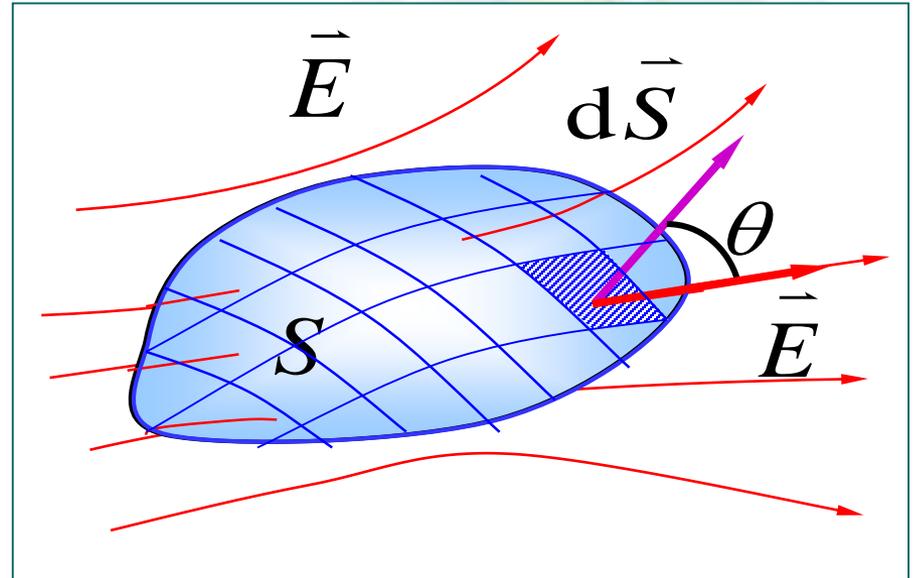
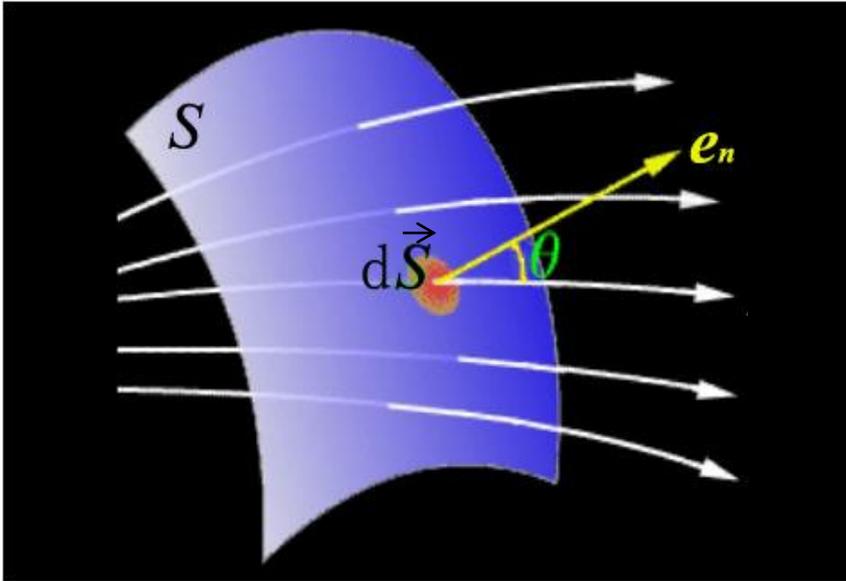
问题一、定义

通过电场中任意曲面的
电场线的数目，称为通过
该曲面的电通量，
用 Φ_e 表示。



回顾电通量

问题二： 计算



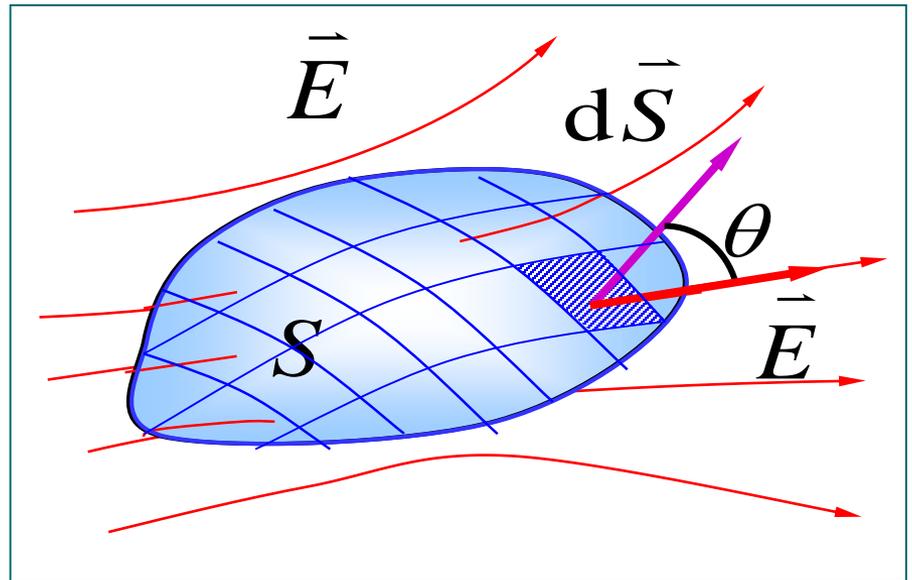
$$\phi_e = \int d\phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

§ 1-4 高斯定理

◆ 高斯定理回答:

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = ?$$





高斯是德国数学家，也是物理学家。高斯是近代数学的奠基人之一，在历史上影响之大，可以和牛顿、阿基米德、欧拉并列，素有“**数学王子**”之称

一. 高斯定理的文字表述

成立条件:

真空; 静电场



在真空的静电场中, 通过任一闭合曲面的电通量,

等于该曲面所包围的所有电荷的代数和除以 ϵ_0 。

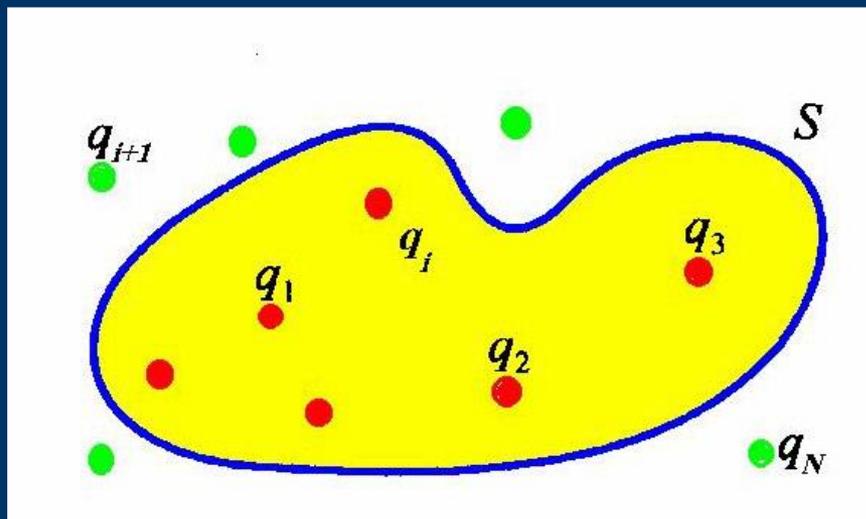
(闭合曲面称为高斯面)



二. 高斯定理的表达式

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = ?$$

1、高斯面内包含离散分布的电荷

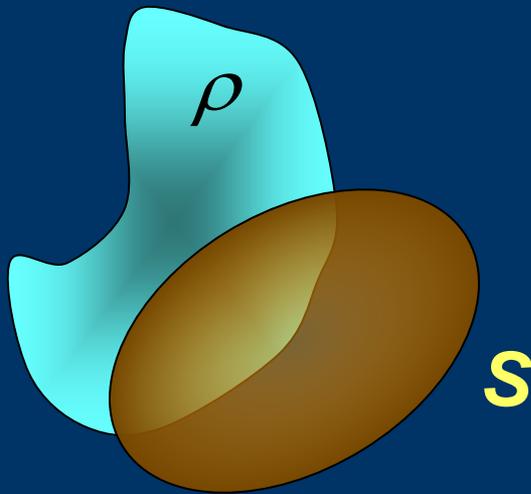


$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_{in}$$

二. 高斯定理的表达式

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = ?$$

1、高斯面内包含连续分布的电荷



$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

若： $\rho = C$

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho V$$

三. 验证高斯定理

1、点电荷 q 位于球心处，求通过球面的电通量 $\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = ?$

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_{in}$$

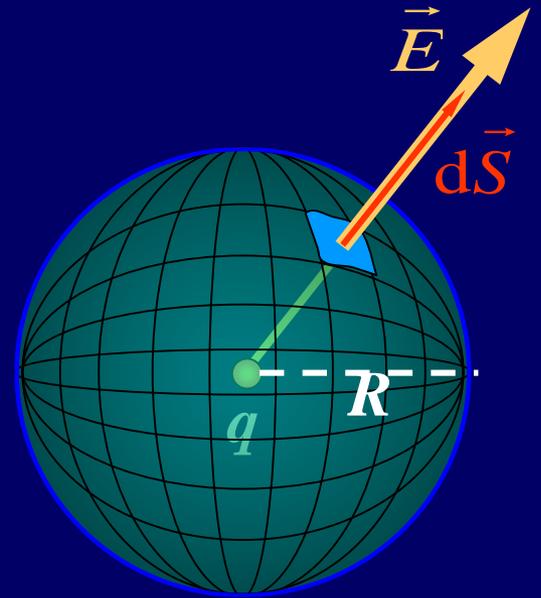
$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$d\phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} dS$$

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$= \oint_S \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} dS$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$



2、点电荷在任意形状的闭合曲面内

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = ?$$

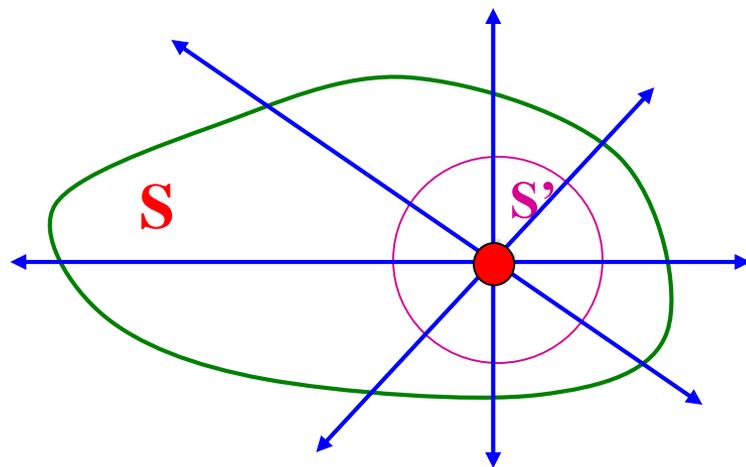
$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_{in}$$



$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{S'} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\begin{aligned} \therefore \phi_e &= \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{S'} \vec{E} \cdot d\vec{S} \\ &= \frac{q}{\epsilon_0} \end{aligned}$$



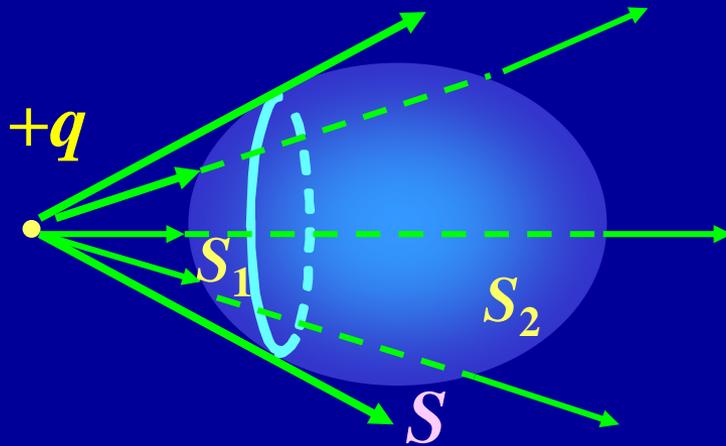
3、点电荷在闭合曲面外

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = ?$$

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_{in}$$



$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$



$$\phi_e = \phi_{e1} + \phi_{e2}$$

因为有几条电场线进面内必然有同样数目的电场线从面内出来。

$$\phi_e = \phi_{e1} + \phi_{e2} = 0$$

4、多个电荷存在，
通过任意闭合曲面的电通量？

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = ?$$

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_{in}$$



$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\epsilon_0}$$

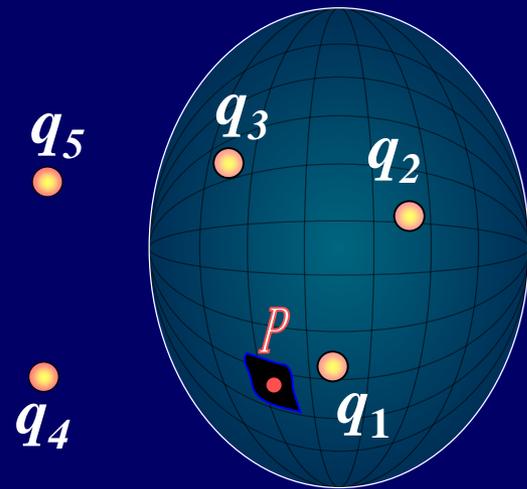
P 点的电场强度

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \vec{E}_5$$

闭合面电通量为

$$\phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_5) \cdot d\vec{S}$$

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_1}{\epsilon_0} + \frac{q_2}{\epsilon_0} + \frac{q_3}{\epsilon_0} + 0 + 0 = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\epsilon_0}$$



$$\text{四、 } \phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_{in} \text{ 的理解}$$

闭合面电通量为

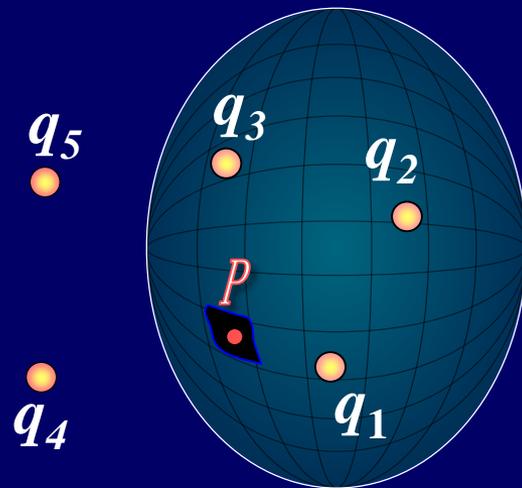
$$\phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\epsilon_0}$$

1、通过任意闭合曲面的电通量只决定于它所包围的电荷的代数和，闭合曲面外的电荷对电通量无贡献。

P 点的电场强度

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_5$$

2、高斯定理中的电场强度是指高斯面上的场强，由封闭曲面内、外电荷共同产生



$$\text{四、 } \phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_{in} \text{ 的理解}$$

- 3、该定理可用于求解高度对称的电场分布
- 4、揭示了电场与场源之间的联系，说明静电场是有源场；？

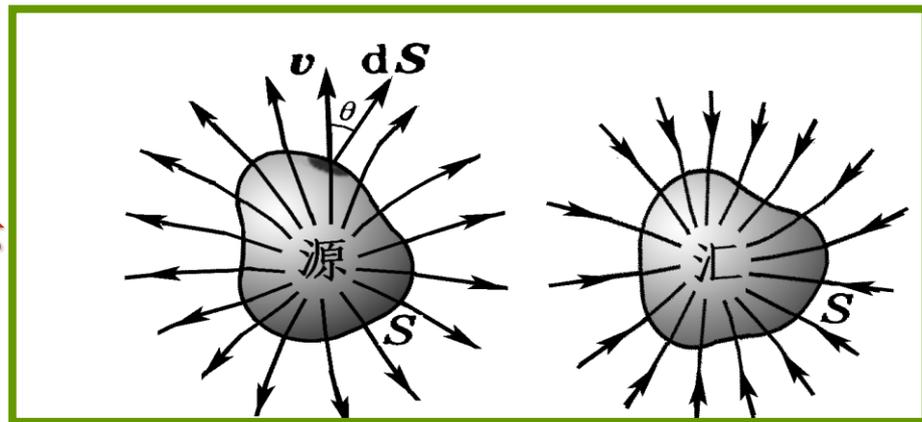
$$\sum q_{in} > 0 \Rightarrow \Phi_e > 0$$

表明电场线从正电荷发出，所以正电荷是静电场的源头

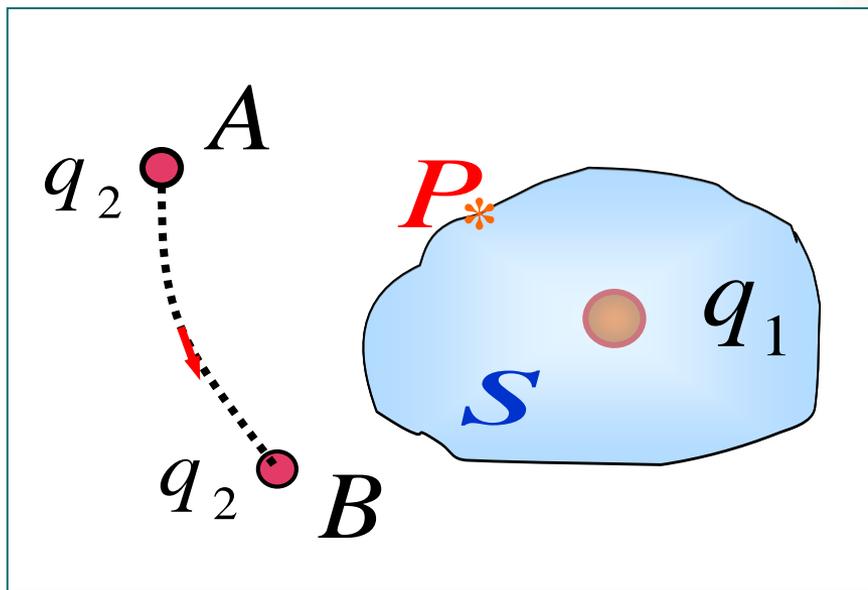
$$\sum q_{in} < 0 \Rightarrow \Phi_e < 0$$

表明有电场线穿入闭合曲面而终止于负电荷，所以负电荷是静电场的尾。

静电场是有源场



讨论



◆ 将 q_2 从 A 移到 B

点 P 电场强度是否变化?

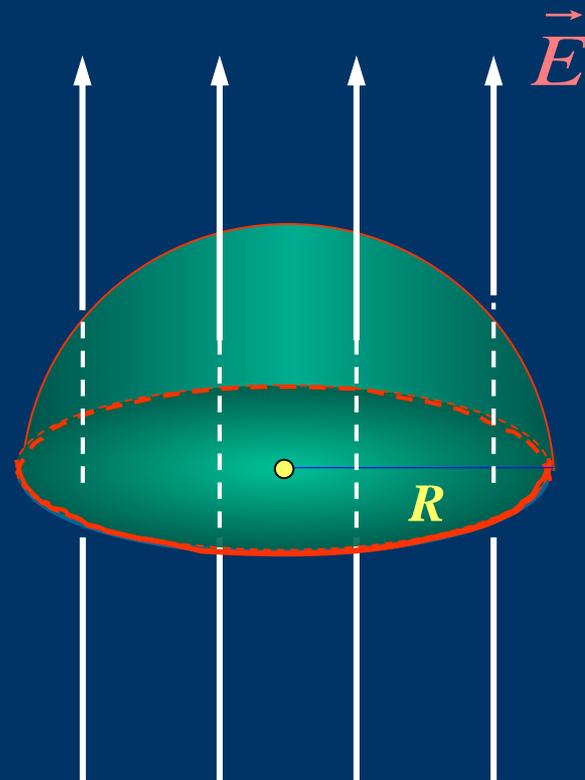
穿过高斯面 S 的 Φ_e 有否变化?

例 均匀电场中有一个半径为 R 的半球面
求 通过此半球面的电通量。

方法： 构成一闭合面，电通量

$$\Phi_e = \int_{\text{半球面}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{\text{底面}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\int_{\text{半球面}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \int_{\text{底面}} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



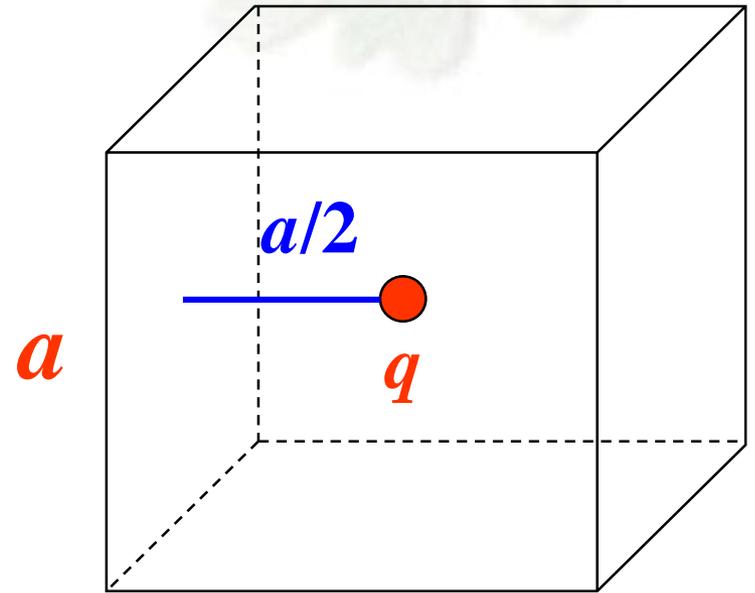
$$\phi_{\text{半球面}} = \pi R^2 E$$

有一边长为 a 的正方形平面，在其中垂线上距中心为 $\frac{a}{2}$ 处有一点电荷 q ，
则通过该平面的电场强度通量为多少？

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

则通过任意平面的电场强度通量为：

$$\phi_e = \frac{q}{6\epsilon_0}$$

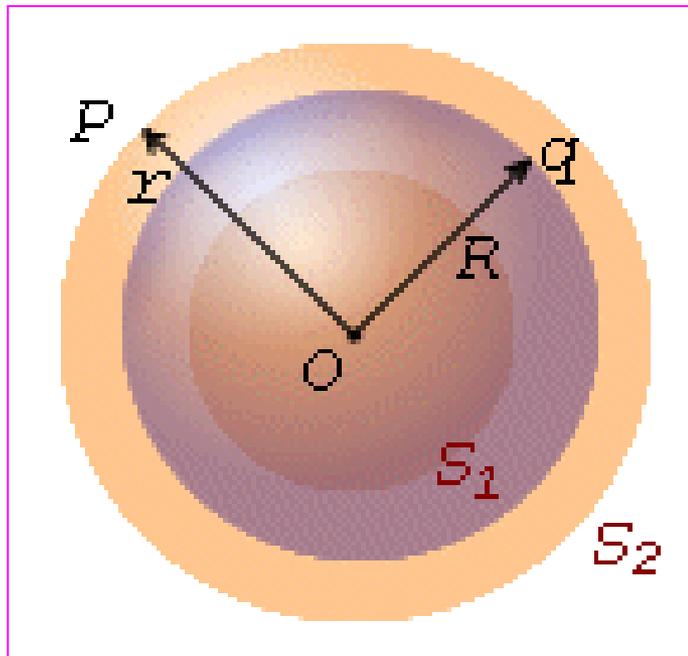


五. 高斯定理的应用



求解三类**对称电场**

第一类：**球对称电场**



球对称分布：

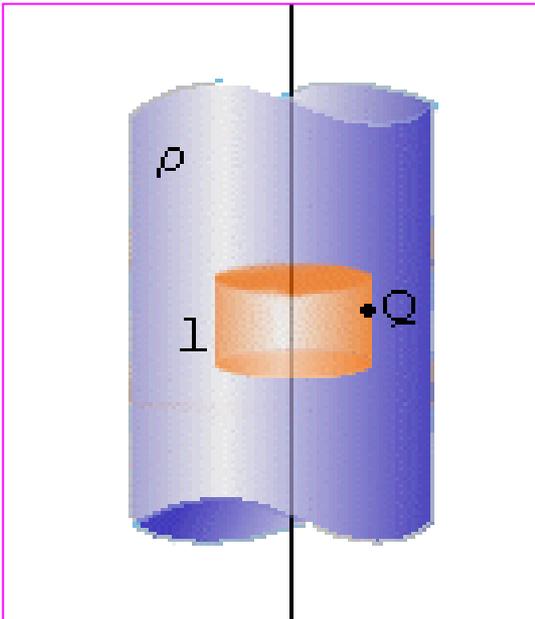
包括**点电荷**、
均匀带电的**球面**、
球体和多层同心球壳
激发的电场

五. 高斯定理的应用



求解三类对称电场

第二类：轴对称电场



轴对称分布：

包括无限长均匀带电的直线；

无限长均匀带电圆柱面，

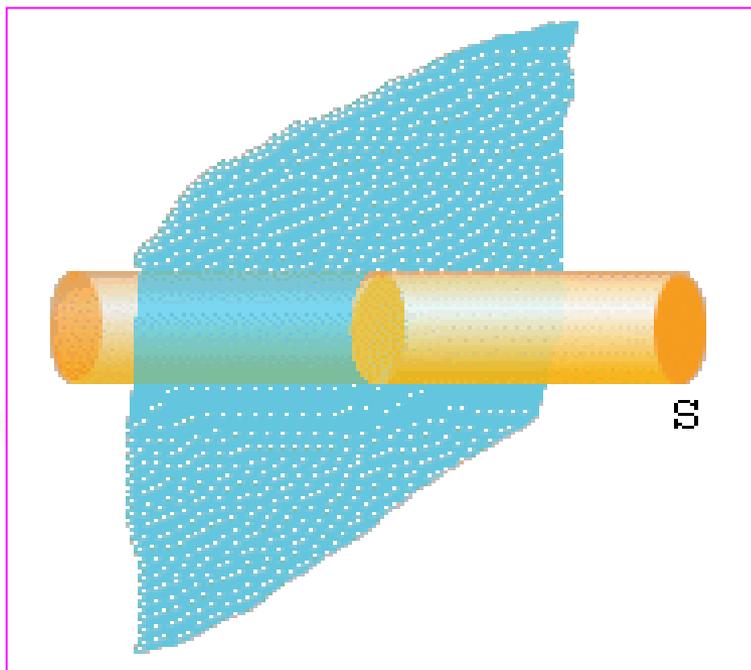
圆柱体；

五. 高斯定理的应用



求解三类对称电场

第三类：面对称电场



面对称分布：

包括无限大的均匀带电平面，平板等

五. 高斯定理的应用



求解三类对称电场

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_{in}$$



如何求对称性电场中的 \vec{E}

