第七章 电磁感应与暂态过程

6．2．1 有一无限长螺线管，每米有线圈 800 匝，在其中心放置一个圆形小线圈，其匝数为 30，其半径为 1.0 厘米，且使其轴线与无限长螺线管轴线平行，若在 $\dfrac{1}{100}$ 秒内，使螺线管中电流均匀地从 0 增到 5.0 安，问圆形小线圈中感应电动势为多大？

解：已知长螺线管内部产生的磁感应强度为：

$$B = \mu_0\, n\, i$$

通过圆形小线圈的磁通匝链数为：

$$\Phi = \mu_0\, n\, i \bullet n' \pi r^2$$

感应电动势的大小为：

$$e = \frac{d\Phi}{dt} = \mu_0\, n n' \pi r^2 \frac{di}{dt}$$

$$= 4\pi^2 \times 10^{-7} \times 800 \times 30 \times 10^{-4} \times \frac{5}{\frac{1}{100}}$$

$$= 4.74 \times 10^{-3}(\text{伏})$$

6．2．2 一无限长螺线管每厘米有 200 匝，载有电流 1.5 安，螺线管的直径为 3.0 厘米，在管内放置一个直么工业区规划 2.0 厘米的密绕 100 匝的线圈 A，且使其轴线与无限长螺线管的轴线平行，在 0.05 秒内使螺线管中的电流匀速地降为 0，然后使其在相反的方向匀速率地上升为 1.5 安，试问当电流改变时，线圈中的感应电动势有多大？此过程中感应电动势的大小、方向变不变？为什么？

解：感应电动势的大小：

$$\delta = \frac{d\Phi}{dt} = \mu_0\, n n' \pi r^2 \frac{di}{dt}$$

$$= 4\pi^2 \times 10^{-7} \times \frac{200}{10^{-2}} \times 100 \times 10^{-4} \times \frac{1.5-(-1.5)}{0.05}$$

$$= 4.74 \times 10^{-2}(\text{伏})$$

此过程中感应电动势的大小方向均不变。δ 大小不变是因为 $\dfrac{di}{dt}$ 是常量。

根据楞次定律判断 δ 的方向不变。

6．2．3 如图所示，通过回路的磁通量与线圈平面垂直且指向纸面内，磁通量依下列关系变化 $\Phi_B = (6t^2 + 7t + 1) \times 10^{-3}$ 韦伯，式中 t 的单位为秒，求 t=2 秒时

回路中感应电动势的大小和方向。

解：

$$\delta=\left|\frac{d\Phi_B}{dt}\right|=(12t+7)\times10^{-3}$$

$t=2$秒时

$$\delta=(12\times2+7)\times10^{-3}=3.1\times10^{-2}（伏）$$

电动势为逆时针方向。

6．2．4 由两个正方形线圈构成的平面线圈，如图所示，已知 a=20（厘米），b=10（厘米），今有按 $B=B_0\sin\omega t$ 规律变化的磁场垂直通过线圈平面，$B_0=1\times10^{-2}$（特），$\omega=100$（弧度/秒）。线圈单位长度的电阻为 5×10^{-2} 欧/米，求线圈中感应电流的最大值。

解：当 $\vec{B}$ 想内且 $\frac{dB}{dt}$>0 则 δ_1,δ_2 均为逆时针方向。故整个电路中的电动势大小为：

$$\delta=\delta_1-\delta_2=\frac{dB}{dt}(S_1-S_2)=\frac{dB}{dt}(a^2-b^2)$$

而 $\delta_m=\left(\frac{dB}{dt}\right)_m(a^2-b^2)$

$$\frac{dB}{dt}=B_0\omega\cos\omega t$$

$$\left(\frac{dB}{dt}\right)_m=B_0\omega$$

将上试代入 δ_m 式得

$$\delta_m=B_0\omega(a^2-b^2)$$

$$I_m=\frac{\delta_m}{R}=\frac{B_0\omega(a^2-b^2)}{4R_0(a+b)}=\frac{B_0\omega(a-b)}{4R_0}$$

式中 R。为单位长度的电阻。

$$I_m=\frac{1\times10^{-2}\times100(20-10)\times10^{-2}}{4\times5\times10^{-2}}=0.5(安)$$

6．2．5 如图所示，具有相同轴线的两个圆形导线回路，小回路在大回路上面，相距为 x，x 远大于回路半径 R，因此当大回路中有恒定电流 I 按图示方向流动时，小线圈所围面积之内（πr^2）的磁场可视为均匀的。现假定 x 以等速率

$\frac{dx}{dt}=v$而变化。

（1）试确定穿过小回路的磁通量Φ和 x 之间的关系；

（2）当 x=NR 时刻（N 为一正数，小回路内产生的感应电动势）；

（3）若 v>0 确定小回路内感应电流的方向。

解：（1）圆形电流轴上的 $B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$

当 x>>R 时 $B=\frac{\mu_0 IR^2}{2x^3}$

当小线圈的半径 r 较小时，小线圈内的 B 可作是均匀的，所以小线圈中的磁通量 $\Phi=B\bullet\pi r^2=\frac{\mu_0 I\pi r^2R^2}{2x^3}$

（2）感应电动势的大小

$$\delta=\left|-\frac{d\Phi}{dt}\right|=\left|-\frac{3}{2}(\mu_0 I\pi r^2R^2)x^{-4}\frac{dx}{dt}\right|$$

将 x=N R 及$v=\frac{dx}{dt}$代入上式

$$\delta=\frac{3\mu_0\pi Ir^2}{2R^2N^4}v$$

（3） 由楞次定律判断，小线圈中的电流方向与大线圈中的电流方向相同。

6．3．1 一细导线弯成直径为 d 的地圆形状（如图），均匀磁场 B 垂直向上通过导体所在平面。当导体绕着 A 点垂直于半圆面逆时针以匀角速度ω旋转时，求导体 AC 间的电动势ε_{AC}。

解：在半圆$\overset{\frown}{AC}$之间连一补助线 AC 如图 6.3.1（a）所示。当闭合的 ABC 半圆线圈在磁场中旋转时，由于转动过程中Φ不变

$$\therefore\ \delta=-\frac{d\Phi}{dt}=0$$

$$\delta=\delta_{\overset{\frown}{ABC}}+\delta_{CA}=0$$

$$\therefore\delta_{AC}=\delta_{\overset{\cap}{ABC}}$$

$$\delta_{AC}=\int(\vec{v}\times\vec{B})\bullet d\vec{l}=\int_0^d B\omega l\,dl=B\omega\int_0^d ldl=\frac{1}{2}\omega Bd^2$$

$$\therefore\delta_{\overset{\frown}{ABC}}=\frac{1}{2}\omega Bd^2$$

6．3．2 如图所示，忽略电阻的两平行导轨上放置一金属杆，其 EF 段的电

阻为R，有一均匀磁场垂直通过导轨所在的平面，已知导轨两端电阻为R_1与R_2，求当金属杆以恒导速率v运动时在杆上的电流I（忽略导轨与金属杆的摩擦及回路的自感）。

解：$\delta_{FE}=\int_F^E(\vec{v}\times\vec{B})\bullet d\vec{l}=vBl$

$$I=\frac{vBI}{R+R_{并}}=\frac{vBl}{R+\dfrac{R_1\bullet R_2}{R_1+R_2}}$$

6．3．3一平行导轨上放置一质量为m的金属杆，其AB段的长为l，导轨的一端连接电阻R，均匀磁场 B垂直地通过导轨平面(如图所示)，当杆以初速度v_0向右运动时，试求：

（1）金属杆能移动的距离？

（2）在这过程中电阻R所发的焦尔热；

（3）试用能量守恒规律分析讨论上述结果。

（注：忽略金属杆AB的电阻及它在导轨的摩擦力，忽略回路自感。）

解：m（1）当金属杆AB以$\vec{v}_0$的初速度向右运动，要产生动生电动势。由于它与电阻R组成闭合回路，载流导体AB在磁场中要受到作用力$\vec{f}'$。在AB杆初始位置建立坐标OS。

$$\delta_{BA}=vBl$$

$$i=\frac{vBl}{R}。$$

又安培力公式得

$$\vec{f}'=-ilB\hat{s}=-\frac{B^2lv^2}{R}\hat{s}=-\frac{B^2l^2}{R}\frac{ds}{dt}\hat{s} \qquad （1）$$

上式说明$\vec{f}'$与$\vec{v}_0$方向相反，AB杆受到的是阻力。AB运动到一定距离就会停止。

由牛顿第2定律：

$$\vec{f}'=m\vec{a}=ma\hat{s} \qquad （2）$$

（1）（2）式相等：

$$-\frac{B^2l^2}{R}\frac{ds}{dt}=ma=m\frac{dv}{dt}$$

$$ds=-\frac{mR}{B^2l^2}dv \qquad （3）$$

将3式两边积分

$$\int_0^S ds = -\int_{v_0}^0 \frac{mR}{B^2l^2}dv$$

$$s = -\frac{mR}{B^2l^2}(v)\Big|_{v_0}^0 = \frac{mRv_0}{B^2l^2}$$

（2）所发的焦耳热 $Q = \int i^2 R d l$

$$Q = \frac{B^2l^2R}{R^2}\int v^2 dt = \frac{B^2l^2}{R}\int v\frac{ds}{dt}dt$$

$$= \frac{B^2l^2}{R}v\,ds = \frac{B^2l^2}{R}\int_{v_0}^0 v\left(-\frac{mR}{B^2l^2}\right)dv$$

$$= m\int_{v_0}^0 -v\,dv = \frac{1}{2}mv_0^2$$

（3）由于金属杆由初速为 V。减至末速为零。动能的变化量 $\Delta E_K = E_{始} - E_{末} = \frac{1}{2}mv_0^2$

其值正好等于在整个过程中电阻发出的焦耳热。这说明由机械能转变为电能最后转变为热能，在整个过程中符合能量守恒转换定律。

6．3．4 上题中如果用一恒力 F 拉金属杆，求证杆的速度随时间变化规律为：$v = \frac{F}{ma}(1 - e^{-a1})$，其中 $a = \frac{B^2l^2}{mR}$（已知杆的初速率为 0 ）。

证：由牛顿第 2 定律　$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{f}'$

由于安培力的方向总与运动方向（即外力方向）相反，故写成

$$ma = F - f', f' 的大小为\ f' = \frac{B^2l^2v}{R}$$

$$\therefore m\frac{dv}{dt} = F - \frac{B^2l^2v}{R} \quad \frac{dv}{\frac{B^2l^2}{Mr}\left(-\frac{RF}{B^2l^2} - v\right)} = dt \qquad 令\ \alpha = \frac{B^2l^2}{mR}$$

积分 $\int_0^v \frac{dv}{\frac{F}{m\alpha} - v} = \int_0^t \alpha\, d t$

$$\ln\frac{\frac{F}{m\alpha} - v}{\frac{F}{m\alpha}} = -\alpha t$$

因而 $v=\dfrac{F}{ma}(1-e^{-at})$ ［证毕］

6．3．5 如图所示，AB，CD 为两均匀金属棒，各长 1 米，放在均匀稳恒磁场中，B=2（特），方向垂直纸面向外，两棒电阻为：$R_{AB}=R_{CD}=4$（欧），当两棒在导轨上分别以 $v_1=4$（米/秒），$v_2=2$（米/秒）向左作匀速运动时（忽略导轨的电阻，且不计导轨与棒之间的摩擦），试求：

（1）两棒上动生电动势的大小及方向，并在图上标出；

（2）$U_{AB}=?\ U_{CD}=?$

（3）两棒中点 O_1,O_2 之间的电位差 $U_{O_1O_2}=?$

解：（1）$\delta_{BA}=\int_B^A(\vec{v}_1\times\vec{B})\bullet d\vec{l}=v_1Bl$

=4×2×1=8 （伏）

$\delta_{DC}=\int_D^C(\vec{v}_2\times\vec{B})\bullet d\vec{l}=v_2Bl$

=2×2×1=4（伏）

（2） $I=\dfrac{\delta_{BA}-\delta_{DC}}{R_{AB}+R_{CD}}=\dfrac{8-4}{2\times4}=0.5(\text{安})$

方向为顺时针。

$U_{AB}=\delta_{BA}-IR_{AB}=8-2=6(\text{伏})$

$U_{CD}=\delta_{DC}-IR_{CD}=4+2=8(\text{伏})$

（3）$U_{O1B}=\delta_{BO1}-I\left(\dfrac{R_{AB}}{2}\right)$

$U_{O2D}=\delta_{DO2}-I\left(\dfrac{R_{CD}}{2}\right)$

$U_{O_1O_2}=U_{O_1B}+U_{DO_2}=\delta_{BO_1}-\delta_{DO_2}-IR_{AB}$

=4-2-0.5×4=0

6．3．6 导线 ab 弯成如图的形状（其中 cd 是一半圆形导线，半径 r=0.10（米），ac 和 ab 段的长度 l 均为 0.10 米，在均匀磁场 B=0.5（特）中绕轴 ab 转动，转速 n=3000（转/分），设电路的总电阻（包括电表 M 的内阻）为 1000 欧，求导线中的

（1）电动势及电流的频率；

（2）电动势及电流的最大值。

解：（1）n=3000(转/分)=3000/60（转/分）=50（转/秒）=50（赫）

线圈转动---周期电动势变化一个周期，电流变化也是一个周期，故电动势，电流的频率与线圈的转动频率是一样的

∴ f=n=50 (赫)

（2）半圆线圈 cd 的通量

$$\Phi = \vec{B} \bullet \vec{S} = B(\frac{\pi r^2}{2})\cos\omega t \qquad \omega = 2\pi f$$

$$\delta_m = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{B\pi r^2}{2}\omega \sin\omega t$$

$$\delta = \frac{B\pi r^2 \omega}{2} = \frac{0.5\times\pi(0.1)^2\times 2\pi\times 50}{2}$$

=2.47（伏）

$$I_m = \frac{\delta_m}{R} = \frac{2.47}{1000} = 2.47\times 10^{-3} \quad （安）$$

=2.47 （毫安）

6．3．7 一圆形均匀刚性线圈，其总电阻为 R 半径为 r_0，在匀强磁场 B 中以匀角速度 ω 绕其 OO' 转动（如图所示），转轴垂直于 B，设自感可以忽略，当线圈平面转至与 B 平行时，试求：

（1）$\varepsilon_{ab},\varepsilon_{ac}$ 等于多少？（b 点是 ac 的中点即 $ab=bc$）

（2）a，c 两点中哪点电位高？a，b 两点中哪点电位高？

解：当线圈转至图示位置时，线圈中的磁通量是由大变小，线圈中电流为顺时针方向。

（1）在 $\overset{\frown}{ab}$ 上取任一点 p，则 $\vec{v}\times\vec{B}$ 方向向下如图所示。产生电动势

$$\delta_{ab} = \int_a^b (\vec{v}\times\vec{B})\bullet d\vec{l} = \int_a^b vBdl\cos\alpha$$

$$= \int_a^b vB\sin\theta\, dl \qquad v = \omega r_0 \sin\theta \qquad dl = r_0 d\theta$$

$$= \int_a^{\frac{\pi}{4}} \omega r_0^2 B\sin^2\theta\, d\theta$$

$$= \omega r_0^2 B\left[\frac{1}{2}\theta - \frac{1}{4}\sin 2\theta\right]\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}} = \left(\frac{\pi}{8}-\frac{1}{4}\right)B\omega r_0^2$$

$$\delta_{ac} = B\omega r_0^2 \int_a^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\theta\, d\theta = \omega r_0^2 B\left[\frac{1}{2}\theta - \frac{1}{4}\sin 2\theta\right]\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}B\omega r_0^2$$

（2）由前面分析已知，电流真实方向为顺时针方向，

$$I=\frac{4\delta_{ac}}{R}=\frac{\pi}{R}B\omega r_0^2$$

$$U_{CA}=+\delta_{ac}-I\frac{R}{4}=\frac{\pi}{4}B\omega r_0^2-\frac{\pi}{R}B\omega r_0^2\bullet\frac{R}{4}=0$$

故 a, c 两点等电位。

同理

$$U_{ba}=+\delta_{ab}-I\frac{R}{8}$$

$$=+\left|\left(\frac{\pi}{8}-\frac{1}{4}\right)B\omega r_0^2-\frac{\pi}{R}B\omega r_0^2\bullet\frac{R}{8}\right.$$

$$=-\frac{1}{4}B\omega r_0^2$$

故 a 点电位高于 b 点电位。

6．4．1 如图所示，一个限定在圆柱形体积内的均匀磁场，磁感应强度为 B，圆柱的半径为 R，B 的量值以 100 高斯/秒的恒定速率减小，当电子分别置于磁场 a 点处，b 点处与 c 点处时，试求电子所获得的瞬时加速度（量值与方向）各为多少？（设 r=5.0（厘米））

解：由于磁场的对称性，在半径相等处 $\vec{E}_{感}$ 大小相等，方向沿圆的切线方向

$$\delta_{感}=\oint_L\vec{E}_{感}\bullet d\vec{l}=-\frac{d\Phi}{dt}$$

L 是半径为 r 的圆。积分方向与 $\vec{B}$ 成右手螺旋由题知 $\frac{dB}{dt}=-100$（高/秒）

$$\therefore\ \delta_{感}=\oint_L\vec{E}_{感}\bullet d\vec{l}=E_{感}\bullet 2\pi r=-\frac{d\Phi}{dt}$$

$$E_{感}\bullet 2\pi r=-(\pi r^2)\frac{dB}{dt}$$

$$E_{感}=-\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$

$$E_a=E_c=-\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}\qquad r=5.0(\text{厘米})$$

$$=-\frac{5\times10^{-2}}{2}\times(-10^{-2})$$

$$=2.5\times10^{-4}\ (\text{牛/库})$$

$$E_b=-\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}\qquad r=0$$

$$=0$$

A 点的加速度 $a_a=\frac{eE_a}{m}=\frac{1.6\times10^{-19}\times2.5\times10^{-4}}{9.1\times10^{-31}}$

$$=4.4\times10^{7}\text{（米/秒}^2\text{）}$$

A 处的电子的加速度的方向向右。

C 点的加速度 $a_c=4.4\times10^{7}$（米/秒^2）

C 处的电子的加速度的方向向左。

$a_b=o$

6．4．2 在上题所述的变化磁场中，放置一等腰梯形金属框（如图所示）ABCD，已知 AB=R，$CD=\dfrac{R}{2}$，试求：

（1）各边产生的感应电动势 $\varepsilon_{AB},\varepsilon_{BC},\varepsilon_{CD},\varepsilon_{DA}$；

（2）线框的总电动势的大小。

解：3（1）如图所示 $\vec{B}$ 方向向里，设感应电动势的正方向与 $\vec{B}$ 成右手螺旋关系。

$\vec{B}_{感}$ 沿切向，方向垂直与 AD，CB。

因此 $\delta_{DA}=\int_D^A\vec{E}_{感}\bullet d\,\vec{l}=0 \qquad \delta_{BC}=0$

$$\delta_{AB}=\int_A^B\vec{E}_{感}\bullet d\,\vec{l}$$

由教材中已知 $E_{感}=-\dfrac{r}{2}\dfrac{dB}{dt}$

$$d\delta=-\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}\cos\theta\,d\,l$$

$$\cos\theta=-\frac{h}{r} \qquad h=\frac{\sqrt{3}}{2}R$$

$$\delta_{AB}=\int_A^B d\delta=\int_A^B -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}(-\frac{h}{r})\,d\,l$$

$$=\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}\int_0^R d\,l$$

$$=\frac{1}{2}\bullet\frac{\sqrt{3}}{2}R^2\frac{dB}{dt}=-\frac{\sqrt{3}}{4}R^2\times10^{-2}\ (\text{伏})$$

负号表示电动势的真实方向与正方向相反。

同理，用上述积分方法得

$$\delta_{CD}=\int_C^D\vec{E}_{感}\bullet d\,\vec{l}=\frac{\sqrt{3}}{16}R^2\times10^{-2}\ (\text{伏})$$

（2）线框的总电动势大小为：

$$\delta_{感}=\left(\frac{\sqrt{3}}{4}R^2-\frac{\sqrt{3}}{16}R^2\right)\frac{dB}{dt}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{16}R^2\times10^{-2}\ (伏)$$

此题也可按法拉第电磁感应定律计算。

6．4．3 如图所示，在半径为 10 厘米的圆柱形空间充满磁感应强度为 B 的均匀磁场，B 的方向见图，其量值以 3×10^{-3} 韦伯/米 ^{2}•秒的恒定速率增加，有一长为 20 厘米的金属棒放在图示位置，其一半位于磁场内部，另一半在磁场外部，求棒两端的感应电动势 ε_{AB}。

解：用两种方法求解。已知

$$E_{感内}=-\frac{r}{2}\frac{dB}{dt};\quad E_{感外}=-\frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}$$

（一）第一种用积分方法：

由上二式可知当 $\frac{dB}{dt}>0$ 时，$E_{感}$ 为负值。由于本题 $\vec{B}$ 向内，求上二式的积分方向取顺时针方向，负号说明 $E_{感}$ 的方向与积分方向相反，故圆柱内外的 $E_{感}$ 方向均为逆时针方向沿切向。

按积分方法求解有：

$$\delta_{AB}=\int_A^C\vec{E}_{感内}\bullet d\,\vec{l}+\int_C^B\vec{E}_{感外}\bullet d\,\vec{l}=\delta_{AC}+\delta_{CB}\tag{1}$$

由图 6.4.3（B）可知，AC 段在均匀磁场内，其结论与上题同。感应电动势的大小为：

$$\delta_{AC}=\int_A^C\vec{E}_{感内}\bullet d\,\vec{l}==\frac{\sqrt{3}}{4}R^2\frac{dB}{dt}\tag{2}$$

$$t_g\alpha'=\frac{l}{h}$$

$$dl=h\frac{d\alpha'}{\cos^2\alpha'}\cos\alpha'=\frac{h}{r}\frac{1}{r}=\frac{\cos\alpha'}{h}$$

$$\delta_{CB}=\int_C^B\frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}\cos\alpha'\,d\,l$$

$$=\frac{R^2}{2}\int_C^B\frac{\cos\alpha'}{h}\bullet\frac{dB}{dt}\cos\alpha'\,d\bullet h\frac{d\alpha'}{\cos^2\alpha'}$$

$$=\frac{R^2}{2}\frac{dB}{dt}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}d\alpha'=\frac{R^2}{2}\frac{dB}{dt}(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6})d\alpha'$$

$$=\frac{\pi}{12}R^2\frac{dB}{dt}$$

（3）

将（2）（3）式代入（1）式

$$\delta_{AB}=(\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{12})R^2\frac{dB}{dt}=2.1\times10^{-5}\qquad（伏）$$

（二） 第二解法：按法拉第电磁感应定律计算

$$\delta=-\frac{d\Phi}{dt}$$

选两个计算方便的回路，连接 OA，OB，OC。

S_1是△AOC 的面积，对于 OAC 回路，由于 OA，OC，

沿径向其上感应电动势均为 0 故回路的总电动势$\delta_1=\delta_{CA}$

$$\delta_1=\delta_{CA}=-\frac{d\Phi_1}{dt}=-S_1\frac{dB}{dt}=-\frac{1}{2}hR\frac{dB}{dt}$$

$$=-\frac{\sqrt{3}}{4}R^2\frac{dB}{dt}$$

对于 COB 回路，由于磁场限制在半径为 R 的圆柱形空间内，所以计算第二个回路所包围面积内的磁通变换率只应计算扇形面积的磁通变化率。S_2即为扇形面积$S_2=\frac{\pi}{12}R^2$。由于 OC，OB 沿径向上感应电动势均为 0。故回路 COB 的电动势 $\delta_2=\delta_{BC}=-\frac{d\Phi}{dt}$

$$\delta_2=\delta_{BC}=-S_2\frac{dB}{dt}=-\frac{\pi}{12}R^2\frac{dB}{dt}$$

$$\therefore\delta=\delta_1+\delta_2=\delta_{BC}+\delta_{CA}=\delta_{BA}$$

$$=-(\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{12})R^2\frac{dB}{dt}$$

$$=-(\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{12})\times10^{-2}\times3\times10^{-5}$$

$$=2.1\times10^{-5}（伏）$$

得负值说明感应电动势真实方向与标定方向相反。故δ的真实方向为逆时针。

$$\delta_{AB}=-\delta=2.1\times10^{-5}\qquad（伏）$$

6．4．4 电子在电子感应加速器中，沿半径为 0.4 米的轨道作圆周运动，如果每转一周它的动能增加 160 电子伏特。

（1）求转道内磁感强度 B 的平均变化率；

（2）欲使电子获得 16 兆电子伏特的捅量需转多少周？共走多长路程？

解：（1） 感应电动势的大小$\delta = \dfrac{d\Phi}{dt}$

$$e\delta_{感} = 160e$$

$$S\frac{d\bar{B}}{dt} = 160$$

$$\frac{d\bar{B}}{dt} = \frac{160}{\pi R^2} = \frac{160}{16\pi \times 10^{-2}} = \frac{10^3}{\pi}$$

$$= 3.18 \times 10^2 \text{（特/秒）}$$

（2） $\dfrac{16 \times 10^6}{160} = 10^5$ （周）

路程 $l = 2\pi R \times 10^5 = 251$ （公里）

6．5．1 一个空心密绕的螺绕环，已知其中电流为 10 安的时候，自感磁链为 0.01 韦伯，求线圈的自感为多少？若螺绕环有 100 匝，求当线圈中电流为 5 安时的自感磁链和环内的磁通。

解：绕的螺绕环，由定义 $L = \dfrac{\psi_{自}}{I} = \dfrac{10^{-2}}{10} = 1 \times 10^{-3}$ （亨）

I 为 5 安时：

$$\psi_{自} = LI = 1 \times 10^{-3} \times 5 = 5 \times 10^{-3} \quad \text{（韦）}$$

$$\Phi = \frac{\psi_{自}}{N} = \frac{5 \times 10^{-3}}{100} = 5 \times 10^{-5} \quad \text{（韦）}$$

6．5．2 已知线圈 A，B 中电流变化率均为 50 安/秒时，线圈 A，B 的自感电动势分别为—20 伏，—40 伏。求两个线圈的自感各为多大？

解：$\delta_{自} = -L\dfrac{dI}{dt}$

$$L_A = -\frac{\delta_{自}}{\frac{dI}{dt}} = \frac{20}{50} = 0.4 \quad \text{（亨）}$$

$$L_B=-\frac{\delta_{自}}{\frac{dI}{dt}}=\frac{40}{50}=0.8 \qquad （亨）$$

6．5．3 在长 60 厘米直径 5.0 厘米的空心纸筒上绕多少匝导线才能得到自感为 6.0×10^{-3}亨的线圈？

解：螺线管的自感$L=\mu_c N^2\tau$

$$L=\mu_c\frac{N^2}{l^2}\pi r^2\bullet l=\frac{\mu N^2\pi r^2}{l}$$

$$N=\sqrt{\frac{Ll}{\mu_0\pi r^2}}=\sqrt{\frac{6\times10^{-3}\times6\times10^{-1}}{4\pi^2\times10^{-7}\times6.25\times10^{-4}}}$$

=1208 （匝）

6．5．4 若已知一个空心密绕的螺绕环，其平均半径为 0.10 米，横截面积为 6 平方厘米，其线圈 250 匝，求它的自感，又若线圈中通电流 3 安求线圈中通和自感磁链。

解：$L=\mu_c N^2\tau=\frac{\mu_0 N^2 s\cdot l}{l^2}$

$$=\frac{\mu_0 N^2 S}{2\pi r}$$

$$=\frac{4\pi\times10^{-7}\times(250)^2\times6\times10^{-4}}{2\pi\times0.1}$$

$L=7.5\times10^{-5}$（H）

6•9•5 在如图所示电路中，$\delta=10$(伏)，$R_1=20$(欧)，$R_2=30$(欧)，$C=10$(微法)，在开关打开前电路已达稳态，试求：

（1）**开关打开**后 2τ 时间电容两端电压μ_c；

（2）**开关打开**后达稳态时电容 C 上储存的电场能。

解：（1）**开关打开**后 R$_1C\,\delta$ 回路满足的微分方程为

$$\mu_c+R_1C\frac{d\mu_c}{dt}=\delta \qquad \therefore \mu_c=\delta+A_e^{-\frac{t}{R_1C}}$$

初始条件 $\mu_{c(t)}1_{t=0}=\frac{R_2\delta}{R_1+R_2}$ ，代入上式得 A=$-\frac{\delta R_1}{R_1+R_2}\therefore$

$$\mu_c=\delta-\frac{\delta R_1}{R_1+R_2}\mathrm{e}^{-\frac{t}{R_1C}}$$ 当 t=2τ 时

$$\mu_c=\delta-\frac{\delta R_1}{R_1+R_2}e^{-\frac{2R_1C_1}{R_1C}}=10-\frac{10\times20}{20+30}e^{-2}=9.46(伏)$$

（2）按题意电容 C 上储存的能量

$$W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}C\delta^2=\frac{1}{2}\times10\times10^{-6}\times10^2=5\times10^{-4}(焦)$$

（1） 电再应串或并一个多大的电阻？

（2） 电再应串或并一个多大的电容？

解：该电路满足的微分方程

$$LC\frac{d^2\mu_c}{dt^2}+RC\frac{d\mu_c}{dt}+\mu_c=0$$

即 $$\frac{d^2\mu_c}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{d\mu_c}{dt}+\frac{1}{LC}\mu_C=0$$

特征方程 $P^2+\frac{R}{L}P+\frac{1}{LC}=0$

$$P=-\frac{R}{2L}\pm\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\frac{1}{LC}}$$

当$\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\frac{1}{LC}>0$处于过阻尼状态

当$\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\frac{1}{LC}=0$处于临阻尼状态

当$\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\frac{1}{LC}<0$处于阻尼振荡状态

依题意 当$\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\frac{1}{LC}=\left(\frac{100}{2\times0.4}\right)-\frac{1}{0.4\times10\times10^{-8}}=-234375<0$ 故电路处于阻尼振荡状态

（1） 临界阻尼时设总电阻为 R''

$$\left(\frac{R''}{2L}\right)^2-\frac{1}{LC}=0$$

R’ $=\sqrt{\frac{4L}{C}}$ $=\sqrt{\frac{4\times0.4}{10\times10^{-6}}}$=400(欧)

因 R’>R 故 R 应串联一个电阻 R“

R“＝R’－R=400-100=300(欧)

（2）设这时电路总电容为 C’

$(\frac{R}{2L})^2-\frac{1}{LC'}$=0

C’ $=\frac{4L}{R^2}$=4$\frac{4\times0.4}{100^2}$=160(微法)

因 C’>C 电容应串联一个电 C’’

C’’=C’-C=160-10=150(微法)

6.10.2 在 LC 串联振荡回路中，设开始时 C 上的电荷为 Q ，L 中的电流为零。试求：

（1）L 中磁场能量第一次等于 C 的电场能量所需要的时间 t;

(2)当 L=20（毫亨），C=2.0（微法）的 t 时值

解：

电容器储能最大值 $w_{em}=\frac{Q}{2C}$ L，中的磁场能量等于 C 中的电场能即为

$\frac{q^2}{2L}=\frac{1}{2}\bullet\frac{Q^2}{2C}$

$\therefore\ q=\frac{\sqrt{2}}{2}Q$

电路振荡时 q=$Q\cos(\omega t+\varphi)$

因 t=0 时 q=Q, 故 $\varphi=0$

q=Qcos ωt

第一次磁场能等于电场能

q=Qcos$\omega t=\frac{\sqrt{2}}{2}Q$

即 ω t=$\frac{\pi}{4}$

$\therefore$ t=$\frac{\pi}{4\omega}$

(2) 依题意

t=$\frac{\pi}{4\omega}=\frac{\pi}{4\sqrt{\frac{1}{LC}}}=\frac{4\sqrt{LC}}{4}$

$=\frac{3.14\times\sqrt{20\times10^{-3}\times2.0\times10^{-8}}}{4}$

=1.57$\times10^{-4}$（秒）

6.11.1 一个螺线管的自感系数为 10 毫亨，通过它的电话流为 4 安，求它所储存的能量。

解：　W=$\frac{1}{2}$LI^{2}

$=\frac{1}{2}\times10\times10^{-3}\times(4)^{2}=8\times10^{-2}$（焦耳）

6.11.2 有一单层密绕的螺线管，长为 0.25 米，截面积为5×10^{-4}米，绕有线圈 2500，

流有电流为 0.2 安培。求线圈内的磁场能。

解：L=μn^{2} t=$\frac{\mu N^{2}}{L}\bullet S$

$=\frac{4\pi*10^{-7}(2500)^{2}*5*10^{-4}}{0.25}$

=5$\pi*10^{-3}$（亨）

W=$\frac{1}{2}Li^{2}=\frac{1}{2}*5\pi*10^{-3}*4*10^{-2}=\pi*10^{-4}$

=3.14$*10^{-4}$（焦耳）、

6.11.3. 已知两个共周的螺线管 A 和 B 并完全耦合。若 A 的自感为 4.0$*10^{-3}$

亨，载有电

流 3 安。B 的自感为$9*10^{-3}$亨，载有电流 5 安。计算此两个线圈内存的总磁能。

解：有储能公式得：

W=$\frac{1}{2}L_{1}i_{1}^{2}+\frac{1}{2}L_{2}I_{2}^{2}$+M$I_{1}I_{2}$

M=$\sqrt{L_{1}L_{2}}$=$6*10^{-3}$(亨）

W=$\frac{1}{2}4*10^{-3}*9+\frac{1}{2}*9*10^{-3}*25+6*10^{-3}.*3*5=0.22$(焦耳）