



生物电池的设想

A Design of Biological Battery

— 电磁学学习小论文

胡奇聪 PB0220707

(中国科学技术大学生命科学学院, 合肥,
230027)

摘要

- 本文以生物膜的模型为基础，设计一个不成熟的生物电池。根据有关的假设和数据，作一些生物电池性能的计算和分析，并就其性能作讨论。
- **关键词：** 生物膜 生物电池
- **Abstract:** This paper will introduce an immature model of biological battery based on the model of biological membrane. According to certain assumptions and constants, some calculation of the quality of the battery will be carried out and a discussion will be hold.
- **Keyword:** Biological membrane Biological battery

引言

- **生物膜**（如图一所示）是由磷脂双分子层和嵌入其中的蛋白质构成的。它能介导一些特定的离子通过，对离子有选择透过性。
- 由于离子透过膜并吸附于生物膜上产生了一定的电位，而一定的电位又会抑制离子的定向迁移，当离子的扩散和迁移平衡时，膜处在有一定静息状态，利用此电压可以设想一种以**生物膜为基础**的电池。

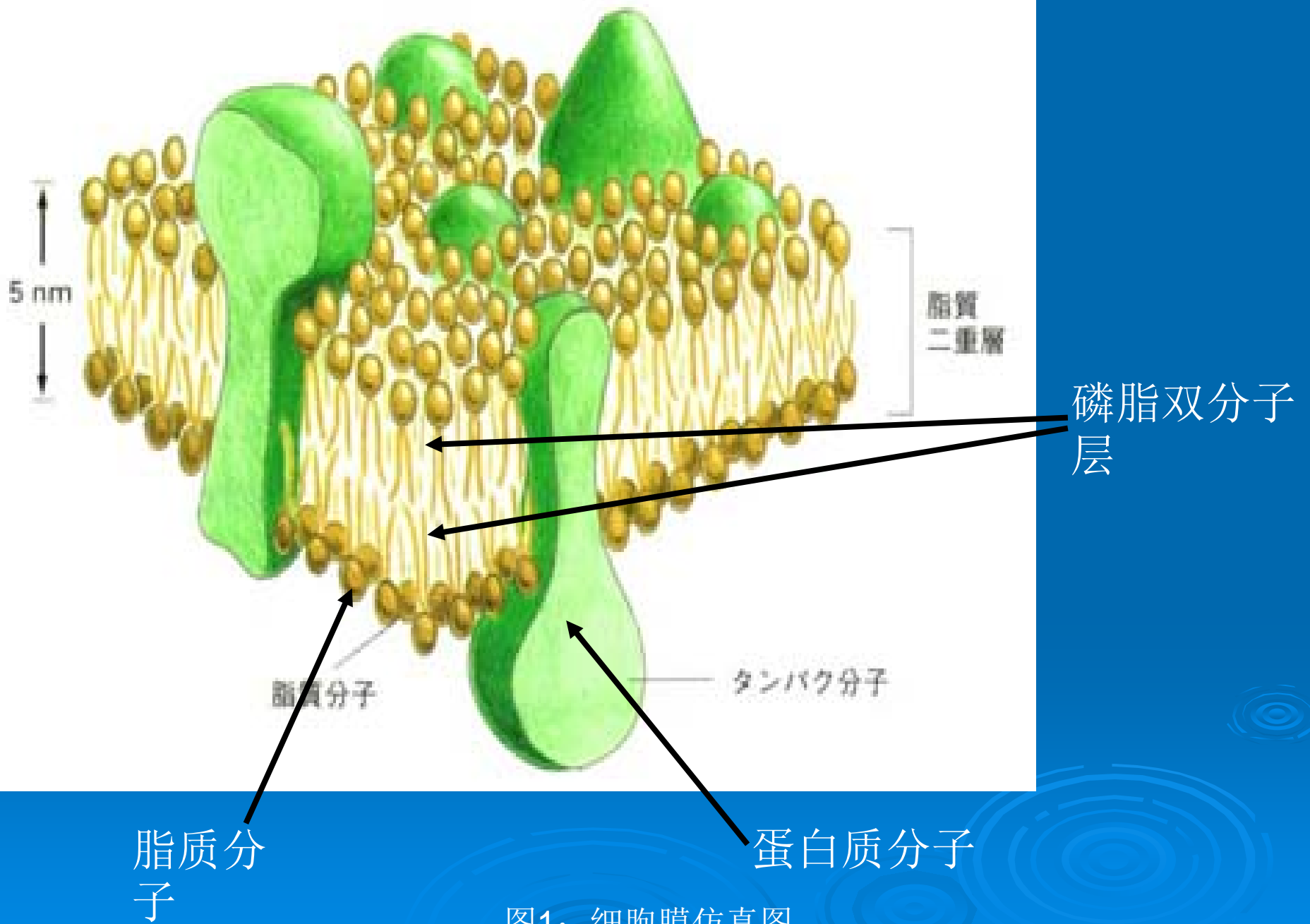


图1：细胞膜仿真图

Fig. 1: The model of cellular membrane

一、研究工具

➤ 膜电压Goldman方程式[2]

$$V_m = \ln \frac{RT}{F} \left[\frac{P_K [K]_e + P_{Na} [Na]_e + P_{Cl} [Cl]_i}{P_K [K]_i + P_{Na} [Na]_i + P_{Cl} [Cl]_e} \right]$$

- R: 普适气体常数 T: 绝对温度 F: 法拉第常数
- $P_K = \frac{D_K b_K}{d}$ P_K : K的通透性 D_K : K扩散系数 b_K : 分配系数 d: 膜厚度
- $[K]_e$: K离子在膜外的浓度 $[K]_i$: K离子在膜内的浓度

二、假设和分析

- (一) 假设电池由两个边长为 a 的立方体构成，并排放在一起合用一个面，面积为 a^2 ，该面是能改变通透性的面（如图二所示），1室中仅有KCl溶液，2室中仅有NaCl溶液。在电池的4个时相中(这里引入发电机的处理方法)，按下列次序进行
- 1. 对K的离子的通透性最大，对Na最小；
- 2. 不透过任何离子；
- 3. 对Cl的离子的通透性最大，对Na最小；
- 4. 不透过任何离子。
- 二立方体与外界相接。外电路有一负载，外电路仅在不透过任何离子时接通。

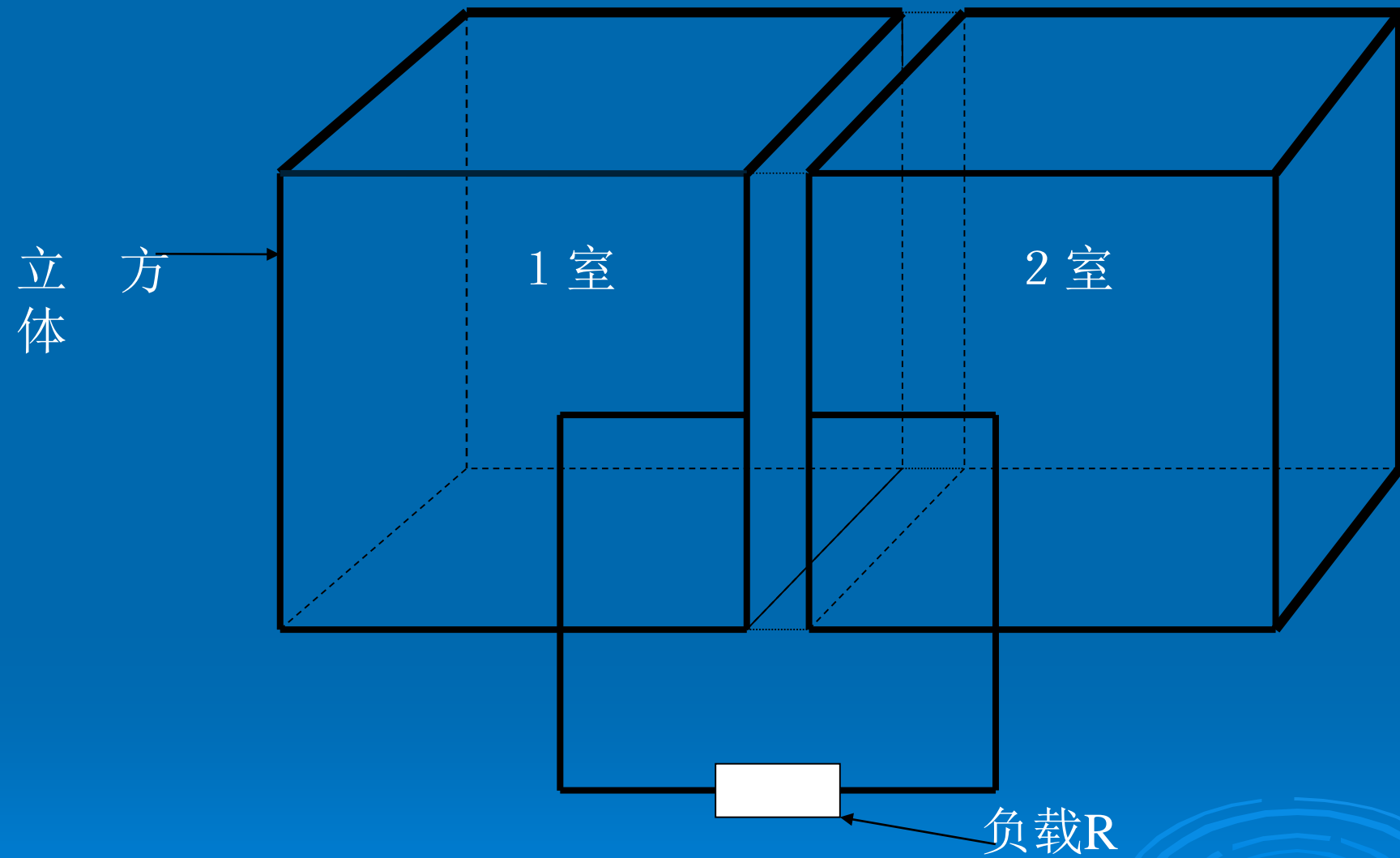


图2: 生物电池的模型
Fig.2:The model of biological battery

(二) 假设膜的双分子层构成了一个间距非常小的电容器^{*}，电容器的两边是离子溶液，电容器的中间是一特定的电介质，离子能吸附在上面从而使其带电，产生电位差（如图三所示）。

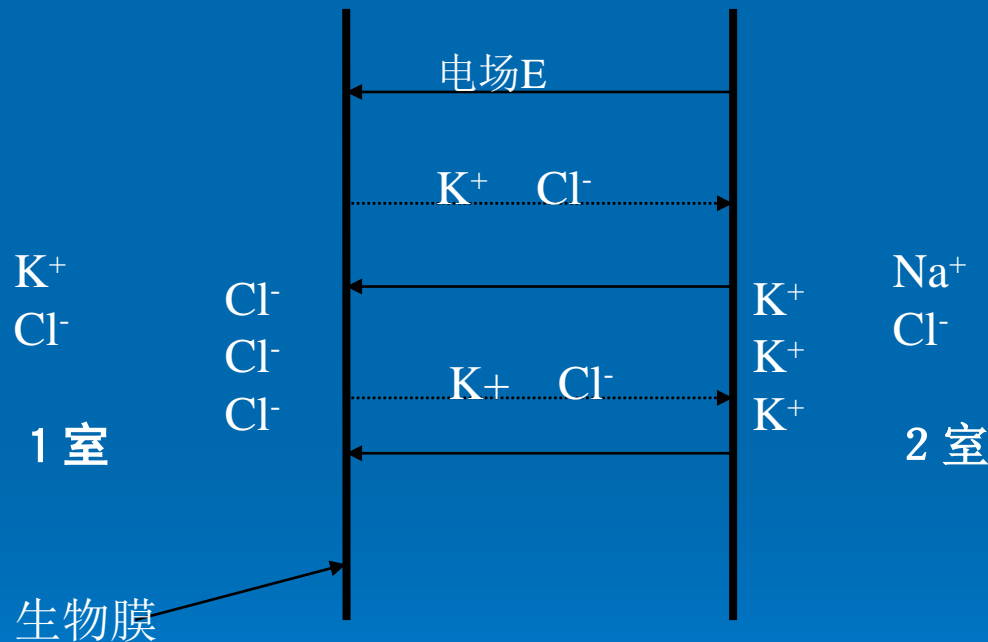


图3：生物电池的膜电容的模型

Fig. 3: The model of the capacitance of biological battery

- 注*:(1)Goldman方程式的推导是建立于此假设之上的;
- (2)有文献在处理膜电位问题及神经冲动问题时(生物膜通过放电实现)采用此假设。

(三) 设想电池的操作循环。每个循环包括4个时相：

1时相： 电池处于对K的离子的通透性最大，对Na最小的状态。由于扩散的作用，二立方体彼此极化。外电路无电流，通透性维持1/4周期。

2时相： 电池的膜不透过任何离子，并接通外电路。通过负载，膜逐渐去极化。流过外负载的电路维持1/4周期。

3时相： 电池处于对Na的离子的通透性最大，对K最小的状态。由于扩散的作用，二立方体彼此极化。外电路无电流，通透性维持1/4周期。

4时相： 电池的膜不透过任何离子，并接通外电路。通过负载，膜逐渐去极化。流过外负载的电路维持1/4周期。

(四) 分析膜内外的情况

- 1. 由于1室中的k离子的浓度大于2室中k离子的浓度，1室中的k离子会由于扩散作用从1室通过两层膜到达2室。在1时相，由于膜的通透性决定了只能透过k离子，于是会引起2室内膜的正电荷的积累，形成从1室到2室的电场，随着k离子的扩散的进行而增强，在增强的电场的作用下，扩散作用被抑制，直至达到平衡状态。

➤ 2. 离子是直接转移到膜的另一侧面而改变膜的电位差的，因为离子间存在着静电力，静电力使得溶液中的正负离子的数量十分接近，所以穿过膜的离子会附着在膜电容上。在没有平衡的状态，离子一直透过膜而为膜电容充电的，直至达到最大的膜电位。这时没有电流流过膜，处于静息状态。

时相2中，由于膜的去极化作用使外电路有电流通过，膜电容放电，相当于一个电源，通过外电路的电流使得膜电容上的离子的电荷被除去，即相当于在K⁺离子在扩散相后把等于放电量的等量的K⁺离子和Cl⁻离子从电池中取出。

➤ 3. 假设膜电容的放电的情况与电容器的放电情况完全一致，在这种情况下，膜电容的电位会随着放电的进行而降低。

由于离子通过膜电容放电后相当于从电池中取出，那么经过多个循环后，两边的离子浓度将减小，电池会随之失效。但如果能给电池补充离子，那么循环将维持下去。

三、设计计算

➤ (一)膜电容

由电容器的公式^[3]知道

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} = 3.54 \times 10^{-5} \text{ F}$$

C:膜电容的电容; ϵ_0 :真空介电常数; ϵ :膜的介电常数 取 $\epsilon=5$ (生物膜间介质的平均值); S:膜的面积 电容的边长a为0.2m $S=a^2$; d:膜的厚度 电容的厚度d为 5×10^{-8} m。

(二)膜的静息电位

➤ 由goldman公式知道

$$U=V_m = \frac{RT}{F} \ln \left[\frac{P_K [K]_e + P_{Na} [Na]_e + P_{Cl} [Cl]_i}{P_K [K]_i + P_{Na} [Na]_i + P_{Cl} [Cl]_e} \right]$$
$$= 290.9 \text{ mV}$$

其中 $P_K = \frac{D_K b_K}{d}$; $R=8.314$; $F=96500\text{C/mol}$

➤ 假设

$$b_K \text{ (最大)} = 5 \times 10^{-3} \quad b_{Na} \text{ (最大)} = 5 \times 10^{-3} ;$$
$$b_K \text{ (最小)} = 10^{-8} \quad b_{Na} \text{ (最小)} = 10^{-8} ;$$

$$b_{Cl} = 5 \times 10^{-8}$$

初始时,

$$[K]_e = 8 \times 10^{-3} \text{ mol/L} \quad [K]_i = 0 \text{ mol/L} ;$$

$$[Na]_e = 0 \text{ mol/L} \quad [Na]_i = 8 \times 10^{-3} \text{ mol/L} ;$$

$$[Cl]_e = [Cl]_i = 8 \times 10^{-3} \text{ mol/L} .$$

➤ 电容上的电场强度E为

$$E = \frac{U}{d} = 5.82 \times 10^6 \text{ V/m}$$

➤ 电容上带的电量Q为

$$Q = CU = 1.03 \times 10^{-5} \text{ C}$$

(三)放电的计算

- 假设一个循环的时间是 2ms^* ，负载 R 为一电阻，为 1000 欧姆，电路的损耗电阻 r 为 1 欧姆。

设外电路的电流为 I ，则有

$$I_{\text{电容}} = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dU}{dt} \quad I_{\text{电阻}} = \frac{U}{R} \quad \text{在电路中有关系}$$

$$I_{\text{电容}} + I_{\text{电阻}} = 0$$

由上述几式积分得

$$U = U_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$

U : 电容的电压; U_0 : 电容在此相的初始电压; t : 一个时相的时间, 此时为 $\frac{2}{4} \text{ms} = 0.5\text{ms}$

可以计算出经过一个时相后的膜电位U为

$$U=286.8\text{mV}$$

➤ 衰减率x为

$$x=1.4\%$$

➤ 而从膜上搬运走的电量为

$$\Delta Q=C\Delta U=1.45\times 10^{-7}\text{C}$$

➤ 由法拉第定律知道从膜上搬运走的KCl的物质的量为

$$n=\frac{\Delta Q}{ZF}=1.50\times 10^{-12}\text{mol}$$

其中F=96500C/mol Z=1

➤ 而负载的初始功率为

$$P \approx \frac{U_0^2}{R} = 8.45 \times 10^{-5} \text{ W}$$

➤ 此时相末负载的功率为

$$P \approx \frac{U^2}{R} = 8.23 \times 10^{-5} \text{ W}$$

➤ 放电后k离子的浓度为

$$[K] \approx 8 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

基本不变

(四)以后的情况

- 在我们的假设下，两边的K和Na离子的初始的浓度是一样的，在1时相和3时相实际上是两个完全对称的过程，只不过放电的离子不同，所以在一个循环之后，两边的离子浓度仍然是一样的。

➤ 两边离子的总电量 Q_t 是

$$Q_t = 2C_0VF = 30880C$$

C_0 : 离子的初始浓度; $V=a^3$

设某一循环后两边的离子浓度是 C

➤ 由Goldman方程知

$$V_m = \frac{RT}{F} \ln \left[\frac{P_K [K]_e + P_{Na} [Na]_e + P_{Cl} [Cl]_i}{P_K [K]_i + P_{Na} [Na]_i + P_{Cl} [Cl]_e} \right]$$

$$= \frac{RT}{F} \ln \left[\frac{P_K C + P_{Na} \times 0 + P_{Cl} C}{P_K \times 0 + P_{Na} C + P_{Cl} C} \right]$$

$$= \frac{RT}{F} \ln \left[\frac{P_K + P_{Cl}}{P_{Na} + P_{Cl}} \right]$$

$$= 290.9 \text{mv}$$

➤ 结果说明, 不管离子的浓度如何(在一定范围内), 膜电容的静息电位总是不变的。

- 这样，由前面计算的每一时相的放电量，我们可以计算出总的放电时间

$$T = \frac{Q_t}{2\Delta Q} \times t_c = 118314\text{h}$$

t_c : 一个循环的时间，为2ms

- 这是一个非常大的数，但是实际上根本不可能一直放电到离子耗尽为止。这是因为随着离子的浓度的下降，离子的扩散的速率会变小，在一个时相内无法达到其最大的膜电位。

取电池失效时，离子浓度为初始浓度的80%。

- 此时，

$$T = \frac{0.2Q_t}{2\Delta Q} \times t_c = 23663\text{h}$$

- 随着循环的进行，由于每一次极化循环都要从膜的一边取走K和Na离子移到另一边，因此在通电期间它们是要被消耗掉的；另外，没有离子泵将它运回去，所以离子的浓度同样降低，最终极化将会终止，直至不能满足要求。

四、分析和讨论

- 在设计计算中是取定了一些具体的数据，下面将就一般的情况作分析和讨论

- (一) 首先膜电容的电场强度是由一定限定的，通常情况下，人工膜中的电场不会超过自然膜很多，否则，膜电容会被击穿而失活。通常情况下，一厚度为10nm的天然膜的电位不会超过200mv。由此数据可以计算

$$E_{\max} = \frac{U_{\text{天然}}}{d} = 2 \times 10^6 \text{ V/m}$$

- 而我们的电池的膜的电场强度E是

$$E = \frac{U}{d} = 5.8 \times 10^6 \text{ V/m}$$

并没有超出很多

- 为了获取得高电位而不击穿膜电容，可以加大膜的厚度，这样膜的成本也会降低，因为膜越薄价格越高，但这样做也有一定的限制，会在后面提到。

- (二) 在计算膜电位是运用的是Goldman公式，分析公式可以知道，当两室的浓度差越大时， b_K （最大）/ b_K （最小）和 b_{Na} （最大）/ b_{Na} （最小）越大时，电位越大。为了提高其性能可以体高这几个参数的比值。但是，过高的离子浓度会造成膜的失效，即离子中毒效应，同时膜的价格C可以用这样一个式子来表达

$$¥C=K \frac{b_K(\text{最大})}{b_K(\text{最小})} \times \frac{b_{Na}(\text{最大})}{b_{Na}(\text{最小})} \times \frac{a^2}{d}$$

K:常数

- 另外，膜电位的大小还与电池的膜的**温度**有关。

- (三) 在计算放电的参数时假设负载的阻值为1000欧，如果是4欧的话，带入计算可以得到

$$U = U_0 e^{\frac{-t}{RC}} = 17.3\text{mv}$$

- 可以发现，这种情况下，电压的衰减非常惊人，因为电压的衰减时呈指数下降的。所以，参数RC成了衡量性能的重要参数。RC越大，衰减越慢，可以维持供电的时间就越长；
- 反之，RC越小，衰减越快，可以维持供电的时间就越短。如

果提高C的话，那么 $\frac{a^2}{d}$ 的值就会增加，成本随之增加；如果

提高R的话，虽然减小了衰减率，但是由公式 $P = \frac{U^2}{R}$ 知道负载的

功率就会下降，可以由前面的计算看出，负载的电功率非小，甚至到了无法接受的地步。

- 事实上，由于离子的总量是一定的，这样一来，能放电的极限的电量也就确定了，如果负载的 R 大，那么电路的电流就小，可以维持的时间就长，如果 R 小，那么电路的电流就大，可以维持的时间就短。
- 为了维持电池的电压，只有提高 RC 值，取衰减的前一段的区间。这样可以得到这样的图形。

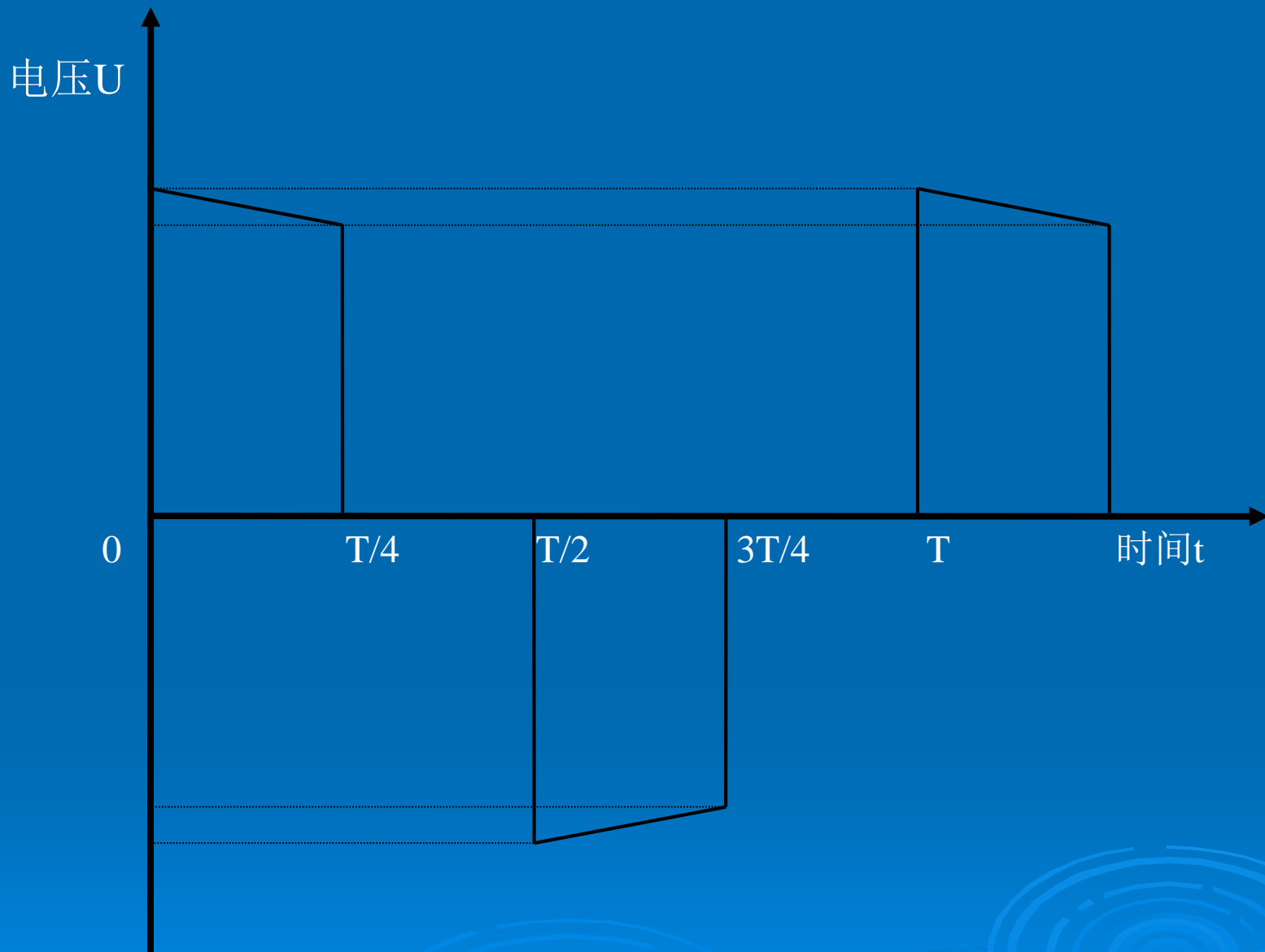


图4：生物电池的输出特性曲线

Fig. 4: The characterized output curve of biological battery

- (四) 提供电流的时间由衰减率和离子的量决定，衰减过快，离子迅速的转移走， T 肯定下降；离子的量越大，可以提供的 Q_t 就越大，发电时间就越长。

- (五) 事实上，这是一个间断的有一定衰竭的交流。如果把两个生物电池和在一起用就可以得到近似方波的交流（如图五所示），如果利用整流电路^[4]（如图六所示），就可以把它转换成直流（如图七所示）。

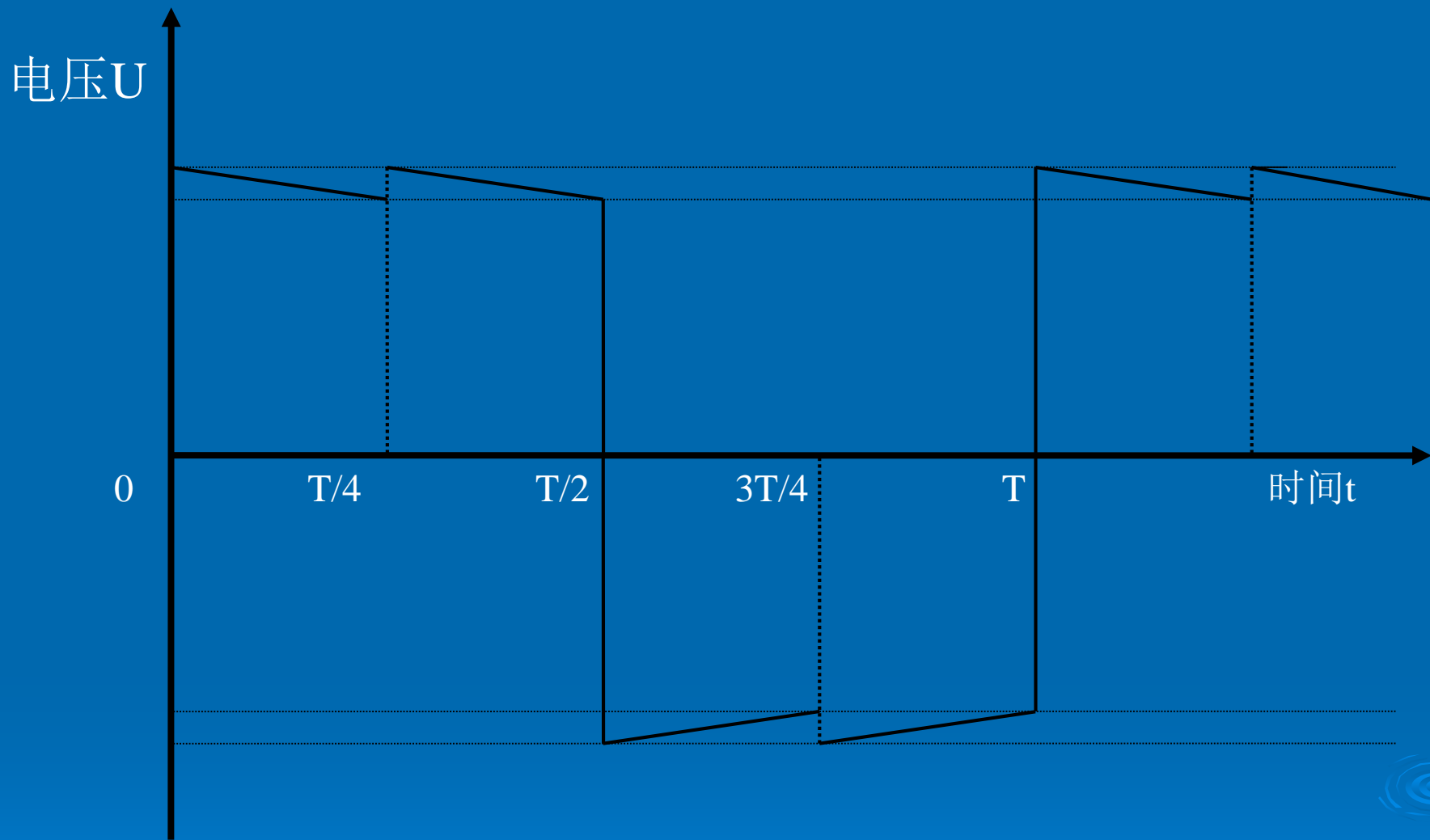


图5: 两电池联合使用时的输出特性曲线

Fig. 5: The characterized output curve after combining two biological batteries

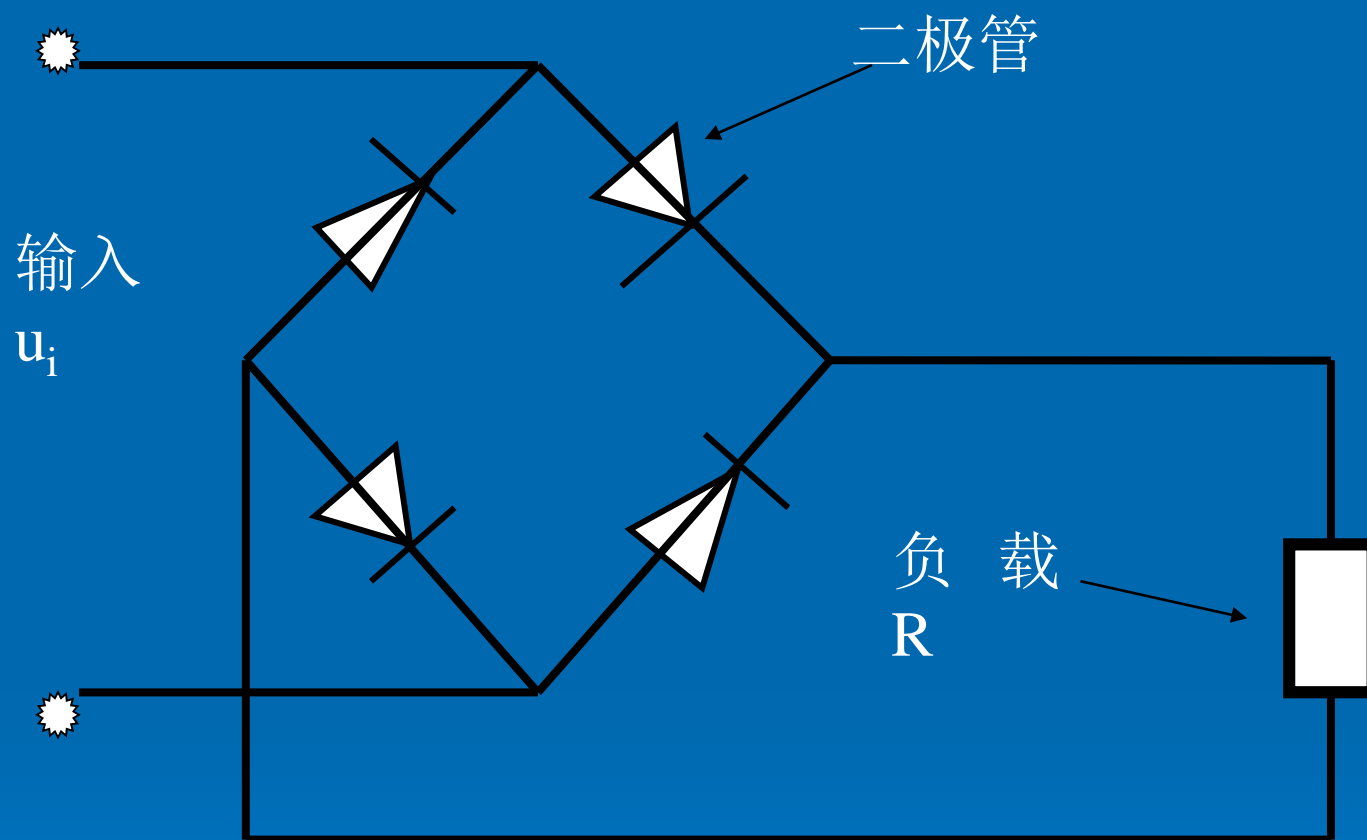


图6: 输出整流电路
Fig. 6: The commutated electro circuit

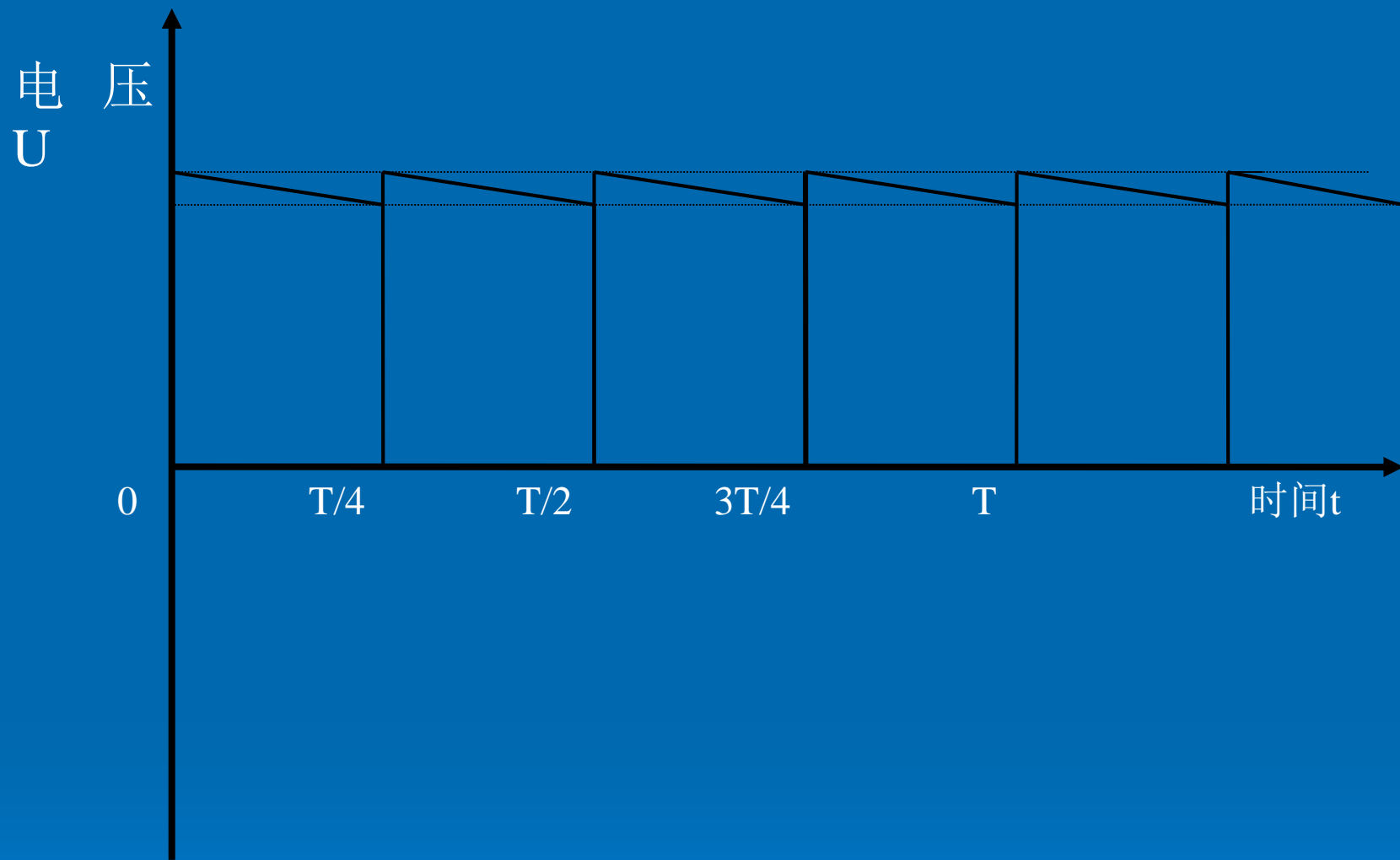


图7：经过整流后的输出特性曲线
Fig. 7: The characterized output curve after commutating

五、小节

➤ (一) 优点:

- 1. 这种生物电池可能运用与活的生物体内，如心脏起搏器的电源，生物调查时使用的射入动物体内的跟踪仪的电源。
- 2. 由于它不含毒性物质，所以很适于在需要无毒无污染的情况下使用。

- (二) 但正如前面所计算的和分析的，生物电池的**缺点**还是显而易见的
- 1. 成本高，制作膜的成本尤其是满足设计要求的膜的成本非常高且技术要求也高；
- 2. 能提供的电压的值太小，受膜本身和离子的浓度的限制；
- 3. 电压有衰减，随不同的负载而不同，因此，可以说此电池是量身订做；
- 4. 能提供供电的时间不长（对于大功率的负载），由前面的计算可以看出，在同样的衰减的情况下，离子的量确定了供电的时间。

➤ 参考文献

- 1 《植物生物学》 杨世杰 主编 科学出版社
- 2 《定量生物电学》 Robert Plonsey Roger C Barr. 著 复旦大学出版社
- 3 《电磁学》 张玉民 戚伯云 编. 科学出版社 中国科学技术大学出版社
- 4 《电子电路系统基础》 蓝鸿翔 戴蓓倩 主编 高等教育出版社

➤感谢张道元老师、刘强老师以及潘栓老师在本人写论文以及答辩期间在课内课外给我的耐心教导和无私帮助。

感谢在座的各位老师和同学的支持和帮助，希望大家多批评多指正。我会努力提高自己，争取做到最好。

Thank you all again for giving me the great chance to challenge and prove myself.