

第五章 恒定电流的磁场自测题一

5. 1 一正电荷在磁场中运动，已知其速度 v 沿着 x 轴方向，若它在磁场中所受的力为下列几种情况，试指出种情况下磁感应强度 B 的方向。

- (1) 电荷不受力；
- (2) F 的方向沿 z 轴方向，且知此时力的数值为最大；
- (3) F 的方向沿着 $-z$ 轴方向，且知此时力的数值为最大值的一半。

5. 2 一电荷 q 在均匀磁场中运动，判断下列说法的是否正确，并说明理由。

- (1) 只要速度大小相同，所受的洛伦兹力就相同。
- (2) 在速度不变的前提下，电荷 q 改变 $-q$ ，受力的方向反向，数值不变。
- (3) 电荷 q 改变为 $-q$ ，速度方向相反，则受力的方向反向，数值不变。
- (4) v , B , F 三个矢量，已知任意两个量的大小和方向，就能判断第三个量的方向与大小。

(5) 质量为 m 的运动电荷，受到洛伦兹力后，其动能和动量不变。

5. 3 如图所示已分别标出带电粒子所带电量的正负、运动速度、磁感应强度和磁场对带电粒子的作用力等四个物理量中的三个量，试指出第四代上量的方向。

5. 4 已知载流导线为一任意形状的平面曲线，求导线所围成平面内任意一点 P 的磁感应强度 B 的方向。

5. 5 有两个半径相同的导线环，载有相同流向，数值相等的电流，它们平行放置且相隔一定距离，试根据对称性，判断位于两环中间且与两环等距的平面上任一点磁感应强度 B 的方向。

5. 6 上题中的两环的中心若在以某点为圆心的圆弧上，两导线环的平面之间夹角为 α ，试根据对称性判断等分夹角 α 的平面上（见附图）任一点磁感应强度 B 的方向。

5. 7 均匀磁场的磁感应强度 B 垂直于以半径为 R 的圆，问以该圆为边线作两任意曲面 S_1 与 S_2 （其法线如图所示）的磁通 Φ_{s_1} 与 Φ_{s_2} 为多少？

5. 8 一细长螺线管通有电流 I ，若导线均匀密绕，单位长度导线匝数为 n ，已知螺线管中部的磁感应强度为 $\mu_0 n I$ ，边缘部分轴线上的磁感应强度为 $\frac{1}{2} \mu_0 n I$ ，这是否说明螺线管中部的磁感应线到端部时，有二分之一的中断了？

5. 9 L 是一流有恒定电流的闭合线圈，电流强度为 I ，方向如图，试分别求出磁感应强

度沿图中 6 条闭合曲线的环路积分（积分方向如图所示）。

5. 10 在一载流螺线管外作一环路积分 $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ ，若该积分路径为一平面曲线，且知该平面垂直于螺线管的轴（见图），试问在下列情况下，该积分等于多少？积分路径上 \mathbf{B} 是否处处为零？

(1) 螺线管的电流可视为紧密排列的封闭圆环形电流，且螺线管为无限长；

(2) 与 (1) 的条件相同，但螺线管为有限长；

(3) 无限长的螺丝管，但把螺线管的电流，如实地视为在管上螺旋绕制而成的导线上通有的电流。

5. 11 一闭合直流电路由直导线段 AB 及弯曲段 $A\varepsilon B$ 组成， P 为空间任意一点，其磁感应强度 \mathbf{B} 可写成 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$ ，（ \mathbf{B}_1 及 \mathbf{B}_2 分别为 AB 段及 $A\varepsilon B$ 段在 P 点激发的磁感应强度）。试问：

(1) 能否用安培环路定理求 P 点的 \mathbf{B} ？为什么？

(2) 能否用安培环路定理求 P 点的 \mathbf{B}_1 ？为什么？[提示：答案均为否定，但理由不同，请说出确切理由。]

5. 12 电量为 q 的带电粒子，以速率 v 与匀强磁场 \mathbf{B} 成 θ 角射入磁场，其轨迹为一螺旋线，若要改变

(1) 螺旋线的半径；

(2) 螺旋线的螺距；

(3) 带电粒子回转一周的时间，可通过改变哪些物理量来实现？

5. 13 如图所示的两根交叉放置的彼此绝缘的直长载流导体，两者均可以绕垂直于纸面的 O 轴转动。当电流如图所示时，它们将如何运动？

5. 14 两个平行放置的圆环形导体，问环中电流方向为何时，彼此相斥。

5. 15 通电线圈中任一小元段 Idl 均处于线圈的其余部分所产生的磁场中，试证明通电圆环线圈中每一小元段所受的磁场力均为背离圆心的径向力；线圈所受的合力为零。

5. 16 均匀磁场 \mathbf{B} 与矩形通电线框的法线成 θ 角，问线框的四个边所受的力与 θ 有无关系？线框所受的合力与 θ 有无关系？线框所受合力矩与 θ 有无关系？

第五章 恒定电流的磁场自测题二

5. 2. 1 如图所示, AB 长度为 0.1 米, 位于 A 点的电子具有大小为 $v_0 = 1.0 \times 10^7$ (米/秒) 的初速度, 试问:

- (1) 磁感应强度的大小和方向应如何才能使电子沿图中半圆周从 A 运动到 B;
- (2) 电子从 A 运动到 B 需要多长时间?

5. 2. 2 已知地面上空某处地磁场的磁感应强度 $B = 4.0 \times 10^{-5}$ (特) 方向向北。若宇宙射线中有一速率 $v = 5.0 \times 10^7$ (米/秒) 的质子竖直向上通地此处, 试求:

- (1) 洛伦兹力的方向;
- (2) 洛伦兹力的大小, 并与该质子受到的万有引力相比较。

5. 2. 3 带电粒子穿过饱和蒸气时, 它在走过的路径上, 过饱和蒸汽便凝结成小液滴, 从而可以显示出它的运动轨迹来, 这就是云室的原理。今在云室中有 $B=1000$ (高斯) 的均匀磁场, 观测到一个质子的径迹是圆弧, 半径 $r=20$ (厘米), 已知这粒子的电荷为 1.6×10^{-19} 库仑, 质量为 1.6×10^{-27} 千克, 求它的动能。

5. 2. 4 有一质点, 质量是 0.5 克, 带电荷 2.5×10^{-8} 库仑, 此质点有 6×10^4 米/秒的水平初速, 要使它维持在一水平向运动, 应向加最小磁场的大小与方向如何?

5. 3. 1 如图所示线为载有电流 I 的导线, 导线由三部分组成, AB 部分为 $\frac{1}{4}$ 圆周, 圆心为 O, 半径为 a , 导线其余部分为伸向无限远的直线。求 O 点的磁感应强度 B 。

5. 3. 2 电流 I 若沿如图所示的导线形状流过时 (图中直线部分伸向无限远), 试求 O 点的磁感应强度 B 。

5. 3. 3 将通有电流 I 的导线弯成如图所示的形状, 求 O 点的磁感应强度 B 。

5. 3. 4 载流导线形状如图所示 (图中直线部分伸向无限远), 求 O 点的磁感应强度 B 。

5.3.5 三根平行直长导线在一平面内, 1, 2 和 2, 3 之间距离都是 3 厘米, 其上电流 $I_1 = I_2$ 及 $I_3 = -(I_1 + I_2)$, 方向如图, 试求一直线的位置, 在这线上 $B=0$ 。

5. 3. 6 将一无限长导线中部折成一个长为 a 宽为 b 的开口矩形 (如图所示), 并使此导线通过电流 I , 求矩形中心处的磁感应强度 B 。

5. 3. 7 电流 $I=5$ (安) 流过边长 $a=30$ (厘米) 的正三角形导线, 求电流在此三角形为

底的正四面体的顶点处 P 的磁感应强度 B。

5. 3. 8 一密绕圆形线圈，直径是 40 厘米，导线中通有电流为 2.5 安，线圈中心处 $B_0 = 1.26 \times 10^{-4}$ (特)，问这线圈有多少匝？

5. 3. 9 有一螺线管长 20 厘米，半径 2 厘米，密绕 200 匝导线，导线中的电流是 5 安培，计算螺线管轴线上中点处的磁感应强度 B。

5. 3. 10 有一螺线管，它的半径是 5 厘米，长是 50 厘米，导线通过的电流为 10 安，要想在其中心处产生 0.1 特斯拉的磁感应强度，试问：

(1) 这螺线管每单位长度应有多少匝？

(2) 所需导线的总长为多少？

5. 3. 11 两根导线沿半径方向被引到铁环上 B, C 两点，电流方向如图所示，求环中心 O 处的磁感应强度 B 是多少？

5. 3. 12 将半径为 R 的无限长导体管壁（厚度可忽略）沿轴向割去一宽度为 h ($h \ll R$) 的无限长缝后，沿轴向均匀地通有电流，其面密度为 I，求轴线上的磁感应强度 B。

5. 3. 13 上题中若沿轴割去半个管壁时，半个管壁上沿轴向均匀地流过电流为 I，求轴线上的磁感应强度 B 为多大？

5. 3. 14 电流均匀地流过宽为 2a 的无限长平面导体薄板，电流强度为 I，通过板的中线并与板面垂直的平面上有一点 P，P 到板的垂直距离为 x (见附图)，设板厚度可略去不计，求 P 点的磁感应强度 B。

5. 3. 15 在半径为 R 的木球上紧密地绕有细导线，相邻线圈可视为相互平行，以单层盖住半个球面 (如图所示)，沿导线流过的电流为 I，总匝数为 N，求此电流在球中心处 O 产生的磁感应强度。

5. 3. 16 有一电介质薄盘，其表面均匀带电，总电量为 Q，盘半径为 a，盘绕垂直于盘面并通过圆心的轴转动，每秒几转，求盘中心处的磁感应强度 B。

5. 3. 17 一半径为 R 的非导体球面均匀带电，面密度为 σ ，若该球以通过球心的直线为轴，用角速度 ω 旋转，求在球心处的磁感应强度 B。

5. 5. 1 如图所示，载流无限长直导线的电流为 I，试求通过矩形面积 CDEF 的磁能是 (CDEF 与直线共面)。

5.5.2 二无限长载流直导线与一长方形框架位于同一平面内(如图所示)，已知 $a=b=c=10$ (厘米)， $l=10$ (厘米) $I=100$ (安)。求通过框架的磁通量。

5. 5. 3 有一电子在垂直于一均匀磁场方向做一半径为 1.2 厘米的圆周运动，电子的速度是 10^6 米/秒。问此圆轨道内所包含的总磁通量是多少？

5. 5. 4 电缆由一导体圆柱和一同轴导全圆筒构成，使用时电流 I 从一导体流去，从另一导体流回，电流都是均匀地分布在横截面上。设圆柱的半径为 r_1 ，圆筒的半径分别为 r_2 和 r_3 （见附图）， r 为到轴线的垂直距离，求 r 从 0 到 ∞ 的范围内，各处的磁感应强度 B 。

5. 5. 5 一根很粗的直长铜导线，载有电流 10 安培，在导线内部做一平面 S （如图所示）。试计算通过每米导线内 S 平面的磁通量。

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 N I h}{2\pi} \ln \frac{D_1}{D_2}$$

5. 5. 6 一根很长的直线铜导线，载有电流 10 安培，在导线内部做一平面 S （如图所示）。试计算通过每米导线内 S 平面的磁通量。

5. 5. 7 一无限在导体平面，以面电流密度 i 均匀流有电流。求空间一点的磁感应强度 B 。

5. 5. 8 厚度为 $2d$ 的无限大导体平板，电流密度 j 沿 z 方向均匀流过导体，求空间磁感应强度 B 的分布。

5. 5. 9 在半径为 5 米的无限长金属圆柱内部挖去一半径为 $r=1.5$ 米的无限长圆柱体，两柱体轴线平行，轴间距离 $a=2.5$ 米，今在此空心导体上通以电流 5 安培，电流在截面均匀分布，求此导体空心部分轴线上任一点的 B 。

5. 6. 1 有一电子射入磁感应强度为 B 的均匀磁场中，其速度 v_0 与 B 方向成 a 角，试证它沿螺旋线运动一周后在磁场方向前进的距离 l 为：
$$l = \frac{2\pi m v_0 \cos a}{eB}$$
，式中 m 为电子的质量。

5. 6. 2 把 2.0×10^3 电子伏特的一个正电子，射入磁感应强度 B 为 0.1 特斯拉的匀强磁场中，其速度矢量与 B 成 89° 角，路径成螺旋线，其轴在 B 的方向，试求这螺旋线运动的周期 T ，螺距 h 和半径 r 。

5. 6. 3 一回旋加速器 D 形电极圆周的最大径 $R=60$ （厘米），用它来加速质量为 1.67×10^{-27} 千克，电荷为 1.6×10^{-19} 库仑的质子，要把质子从静止加速到 4.0×10^6 电子伏特的能量。

(1) 求所需的磁感应强度 B ;

(2) 设两 D 形电极间距离为 1.0 厘米, 电压为 2.0×10^4 伏, 其间电场是均匀的, 求加速到上述能量所需的时间。

5. 6. 4 粒子选择器是由相互正交的匀强电场和匀强磁场组成的。现有一束具有不同速度的带负电粒子, 垂直于 E 和 B 的方向进入速度选择器, 若 $U=300$ 伏, $d=10$ (厘米), $B=300$ (高斯), 试计算穿过速度选择器的粒子的速度, 带电粒子的带电符号及质量大小是否影响选择器对它们速度的选择?

5. 6. 5 一质谱仪的构造原理如图所示, 离子源 S 产生质量 M 、电荷为 q 的离子, 离子产生出来时速度很小, 可以看做是静止的, 离子产生出来以后, 经过电压 U 加速, 进入磁感应强度为 B 均匀磁场, 沿着半圆周运动而到达记录它的照相底片 P 上, 测得它在 P 上的

位置到入口处的距离 x , 试证明这离子的质量为: $M = \frac{qB^2 x^2}{8U}$ 。

5. 6. 6 在霍尔效应实验中, 宽 1.0 厘米, 长 4 厘米, 厚 1.0×10^{-3} 厘米的导体, 沿长度方向载有 3 安培的电流, 当磁感应强度为 1.5 特斯拉的磁场垂直地通过该薄导体时, 产生 1.0×10^{-5} 伏的横向霍尔电压 (在宽度两端), 试由这些数据求:

(1) 载流子的漂移速率;

(2) 每立方厘米载流子的数目;

(3) 假设载流子是电子, 试就这一给定的电流和磁场方向, 在图中画出霍尔电压的极性。

5. 6. 7 高 h 宽 W 的铜条内通有电流 I (在附图中用 \times 号表示), 在这铜片的垂直方向上施加一个磁感应强度为 B 的均匀磁场。

(1) 试计算铜片中电子的漂移速率 v (形成电流的定向速率);

(2) 作用在电子上磁力 F 的大小和方向;

(3) 为了抵消磁场的效应, 铜片中应加均匀电场 E 的大小和方向如何?

(4) 为了产生此电场 E , 那铜片导体两侧之间电压应为多少? 电压应加于导体的哪两位?

(5) 如果外界不加电场, 则有些电子将被推到铜片的一边, 因而在铜片的高度方向上最终将产生一均匀电场 E_H , 这个电场的大小和方向如何?

(已知: 单位体积内电子的数目 $n = 1.1 \times 10^{29}$ (1/米³), $h=0.02$ (米), $W=0.1$ (厘米), $I=50$ (安), $B=2$ (特))

5. 7. 1 两根相距 15 厘米的无限长平行直导线, 电流方向相反大小相等 $I_1 = I_2 = 200$ (安), 求第一根导线上长为 1.5 米一段所受第二根导线的力。

5. 7. 2 在如图所示的均匀磁场中 (B 垂直纸面向内), 试证明: 通以相同稳恒电流 I 的直导线 AC 与任意曲线 ADC 所受磁场力相等。

5. 7. 3 如图所示的正方体, 每边长 0.5 米, 放在 0.6 特斯拉的均匀磁场中, 磁场方向平行于 x 轴, 线 $abcdeO$ 所通的电流是 4 安培, 方向如图所示, 求作用于 ab , cd , de , eO 各段上力的大小和方向。

5. 7. 4 横截面积 $S=2.0$ (毫安) 的铜线, 弯成如图所示形式, 其中 OA 和 DO' 段固定在水平方向不动, $ABCD$ 段是边长为 a 的正方形三边, 可以绕 OO' 转动, 整个导线放在均匀磁场 B 中, B 竖直向上, 已知铜的密度 $\rho = 8.9$ (克/厘米³), 当这铜线中的电流为 10 安培时, 在平衡情况下, AB 段和 CD 段与竖直方向夹角为 15° , 求磁感应强度 B 的大小。

5. 7. 5 一半径 $R=0.2$ (米) 的圆形线圈, 通有电流 $I=10$ (安) 位于 $B=1$ (特) 的均匀磁场中, 线圈平面与磁场方向垂直, 线圈为刚性, 且无其它力作用。试求:

(1) 线圈 a , b , c , d 各处 1 厘米长电流元所受的力 (把 1 厘米长的电流远近似看到直线);

(2) 半圆 abc 所受合力如何?

(3) 线圈如何运动?

5. 7. 6 载有电流 I_1 的直长导线, 旁边有一平面圆形线圈, 线圈半径为 r , 圆心到直线的距离为 l , 线圈载有电流 I_2 , 线圈和直长导线在同一平面内 (见附图), 求 I_1 作用在圆形线圈上的力。

5. 7. 7 如图所示一半径为 R 的无限长半圆柱面导体, 其上电流与其轴线上一无限长直导线的电流等值反向, 电流 I 在半圆柱面上均匀分布, 试求:

(1) 轴线上导线单位长度所受的力;

(2) 若将另一无限长直导线 (通有大小方向与半圆柱面相同的电流 I) 代替圆柱面, 产生同样的作用力, 该导线应放在何处?

5. 7. 8 将一均匀分布着面电流的无限大载流平面放入均匀磁场中, 已知平面两侧的磁

感应强度分别为 B_1 与 B_2 (如图所示), 求该载流平面上单位面积所受的磁场力的大小及方向。

5. 7. 9 一电流计的线圈有 50 匝, 其所包围的面积为 6 平方厘米, 线圈摆动区域中的 B 值为 0.01 特斯拉, 并沿径向分布 (见书中电流计结构图), 弹簧扭转常数 $K=0.10$ (达因·厘米/度)。若通以 1 毫安的电流, 问此线圈的偏转角是多大?

5. 7. 10 一电流计的线圈所包围的面积是 60 平方厘米, 共 200 匝, 其中通电流 10^{-5} 安培, 放在 0.1 特斯拉的均匀场中, 其所受的最大转矩为多少?

5. 8. 1 有一圆线圈直径 8 厘米, 共 12 匝, 通电流 5 安培, 将此线圈置于磁感应强度为 0.6 特斯拉的磁场中, 试求:

(1) 作用在线圈上的最大转矩?

(2) 线圈平面在什么位置时转矩是 (1) 中的一半?

5. 8. 2 将一无限长导线中部折成一个边长为 a 及 b 的开口矩形 (如附图), 并使此导线通过强度为 I 的电流, 今在中心 O 点处放一检验线圈, 要使线圈的法线方向平行于纸面, 已测得需加在线圈上的扭力矩 $M=70$ (达因·厘米), 求检验线圈的磁矩, 已知 $I=1 \times 10^{-3}$ (安), $a=0.4$ (米), $b=0.3$ (米)。

5. 8. 3 一半径 $R=0.10$ 米的半圆形闭合线圈, 载有电流 $I=10$ 安放在均匀外磁场中, 磁场方向与线圈平面平行 (见附图)。磁感应强度 $B=5.0 \times 10^3$ 高斯。

(1) 求线圈所受力矩的大小和方向;

(2) 在这力矩的作用下线圈转 90° (即转到线圈平面与 B 垂直) 求力矩所作的功。

5. 8. 4 边长为 l 的正方形线圈 (如附图示) 载有电流 I , 轴线上一点 P 距 O 点为 x , 试证当 $x \gg l$ 时, P 点的磁感应强度 B 的大小为:

$$B = \frac{\mu_0 I l^2}{2\pi x^2} = \frac{\mu_0 P_m}{2\pi x^3}$$

第五章 恒定电流的磁场自测题三

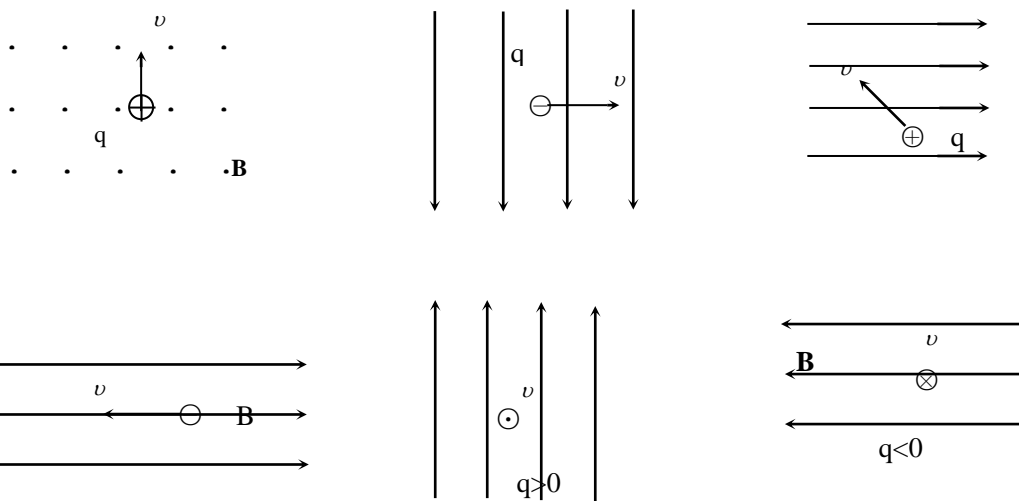
讨论题目：

(1)、试探电流元 Idl 在磁场中某处沿直角坐标系的 x 轴方向放置时不受力,把这电流元转到 $+y$ 轴方向时受到的力沿 $-y$ 轴方向,此处的磁感应强度 B 指向何方?

该题用安培力公式 $dF=Idl \times B$,特别是二矢量的差乘方法

(2)、在一个可视为无穷长密绕的载流螺线管外面环绕一周,环路积分 $\oint_L B \cdot dl$ 等于多少?

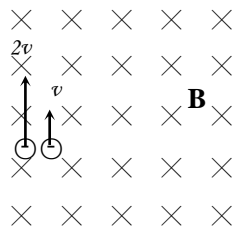
此题涉及知识点:安培环路定理. 此题涉及知识点: 安培环路定理。



(3)、指出下图中各情形里带电粒子受力的方向.

此题涉及知识点: 用洛仑兹力公式判断粒子受力方向

(4)、如图所示,两个电子同时由电子枪射出,它们的初速与匀磁场垂直,速率分别是 v 和 $2v$.经磁场偏转后,哪个电子先回到出发点?



此题涉及知识点：带电粒子作圆周运动的周期与速度无关。

(5)、云室是借助与过饱和和水蒸气在离子上凝结，来显示通过它的带电粒子荆迹的装置。这里有一张云室中拍摄的照片。云室中加了垂直纸面向里的磁场，图中 a、b、c、d、e 是从 O 点出发的一些正电子或负电子的径迹。

(1)哪些径迹所以正电子的，哪些属于负电子的？

(2)a、b、c 三条径迹中哪个粒子的能量（速率）最大，哪个最小？

此题涉及知识点：洛伦兹力公式判断力方向，圆周运

动的半径公式 $R = \frac{mv}{Bq}$ ，动能 $\frac{1}{2}mv^2$ 。此题涉及知识

点：洛伦兹力公式判断力方向，圆周运动的半径公式

$R = \frac{mv}{Bq}$ ，动能 $\frac{1}{2}mv^2$ 。

(6)、试比较库仑定律

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q}{r^3} r$$

(A)

与毕奥—沙伐尔定律

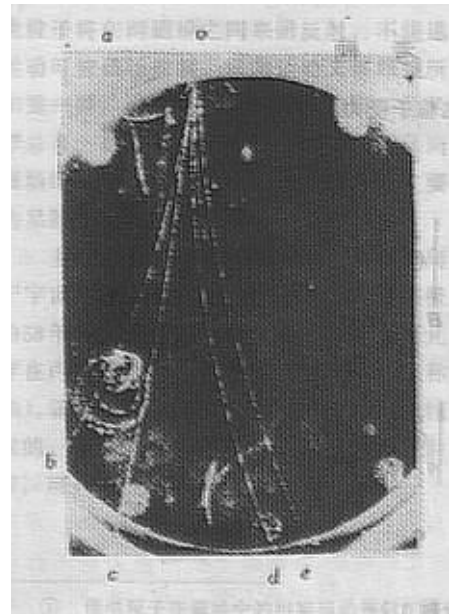
$$dB = \frac{\mu_0\mu_r}{4\pi} \frac{Idl \times r}{r^3} \quad (B)$$

的类似与差别之点。

答：类似之处：

① 都是元场源产生场的公式：(A) 式是电荷元（点电荷）的场强公式；

(B) 式电流元的场强公式



② 场强都与 r^2 成反比：从 (A) 式看出，点电荷的 \mathbf{E} ，其大小与距点电荷的距离 r 的平方成反比；由 (B) 式看出，电流元的 $d\mathbf{B}$ ，其大小与距电流元的距离 r 的平方成反比。

③ 都是计算场的理论基础：(A) 是计算不能视为点电荷的带电体产生的 \mathbf{E} 的基础；(B) 是计算任意形状和分布的电流产生的 \mathbf{B} 的基础。

不同之点：

① (A) 式是直接由实验总结出来的；(B) 式是概括闭合电流情况下的实验数据，间接得到的，因为客观上不存在稳恒电流元，稳恒电流必须是闭合的。

② \mathbf{E} 的方向与 \mathbf{r} 方向相同 (当 q 为正) 或相反 (q 为负)； $d\mathbf{B}$ 方向，既非 $I d\mathbf{l}$ 方向，又不是 \mathbf{r} 方向，而是垂直与 $d\mathbf{l}$ 与 \mathbf{r} 组成的平面，由右手螺旋法则确定。

③ \mathbf{E} 的大小，与 q 成正比； $d\mathbf{B}$ 的大小不只与 $I d\mathbf{l}$ 成正比，还与 $I d\mathbf{l}$ 和 \mathbf{r} 的夹角 θ 的正弦 (即 $\sin \theta$) 成正比。

(1) 从毕奥—沙伐尔定律能导出无限长直电流的磁场公式：

$$B = \frac{\mu I}{2\pi a}。$$

当考察点无限接近导线时 ($a \rightarrow 0$)，则磁感应强度 $B \rightarrow \infty$ ，这是没有物理意义的，如何解释？

答： $B = \frac{\mu I}{2\pi a}$ 只对线电流才适用。所谓“线电流”是指满足下面条件的电流：即电流任一截面的大小比起从这截面到场中所研究的点的距离来为充分小。当然只有在我们研究距电流充分远的场中各点磁感应强度 \mathbf{B} 的那种情形下，电流 I 才满足上述条件。很明显，对长直电流来说，当 $a \rightarrow 0$ 时，长直电流就不能视为线电流，这时 $B = \frac{\mu I}{2\pi a}$ 已经不适用了。我们指出：当电流不能视为线电流时，可将此电流视为若干线电流的集合。可以证明，对长直电流来说，即使在 $a \rightarrow 0$ 的点，磁场 \mathbf{B} 仍为一有限值 (如果电流密度 \bar{j} 到处有限的话)，并不会成为无限大。这一结论对任何形状的电流来说都是正确的。

此题涉及“线电流”的概念，无限长直导线的磁场公式。

(2) 试把安培环路定理

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I$$

与静电学中的高斯定理

$$\oint_s \varepsilon E dS = \sum q$$

以及公式

$$\oint_L E \cdot dI = 0$$

作一比较。

答：(1) $\oint_L H \cdot dI = \sum I$ — (A) 与 $\oint_s \varepsilon E dS = \sum q$ — (B) 比较：

- a. 它们是场与源的普遍联系式：(A) 式是磁场强度与传导电流间的普遍关系；(B) 式为电位移 $D (= \varepsilon E)$ 与自由电荷间的普遍关系。
- b. 它们揭示了场的性质：(A) 式揭示了稳恒磁场是一个涡旋场，磁力线 (H 线) 是与传导电流 I 套连的闭合线；(B) 式揭示了静电场是与个有源场，电位移线 (D 线) 起于正自由电荷，止于负自由电荷。

C、场具有强对称性情况下，它们给出了求磁场的一种简便方法：由 (A) 式可求出 H ；由 (B) 式可求出 D 。求出了 H 和 D ，再由 $B = \mu H$ 和 $E = D/\varepsilon$ 就可求得磁感应强度 B 和电场强度 E 。

(2) $\oint_L H \cdot dI = \sum I$ (A) 与 $\oint_L E \cdot dI = 0$ (C) 比较：(C)

式表明，静电场是一个无旋场，或称势场，因此可以引出电势的概念。而 (A) 式表明，稳恒磁场不是一个势场，不能引出磁标势概念（然而理论电学指出，可以引出矢势概念）。

(3) 在下述的两种情况中，能否用安培环路定理求磁场强度？为什么？

- (2) 有限长载流直导线产生的磁场。
- (3) 源电流产生的磁场。

答：(1) 安培环路定理 $\oint_L H \cdot dI = \sum I$ 只对稳恒电流才适用，而稳恒电流一定是闭合的。对于非闭合的有限长载流直导线来说，只能用毕奥—沙伐尔定律去计算它的磁场。如果考虑电流的闭合性，则有长直导线周围的磁场，实际上是它产生的磁场和跟它组成闭合电路的其它部分电流产生的磁场之矢量和。在此情形下，安培环路定理虽然也只能求到 H 的环流，而得不到磁场 H 的分布。

当欲求磁场的点距载流直导线很近，且距导线两端又较远时，可以把导线看作是无量长，这时由环路定理求出磁场强度。因为无量长直电流的磁场具有轴对称性，磁力线是在垂直导线平面内以导线为中心的一系列同心圆，我们选磁力线为积分回路，于是回路上各

点 \mathbf{H} 量值相等，方向与该点 $d\mathbf{l}$ 方向一致，

\mathbf{H} 就可以从环路定理中积分号内拿出来，于是很易算出 \mathbf{H} 。

(3) 在原电流产生的磁场中，找不出既包围电流又满足下面条件的积分回路：在此回路上， $\mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$ 是个恒量，可以提出积分号外。故由环路定理求不出磁场强度。

对此题注意区分安培环路定理适用和用它能求出 \mathbf{H} 的分布是两回事，应强调安培环路定理的适用条件及安培环路定理的应用条件。

(10) 方程 $\mathbf{L} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$ 表明，在外磁场中，如果电流回路的轴线与磁场之间的夹角 (a) 0° 或 (b) 180° ，则这电流回路上没有转矩的作用，试讨论电流回路在这两个位置的平衡性质 (亦即讨论平衡是稳定的、随遇的或不稳定的)。

答：(a) 当 \mathbf{m} 与 \mathbf{B} 的夹角 $\theta = 0$ 时， $\mathbf{L} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$ 应等于零，这是电流回路的稳定平衡状态。假如载流线圈偏转 θ 角 ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) 时，如图 a 所示。则磁力矩 $L \neq 0$ ，其大小 $L = ISB \sin \theta$ ，方向向上，线圈在该力矩作用下，沿反时针方向旋转，回到 $\theta = 0$ 的位置。若线圈偏转的角 θ 是 $0 > \theta > -\frac{\pi}{2}$ 时，载流线圈受到方向向下的磁力矩，因而顺时针方向旋转，仍然回到 $\theta = 0$ 的位置。所以， $\theta = 0$ 是线圈的稳定平衡位置。

当 $\theta = 180^\circ$ 时， $L = 0$ ，但这是电流回路的不稳定平衡状态。当线圈偏转 θ' 角 (见 b 图)， \mathbf{m} 与 \mathbf{B} 的夹角为 $(180^\circ + \theta')$ ， $L \neq 0$ ，方向向下，故线圈沿线圈顺时针方向旋转，直至 $\theta = 360^\circ$ 。若线圈的偏转角为 $-\theta'$ ，则 \mathbf{m} 与 \mathbf{B} 的夹角为 $(180^\circ - \theta')$ ，这时 L 的方向向上，使线圈沿反时针旋转，至到夹角为零。所以，载流线圈处于 $\theta = 180^\circ$ 的位置是不稳定平衡状态。

此题涉及到磁力矩公式、稳定平衡及不稳定平衡的概念。

(4) 回旋加速器是给带电粒子多次重复加速，而使离子获得大能量的装置。离子在路程中所获得的能量等于 $\frac{1}{2} mV^2 = eU \cdot 2n$ ，式中 n 为离子绕螺线旋转的次数，那么当 $n \rightarrow \infty$ 时，能量能趋于无穷大吗？

答：离子在回旋加速器中不可能获得无穷大的能量。当粒子能量很高时，回旋加速器不能继续工作。因为设计这种加速器时，假设之一是离子在磁场中循环运动的频率 (或

周期)与它们的速度无关,满足公式 $\bar{v} = \frac{qB}{2\pi m}$ 。而这个假设只有在离子速率远小于光速

的情形下成立。随着离子的速率增大,公式 $\bar{v} = \frac{qB}{2\pi m}$ 中的 m 要取相对论质量

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$$

(式中 m_0 是静止质量)。 q/m 不再是常数,旋转的频率 ν 将随速度增

大而减小(回旋共振周期 T 将随粒子速率增大而增长),从而离子的循环运动与产生电场的电磁振荡不再合拍(即不共振了),循环运动的离子的能量终于停止增加。

此题涉及周期公式 $T = \frac{2\pi m}{Bq}$ 、 m 取相对论质量等等。

(5) 从哪些方面可以看出

- (1) 稳恒电流的磁场与静电场本质上的不同?
- (2) 稳恒电流的磁场的 \mathbf{B} 与静电场的 \mathbf{E} 相对应?
- (3) 稳恒电流的磁场的 \mathbf{H} 与静电场的 \mathbf{D} 相对应?

答:(1) 静电场和稳恒磁场的本质区别是:

- a) 激发场的源不同,静电场是由静止电荷激发,而稳恒磁场是由稳恒电流(运动电荷)激发。
- b) 电力线起于正电荷(或来自无穷远),终于负电荷(或伸向无穷远),不闭合,静电场是有源场。磁感应线是闭合曲线,无头、无尾,磁场是无源场。
- c) 由于静电场力作功与路径无关,所以静电场是保守力场,可以引入电位的概念,故静电场又称位场。而磁场力作功与路径有关,所以磁场不是保守场,是涡旋场。

(2) 稳恒磁场的 \mathbf{B} 与静电场的 \mathbf{E} 相对应可以从下面几点来说明:

- d) 从它们的定义式 $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{F} = q\mathbf{V} \times \mathbf{B}$ 或 $\mathbf{F} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}$ 看出,二者是相对应的: \mathbf{E} 由电荷在电场中受到的电力来定义;而 \mathbf{B} 则由电流在磁场中受到的磁力来定义。
- e) \mathbf{E} 总是由激发电场的总电荷(自由电荷和束缚电荷)相联系。 \mathbf{B} 也总是与激发磁场的总电流(传导电流和磁化电流)相联系。
- f) \mathbf{E} 矢量是静电场的基本矢量,由 \mathbf{E} 可以确定电场的分布和电荷所受

的静电力 $F_{电}$ 以及静电场的能量 W_e 等。 B 矢量是稳恒磁场的基本量，由 B 可以确定磁场的分布和电流（或运动电荷）所受的磁力 $F_{磁}$ ，以及磁场的能量 W_H 等。