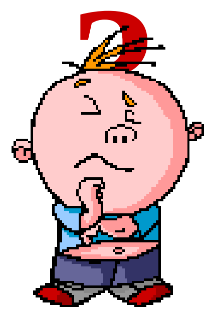
# §5-2 毕奥— 萨伐尔定律



回顾旧问题：

如何求解任意带电体电场中的场强？

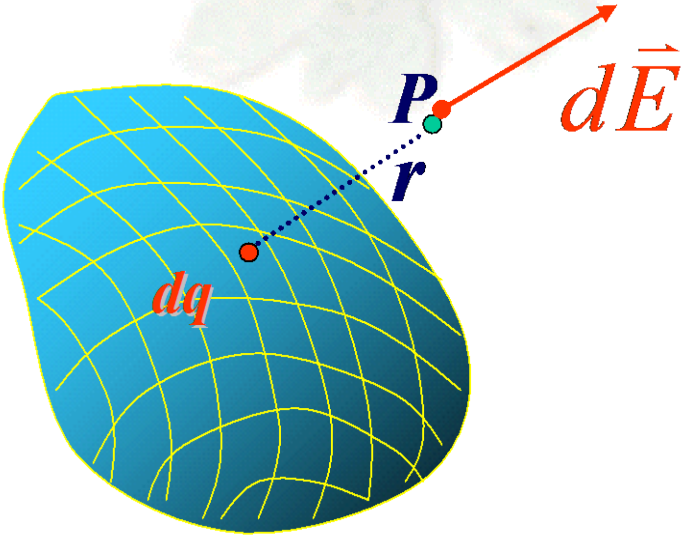
方法：

任选dq

求出d**E**

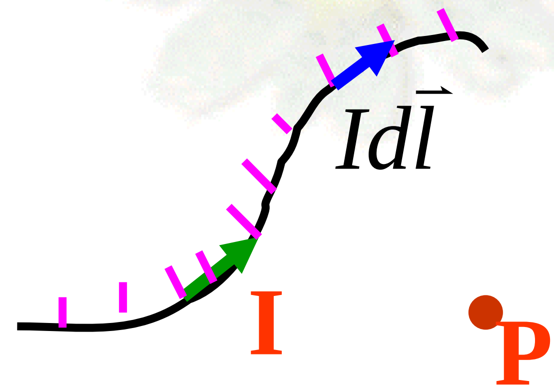
$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E}$$



# 提出新问题：

如何求解任意载流导线磁场中的磁感应强度？




方法：

任选 $Id\vec{l}$

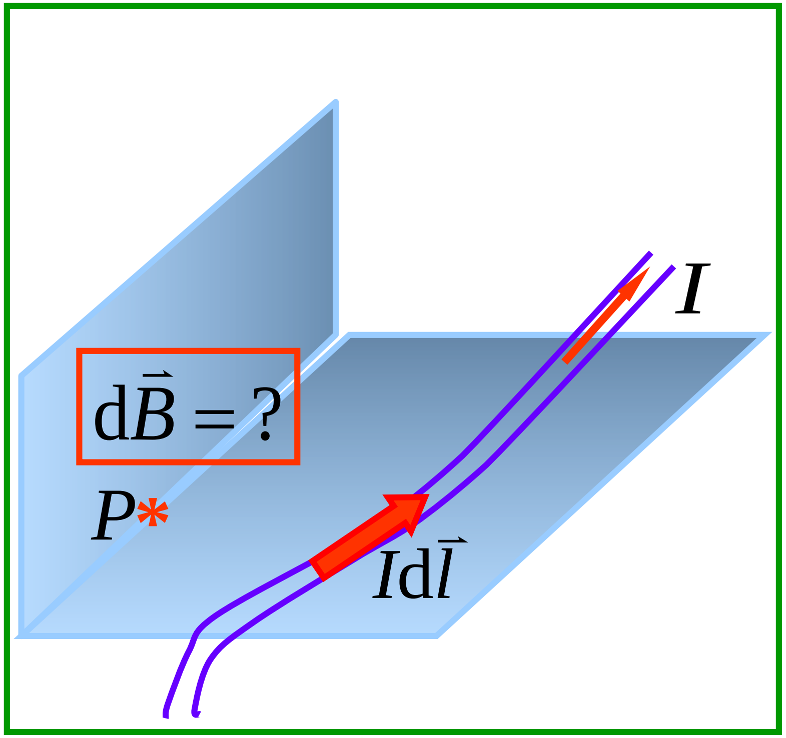
求出dB


$$\vec{B}=\int d\vec{B}$$

电流元矢量 $Id\vec{l}$

大小：$Idl$

方向：与该处电流流向一致




电流元在空间

产生的磁场的规律 ？

1820年法国科学家

毕奥、萨伐尔和拉普拉斯

实验基础上，分析总结出

$I\mathrm{d}\vec{l}$ 产生的 $\mathrm{d}\vec{B}=?$

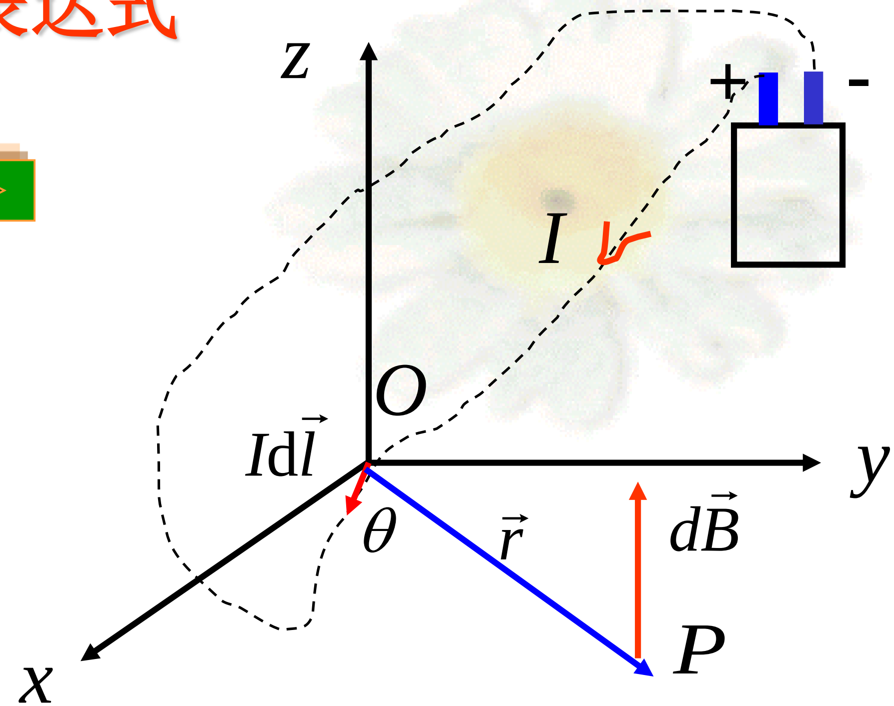
**毕奥—萨伐尔定律**

## 二、毕奥－萨伐尔定律的表达式

大小：$dB \propto Idl, \sin\theta, \frac{1}{r^2}$

$$dB = k\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

$$k = 10^{-7}\,T\cdot m\cdot A^{-1}$$




令：$k = \frac{\mu_0}{4\pi}$

**( $\mu_0$= 4 π×10$^{-7}$ T·m·A$^{-1}$ )**

真空中的磁导率

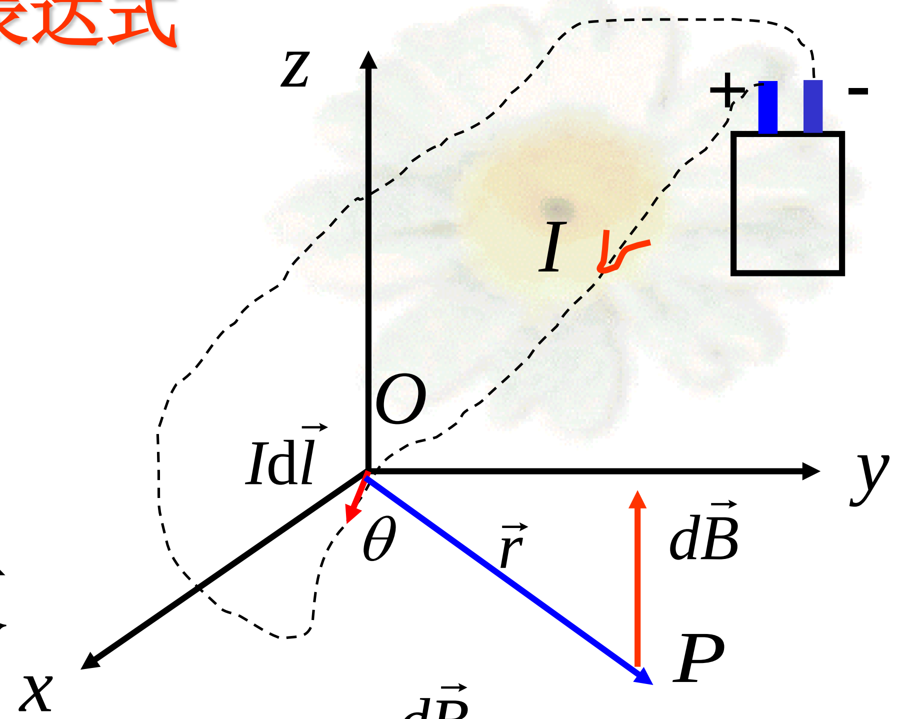
$$\boxed{dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}}$$

## 二、毕奥－萨伐尔定律的表达式

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

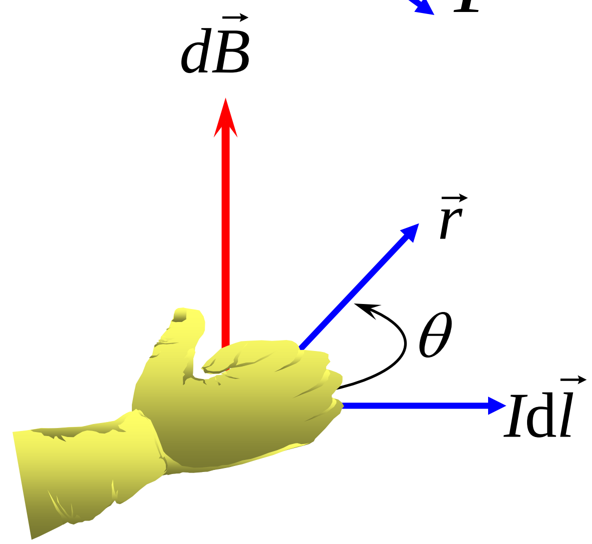
方向:?

方向:与$I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{e}_r$方向一致




## 毕－萨定律的矢量表达式

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}}$$

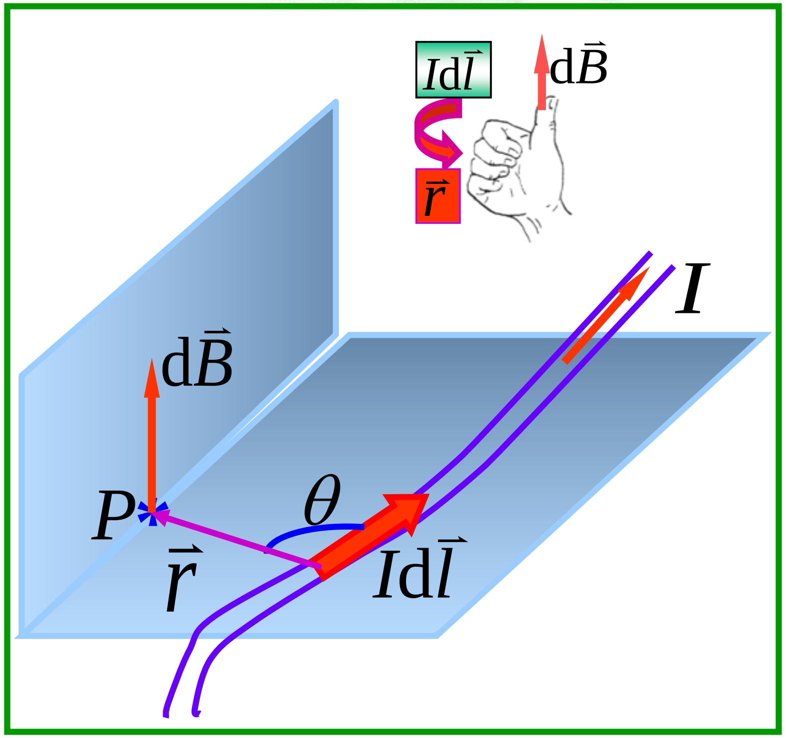


**毕奥—萨伐尔定律** → **电流元在空间产生的磁场的规律**

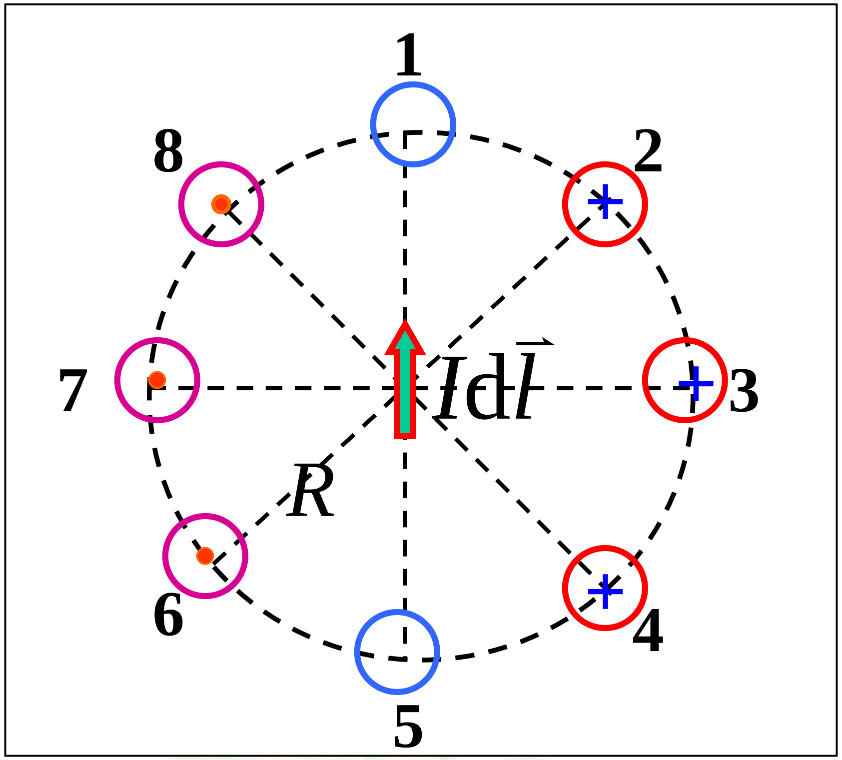
$Id\vec{l}$ 产生的 $d\vec{B}=?$

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

方向：与 $Id\vec{l}\times\vec{e}_r$ 方向一致



**练习1:** 判断下列各点磁感强度的方向和大小.




**1、5 点**：$\mathrm{d}B = 0$

**3、7点** :$\mathrm{d}B = \dfrac{\mu_0 I \mathrm{d}l}{4\pi R^2}$

**2、4、6、8 点**：

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 I \mathrm{d}l}{4\pi R^2} \sin 45^0$$

# 三:任意恒定电流产生的磁感应强度的计算

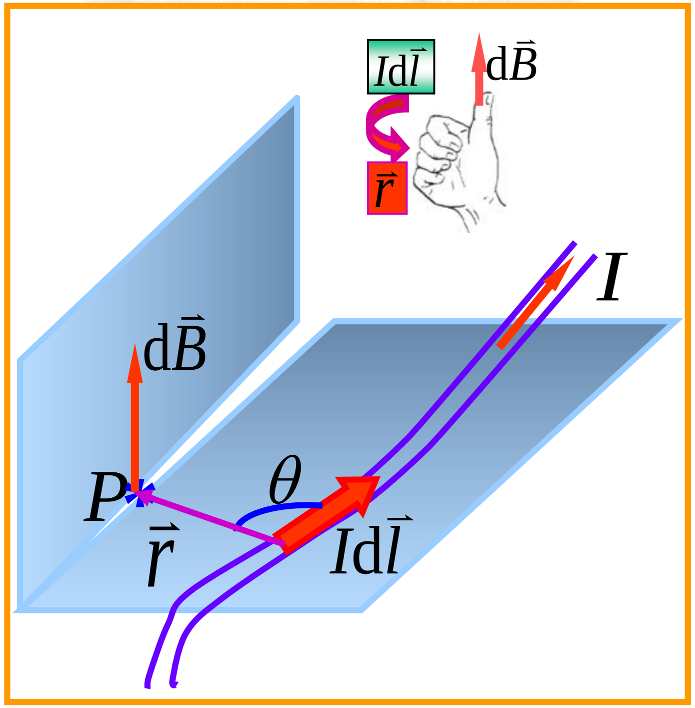
方法:

任选 $Id\vec{l}$

求出dB

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

方向：与$Id\vec{l}\times\vec{e}_r$方向一致



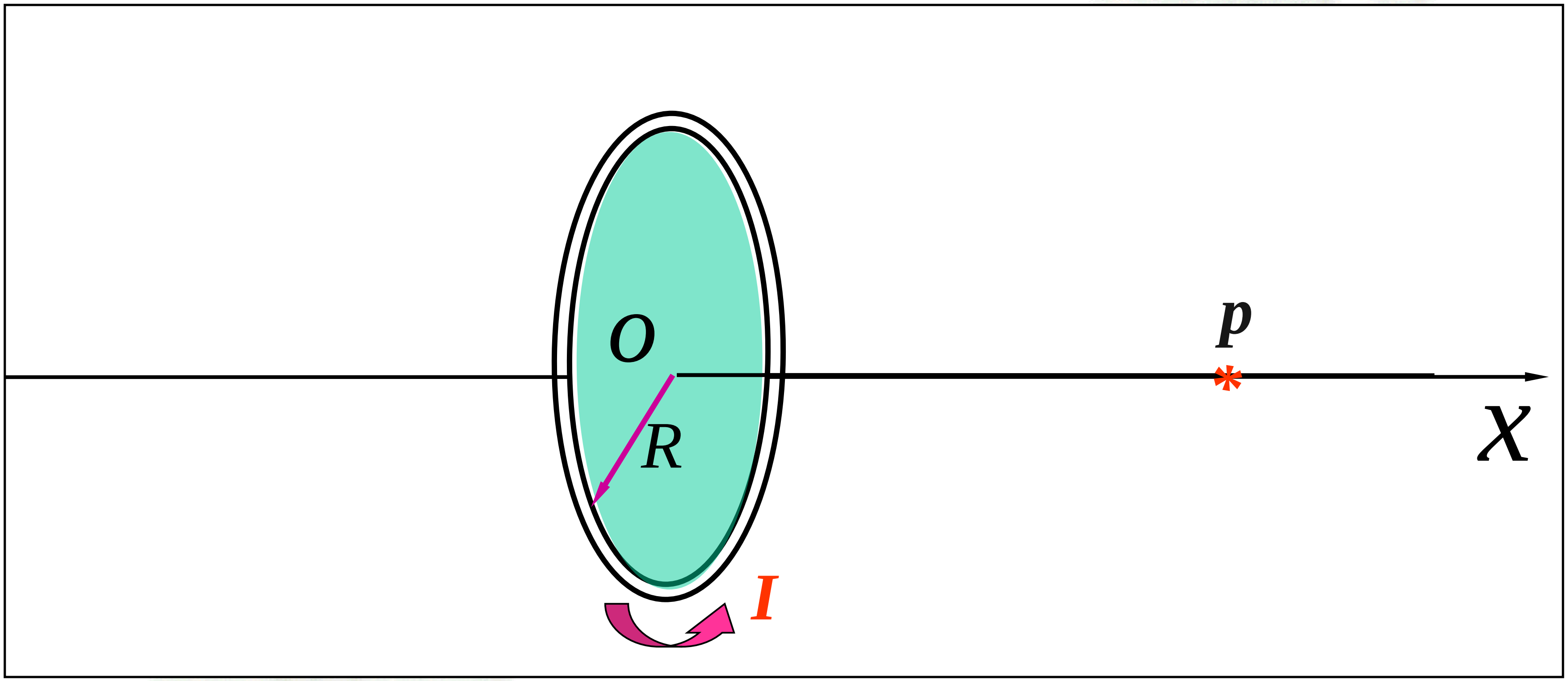

$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{Id\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}$$

$$B_x = \int dB_x$$

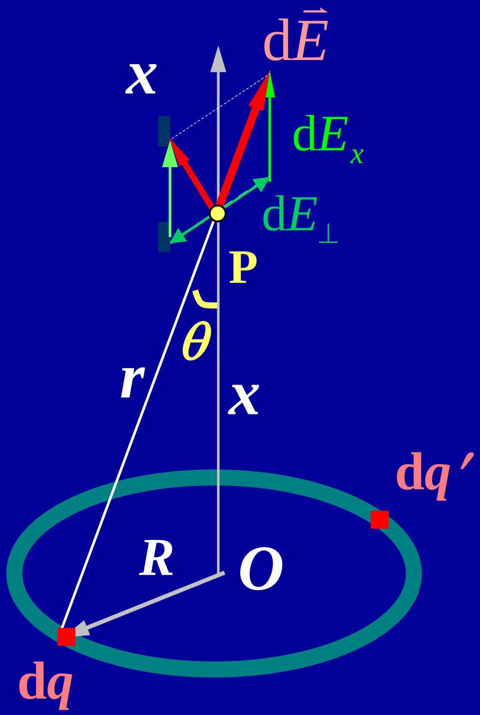
$$B_y = \int dB_y$$

**例1** 真空中，半径为$R$ 的载流导线，通有电流$I$，称圆电流. 求其轴线上一点 $p$ 的磁感强度的方向和大小.



半径为$R$的均匀带电细圆环，带电量为$q$

求 圆环轴线上任一点$P$的电场强度



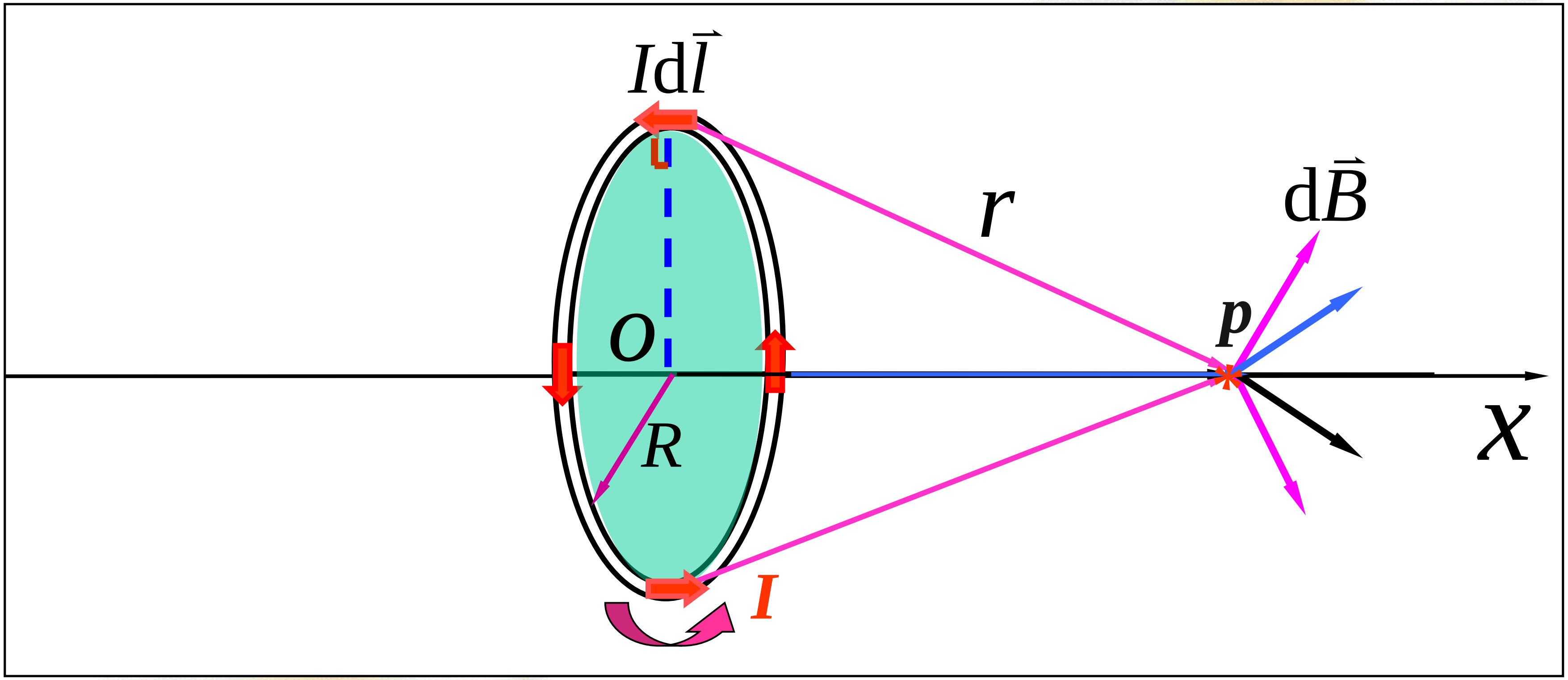

由于圆环上电荷分布关于$x$轴对称

$$\boxed{E_\perp = 0}$$

故：圆环轴线上任一点$P$的电场强度

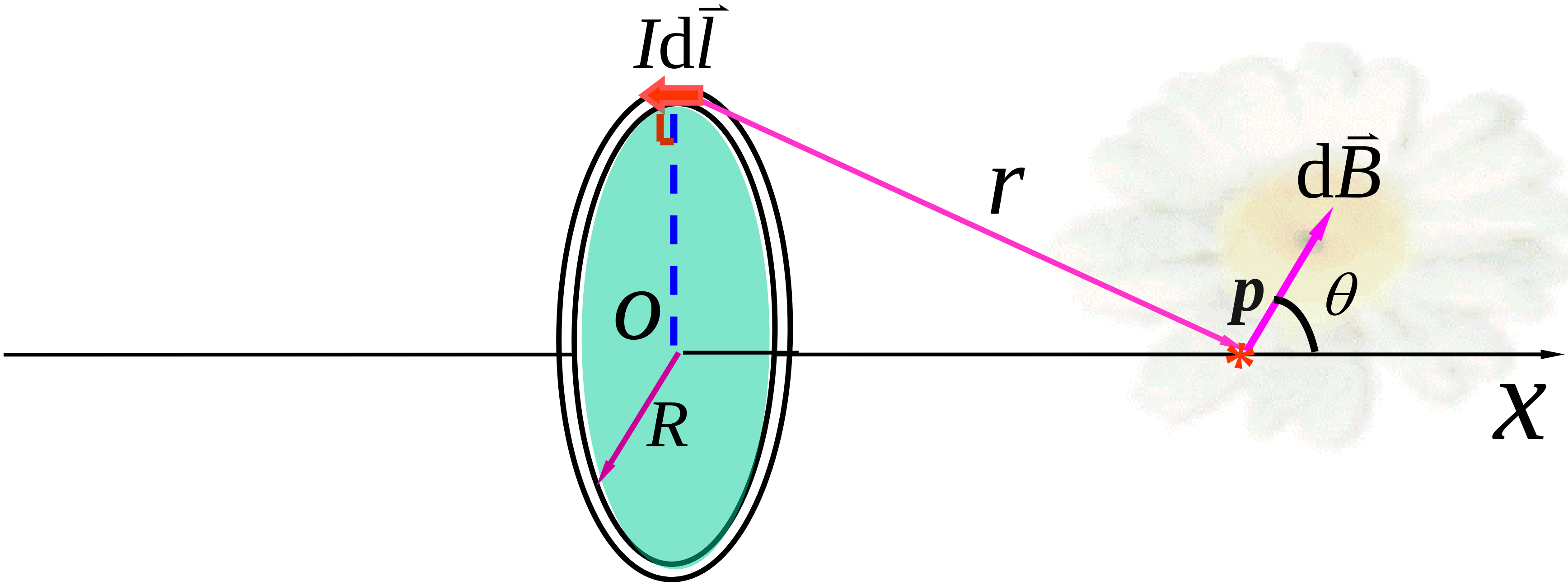
$$\boxed{E = E_x = \int \mathrm{d}E_x}$$

**例1** 真空中，半径为$R$的载流导线，通有电流$I$，称圆电流. 求其轴线上一点 $p$ 的磁感强度的方向和大小.




根据对称性 $B_{\perp}=0$

$$\therefore B=\int \mathrm{d}B_x$$

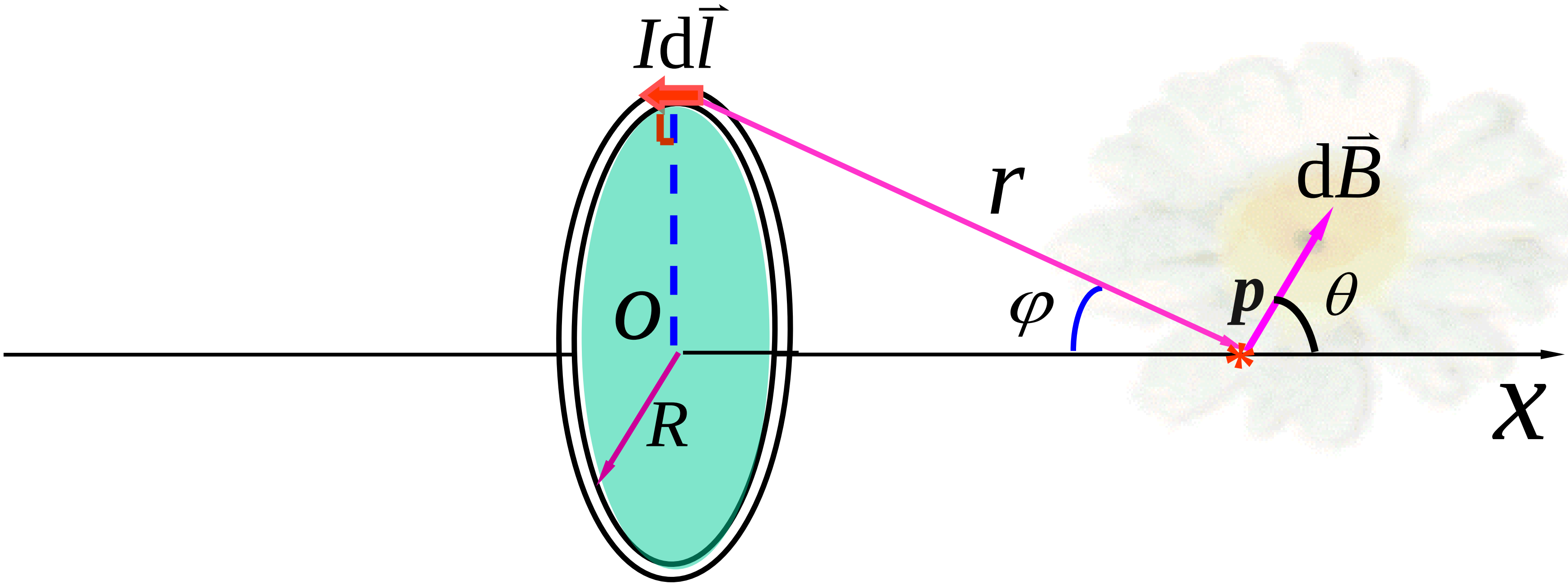



如图在载流圆环上选择一电流元

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l}{r^2}\sin 90^\circ = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l}{r^2}$$

$$\mathrm{d}B_x = \mathrm{d}B\cos\theta \qquad \cos\theta = R/r$$

$$\therefore B = \int \mathrm{d}B\cos\theta = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR\mathrm{d}l}{r^3}$$



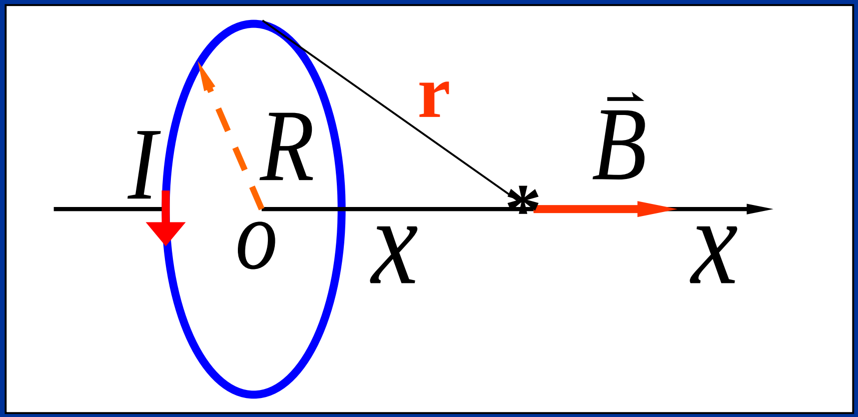

$$B=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR\mathrm{d}l}{r^3}$$

$$B=\frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3}\oint \mathrm{d}l \quad \Rightarrow \quad \boxed{B=\frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}}$$

$$\boxed{\text{或：}\ B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}}$$

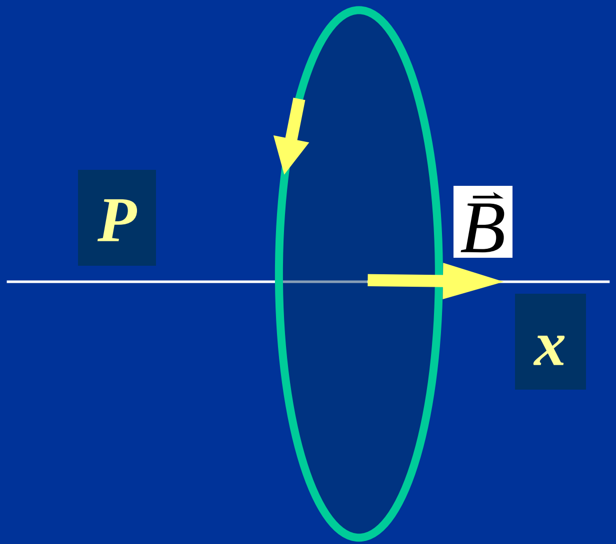
方向满足右手定则

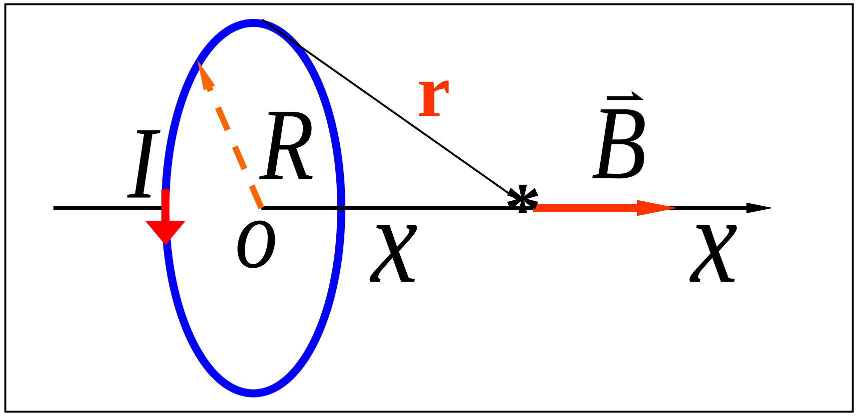
# 例1. 载流圆线圈的磁场




$$B=\frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

方向满足右手定则






$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}=\frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$

讨论

1）若线圈有 $N$ 匝 $$B=\frac{\boxed{N}\,\mu_0 IR^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$

2）$x<0$ $\vec{B}$ 的方向不变( $I$ 和 $\vec{B}$ 成右螺旋关系）

3）$x=0$ $$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2R}}$$

4）$x>>R$ $$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2x^3}$$